

이진 영상점들에 대한 구역별 직선 근사화 Piecewise-Linear Curve Approximation for a Set of Digital Points

이 문규*, 이 백**

*Moon-Kyu Lee and **Paek Ree

*공과대학 산업시스템공학과, 053-580-5292, 053-580-5165(FAX) moonkyu@kmu.ac.kr

**계명대학교 공과대학 산업시스템공학과

Abstract: Typical application of detecting piecewise-linear curves includes vectorizing of scanned drawings which is a vital step in installing any geographic information system. This paper considers the problem of optimally approximating a piecewise linear curve to a set of digital points while satisfying given intersection angles between each pair of neighboring lines. The criterion for optimality is to minimize the sum of squared deviations. The problem is formulated as an unconstrained nonlinear programming model. An algorithm which guarantees an optimal solution is then proposed and its validity is tested with both a synthetically generated image and a real image. The test results illustrate the excellent performance of the proposed algorithm.

I. 서론

기존의 제도작업을 CAD(Computer Aided Design) 시스템으로 전환하기 위해서는 기존에 제작되어 보관하고 있는 다량의 도면들을 CAD화일로 변환하는 작업이 요구된다. 이 작업은 기존 도면을 하나 하나씩 직접 육안으로 확인하면서 CAD작업을 하는 방법과 스캐너를 이용하여 영상화일(image file)로 만든 다음 이를 컴퓨터에서 분석함으로써 관련정보를 추출하여 도면화하는 방법으로 대별된다. 전자의 방법은 시간적·물적 노력이 매우 많이 요구되기 때문에 후자의 방법이 선호된다.

이 경우에는 필요한 도면 정보를 용이하고 효과적으로 추출할 수 있도록 스캐닝(scanning)된 영상에 대하여 우선 잡음(noise)을 제거하거나 밝기를 조정하는 전처리 과정을 수행한다. 다음으로는 세선화나 모폴로지(morphology)작업을 통하여 도형의 굵기를 최소화하게 된다. 이렇게 처리된 최종 영상은 도형의 윤곽을 일련의 영상점들로 표현되고 이들로부터 직선, 원, 아크, 다각형 등의 도형요소들을 추출하여 최종 도면으로 완성하게 된다. 이러한 과정을 벡터화(vectorizing)이라고 하는데 이 작업에 대한 성능이 도면화 작업의 능률을 좌우하기 때

문에 이에 대한 효율성 제고가 중요한 과제가 된다.

이 분야에 관하여 다양한 관점에서 오랫동안 수많은 연구가 수행되어 왔는데 그 중에서 특히, 주어진 이진 영상점들을 다각형 구조로 근사화(polygonal approximation)하는 문제에 대한 연구가 주요 과제로 다루어졌다[5,6,7,9]. 이와 같은 다각형으로의 근사화 문제는 주어진 영상점 집합을 구역별 근사 선형화(piecewise linear approximation)하는 것으로서 결국 선형으로 근사화되는 경계점들을 선정하는 문제가 된다. 이 문제를 해결하기 위한 해법은 다양한데 Rosin[5]에 자세히 검토되어 있고 최근에는 유전알고리즘(genetic algorithm) 및 터탐색법(tabu search)[9]과 모멘트를 이용한 방법[7]이 제안되었다.

또한, 관련된 문제로서 주어진 영상점들을 형태가 알려진 정다각형으로 근사화시키는 문제도 다루어졌다[3,8]. 여기서는 우선 다각형의 각 변에 속하는 영상점들을 구분(segmentation)한 다음, 정다각형을 허프변환(Hough transformation)을 이용해서 네 개의 변수로 표현하여 근사화 오차를 최소화 하는 최적화 모형을 제시하였다.

한편, 이진 영상에 존재하는 모든 직선들을 찾아내는 문제도 오랫동안 다루어진 유명한 연구과제로서 주로 허프변환이 사용되어왔는데[2,4] 최근에는 인공신경망의 일종인 자기조직화 지도(self organizing map)를 이용한 방법[1]이 제안된 바 있다.

본 연구에서는 인접된 직선들간의 교각이 알려져 있는 일련의 직선들을 영상상에 주어진 일련의 영상점들에게 근사화하는 문제를 다룬다. 이러한 문제는 지리정보시스템의 구축 등에 필수적으로 요구되는 기존 도면을 벡터화하는 작업에 유용하게 사용될 것으로 보인다.

2. 최적화 모형

2.1 문제정의

본 연구에서 다루고자 하는 문제는

"L을 대상이 되는 직선들의 개수라 할 때, 각 직선에 속하는 영상점들이 분할된 상태에서 그림 1에 도시된 바와 같이 인접된 두 직선간의 교각($\theta_i, i=1, \dots, L$)이 알려진 일련의 직선들을 주어진 이진 영상점들에게 최소의 오차를 나타내도록 근사화하는 것"

으로 정의된다. 여기서 오차란 영상점과 추정된 직선과의 거리로서 최적화 기준이 된다.

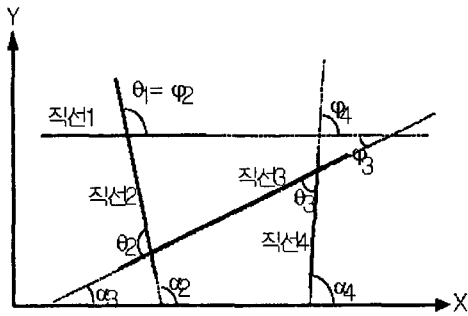


그림 1. 인접직선들간의 교각이 도시된 모습

이러한 문제는 그 동안 자주 다루어져 왔던 정형화된 닫혀진 다각형뿐만 아니라 열려진 일련의 직선들을 다룰 수 있다는 점에서 우선 대상이 광범위하다는 특성이 있다. 아울러, 기존 도면에 주어진 도형들은 대부분 구역별 직선 근사화가 필요하고 또한 인접된 직선의 교각이 알려져 있는 특성이 있다. 따라서, 본 연구의 대상 문제는 이러한 특성을 직선 근사화 작업에 반영하도록 하고 있다.

한편, Chen et al.[3]은 닫혀진 정다각형을 변의 길이, 변과 원점과의 이루는 각도 및 길이, 인접변의 원점으로부터의 길이로 정의되는 4개의 결정변수로 표현한 다음, 이를 미리 각 변으로 분할시킨 영상점들에 대한 근사화 오차를 최소화하는 최적화 모형을 발표하였다. Chen et al.이 다룬 도형은 닫혀진 정다각형이기 때문에 열려진 일반적인 다각형 근사화에는 적용되기가 어렵다. 따라서 본 연구에서는 보다 일반적인 도형 추출에서 대두되는 문제로서 인접된 두 직선의 교각이 알려진 다각형 근사화 문제를 대상으로 한다. 닫혀진 정다각형에서는 인접된 교각이 모두 동일할 것이고 일반 다각형에서는 교각이 서로 다르게 주어질 수 있으므로 인접 직선간의 교각이 도형 근사화에 충분한 정보가 된다.

그간 도형 근사화나 정합(mapping) 문제에 사용되어 왔던 최적화 기준은 다음과 같이 정의되는 정합오차들이다:

- a. 추정직선과 영상점들과의 직선거리 절대값의 총

합 (sum of absolute errors : L_1)

- b. 추정직선과 영상점들과의 직선거리 제곱의 총합 (integral square errors : L_2)

- c. 추정직선과 영상점들과의 직선거리 중 최대값 (uniform error or Tchebycheff error : L_∞)

- d. 추정직선과 영상점들과의 Y축 거리 제곱의 총합 (sum of square deviations : E_2)

기존의 문헌들에서 사용된 최적화 기준은 대부분 L_1, L_2, L_∞ 를 사용하고 있으나 최근에는 E_2 를 대상으로 한 연구결과[6]도 발표된 바 있다. 대체적으로 볼 때 최적화 기준에 따라 결과가 크게 차이가 나지 않으므로 본 연구에서는 문제해결의 용이성을 고려하여 최적화 기준으로 E_2 를 사용하기로 한다.

2.2 수리적 모형

최적화 기준으로써 L_1, L_2, L_∞ 를 사용하는 경우에는 임의의 영상점으로부터 추정된 직선까지의 직각거리(그림2의 d_1)를 추정오차로 정의하고 있다. 2차원에서 직선의 방정식을

$$y = ax + b \quad (1)$$

로 표현하면 직각거리 d_1 이 무리수 함수로 표현되므로 연구 대상 문제를 다루기 쉬운 수리적모형으로 정립하기가 어렵다. 그러므로, (1)식을 허프변환한 직선식으로

$$x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta = \rho \quad (2)$$

를 사용하면 직선 i 에 속한 영상점 j (x_{ij}, y_{ij})로부터의 직각거리

$$d_1 = |x_{ij} \cos \alpha_i + y_{ij} \sin \alpha_i - \rho_i|$$

가 된다. 여기서 α_i 는 직선 i 와 X축과의 각도이고 ρ_i 는 원점으로부터 직선 i 까지의 직각거리이다. 따라서, 직선 i 로 분할된 영상점의 개수를 n_i 라 하고 L_2 의 최적화 기준을 사용하면 최소화하고자 하는 목적함수는

$$Z_1 = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} \cos \alpha_i + y_{ij} \sin \alpha_i - \rho_i)^2$$

로 표현된다. 여기서 α_i 를 교각 θ_i 와 α_i 의 선형함수 $g_i(\alpha_i, \theta_i, \dots, \theta_{L-1})$ 로 표현할 수 있는데, 예로서 그림 1에서

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \theta_1,$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 - \theta_2,$$

$$\alpha_4 = \alpha_3 - \theta_3 + \pi$$

이다. 그러므로, 직선의 모수 α_i 와 ρ_i 의 범위의 제한조건을 고려하면 본 문제는 다음과 같이 비선형 최적화 모형으로 정형화된다:

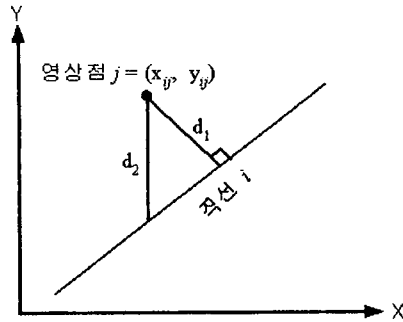


그림 2. 영상점과 직선까지의 거리

(P1) Min

$$Z_1 = \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^{n_i} (x_{ij} \cos \alpha_i + y_{ij} \sin \alpha_i - \rho_j)^2$$

s.t.

$$\alpha_i = g_i(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{L-1}), \quad i = 2, \dots, L$$

$$-\sqrt{2} N_f \leq \rho_j \leq \sqrt{2} N_f, \quad \forall j \quad (3)$$

$$-\pi/2 \leq \alpha_i \leq \pi/2, \quad \forall i \quad (4)$$

(3)식은 영상의 최대 축 길이인 N_f 를 한 변으로 하는 정사각형의 대각선 길이로 표현되는 ρ_j 에 대한 가능 영역(feasible region) 조건식이다. (4)식은 α_i 의 가능 영역을 만족시키도록 하는 제약식이다. 이와 같이 정형화된 (P1)은 제약조건식이 모두 결정변수인 α_i 와 ρ_j 의 선형함수이지만 목적함수가 $\cos \alpha_i$ 와 $\sin \alpha_i$ 가 포함된 2차 다항식으로서 최적해를 쉽게 구할 수 없는 전형적인 비선형계획(nonlinear programming) 모형이다.

본 연구에서는 최적해를 구하기가 쉬우면서도 근사화 결과에 별로 차이가 없는 E_2 의 최적화기준을 사용하는 것으로 가정한다. E_2 의 기준의 목적함수에서는 직선식으로서 허프 변환식을 사용하지 않고 (1)식을 그대로 사용한다. 따라서, a_i 와 b_i 를 직선 i 의 기울기와 Y축 절편이라 할 때 목적함수는 그림 3에 도시된 각 영상점들의 d_2 제곱의 총합

$$Z_2 = \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - a_i x_{ij} - b_i)^2$$

이 된다. 그런데, 두 직선간의 기지의 교각을 이용하면 두 직선의 기울기들의 관계는 다음 식으로 표현된다.

$$\tan \theta_i = (a_{i+1} - a_i) / (1 + a_{i+1} a_i) \quad (5)$$

여기서 θ_i 는 그림 1에 도시된 바와 같이 직선 i 로부터 반시계 방향으로 직선 $i+1$ 에 이르는 각도를 나타낸다.

(5)식을 a_{i+1} 의 식으로 정리하면

$$a_{i+1} = (a_i + \tan \theta_i) / (1 - a_i \tan \theta_i)$$

이 되므로 대상 문제는 다음과 같이 비선형 최적화 모형으로 정형화된다.

$$(P2) \text{ Min } Z_2 = \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - a_i x_{ij} - b_i)^2$$

s.t.

$$a_{i+1} = (a_i + \tan \theta_i) / (1 - a_i \tan \theta_i) \quad \forall i \quad (6)$$

$$a_i, b_i = \text{unrestricted}, \quad \forall i$$

3. 알고리즘

앞 절에서는 대상문제를 정의하고 인접된 두 직선간의 교각을 만족시키도록 하는 비선형 최적화 모형을 정립하였다. 여기서는 이 수리모형의 최적해를 보장하는 알고리즘을 제안한다. (6)식은 a_i 들의 회귀함수(recursive equation)이기 때문에 결국 모든 a_i 는 a_1 의 함수로 표현될 수 있다. 그러나 이 경우, 함수 형태가 매우 복잡해지기 때문에 인접된 두 직선간의 교각 θ_i 대신에 첫 번째 직선과의 상대적인 교각 ϕ_i 를 이용한다(그림2 참조). 물론, θ_i 를 알면 ϕ_i 는 쉽게 구할 수 있는데, 예

로서 그림 2에 도시된 직선들에 대한 ϕ_i 는

$\phi_1 = 0; \phi_2 = \theta_1; \phi_3 = \theta_1 - \theta_2; \phi_4 = \pi + \theta_1 - \theta_2 - \theta_3$ 으로 표현된다. 그러므로 직선 i 와 직선1의 관계는

$$a_i = (a_1 + \tan \phi_i) / (1 - a_1 \tan \phi_i), \quad i = 1, \dots, L \quad (7)$$

이 된다.

직선의 모수 a_i 와 b_i 의 영역상의 제약이 없으므로 (P2)는 다음과 같이 제약이 없는 비선형 최적화 모형으로 변환된다.

(P3) Min

$$Z_2 = \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^{n_i} (y_{ij} - \frac{a_1 + \tan \phi_i}{1 - a_1 \tan \phi_i} x_{ij} - b_i)^2$$

여기서, Z_2 가 a_1 과 b_i 의 볼록함수(convex function)는 아니지만 $a_i, b_i, \forall i$ 가 모두 제약이 없으므로, E_2 를 최소화하는 최적해 a_1^* 과 b_i^* 는 E_2 의 각 변수들에 대한 미분값이 0이 되는 국소 최적점들 중 하나가 될 것이다. 그런데, 직선 1에 속하는 영상점들만을 가지고 선형회귀식을 구하면 a_1 의 대체적인 추정치 \hat{a}_1 를 알 수 있으므로 Z_2 의 a_1 에 대한 미분값 중에서 \hat{a}_1 에 근접된 수치를 갖는 미분값이 최적해가 된다.

그러므로, 우선 Z를 a_1 과 b_i 에 대해서 각각 미분하면

$$\frac{\partial Z}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{n_i} \frac{1 + \tan^2 \phi_i}{(1 - a_1 \tan \phi_i)^2} x_{ij} (y_{ij} - \frac{a_1 + \tan \phi_i}{1 - a_1 \tan \phi_i} x_{ij} - b_i) \quad (8)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial b_i} = -2 \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \frac{a_1 + \tan \phi_i}{1 - a_1 \tan \phi_i} x_{ij} - b_i), \quad \forall i \quad (9)$$

이 된다. (9)식에서 $\frac{\partial Z}{\partial b_i} = 0$ 를 만족하는 b_i 를 구하면

$$b_i = \bar{y}_i - \frac{a_1 + \tan \phi_i}{1 - a_1 \tan \phi_i} \bar{x}_i, \quad \forall i \quad (10)$$

이다. 여기서 $\bar{x} = \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} / n_i$ 이고,

$\bar{y}_i = \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} / n_i$ 이다. 다음으로, (10)식의

b_i 를 (8)식에 대입하고 $f(a_1) = \frac{\partial Z}{\partial a_1}$,

$x'_{ij} = x_{ij} - \bar{x}$, $y'_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_i$ 로 정의하면

$$f(a_1) = -2 \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{n_i} \frac{1 + \tan^2 \phi_i}{(1 - a_1 \tan \phi_i)^2} x_{ij} (y'_{ij} - \frac{a_1 + \tan \phi_i}{1 - a_1 \tan \phi_i} x'_{ij})$$

가 된다. 또한, $f(a_1)$ 를 a_1 으로 미분하면

$$f'(a_1) = \frac{\partial f(a_1)}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{n_i} \left[-\frac{(1 + \tan^2 \phi_i)^2}{(1 - a_1 \tan \phi_i)^4} x_{ij} x'_{ij} + \frac{2 \tan \phi_i (1 + \tan^2 \phi_i)}{(1 - a_1 \tan \phi_i)^3} x_{ij} (y'_{ij} - \frac{a_1 + \tan \phi_i}{1 - a_1 \tan \phi_i} x'_{ij}) \right]$$

이다.

그런데, Z_2 에 대한 a_1 의 편미분식 $f(a_1)$ 은 a_1 만의 함수이므로 $f(a_1) = 0$ 를 만족하는 a_1 값은 비선형 연속함수에 대한 탐색기법 중 하나인 뉴턴-랩슨 방법(Newton-Raphson method)을 사용하면 쉽게 구할 수 있다. 전술한 바와 같이 a_1 의 대강의 추정치 \hat{a}_1 을 이미 알고 있으므로 이 \hat{a}_1 을 초기점으로 하여 뉴턴-랩슨 방법을 적용하여 구한 수렴값이 최적값 a_1^* 가 된다. a_1^* 를 가지고 (7)식을 이용하면 a_i 의 최적값인 a_i^* 를 구할 수 있다. 다음으로

이 값을 (10)식에 대입하면 b_i 의 최적값 b_i^* 가 결정된다. 이와 같이 (P2)의 최적해를 구하는 과정을 알고리즘 형태로 정리하면 다음과 같다:

단계 0. <직선 1의 기울기 추정>

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum_{j=1}^{n_1} (x_{ij} - \bar{x})(y_{ij} - \bar{y}) / \sum_{j=1}^{n_1} (x_{ij} - \bar{x})^2}$$

단계 1. <뉴턴-랩슨 방법에 의한 a_1^* 결정>

초기값 $c_0 = \hat{a}_1$; ϵ = 작은 실수;
for ($k=1$; ; $k=k+1$)

$$\left\{ \begin{aligned} c_k &= c_{k-1} - \frac{f(c_{k-1})}{f'(c_{k-1})}; \\ &\text{if} (|c_k - c_{k-1}| < \epsilon) \text{ break ;} \end{aligned} \right.$$

$$a_1^* = c_k$$

단계 2. < a_i^* 과 b_i^* 결정>

$$a_i^* = (a_1^* + \tan \phi_i) / (1 - a_1^* \tan \phi_i);$$

$$b_i^* = \bar{y}_i - \frac{a_1^* + \tan \phi_i}{1 - a_1^* \tan \phi_i} \bar{x}_i, \quad \forall i.$$

4. 예제

여기서는 앞절에서 기술된 알고리즘의 적용과정을 예시하기 위하여 인공적으로 만든 영상과 실제 영상에 대한 적용예를 소개한다.

그림 3에 주어진 인공영상에 나타나는 각 직선의 영상점($n_i = 50$, $L = 4$)들은 임의로 선정된 기울기와 Y축 절편으로 정의되는 각 직선으로부터 잡영수준(λ)을 고려하여 인공적으로 생성된 것이다. 잡영수준은 주어진 직선으로부터 수직으로 벗어난 거리를 의미하는데 여기서는 편의상 평균이 0이고 표준편차가 λ 인 정규분포를 사용하였다. 또한, 만족시켜야 할 인접된 두 직선간의 교각들은 다음과 같이 임의로 주어졌다:

$$\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 75^\circ, \theta_3 = 90^\circ.$$

그림 3에는 각 직선별로 생성된 영상상점들에 대하여 개별적으로 구한 회귀직선이 도시되어 있는데 잡영의 영향으로 인하여 직선식들과는 다소 차이가 있다. 즉, 이 회귀직선식들간에 교각을 구해보면

$$\theta_1' = 60.5^\circ, \theta_2' = 75.7^\circ, \theta_3' = 88.6^\circ$$

로서 만족시켜야 할 교각들과는 약간씩 다르게 나타났다. 다음으로 주어진 θ_i 들로부터 ϕ_i 를 계산하면

$$\phi_1 = 0^\circ; \phi_2 = 60^\circ; \phi_3 = 135^\circ; \phi_4 = 45^\circ$$

가 된다. 이렇게 계산된 각도 ϕ_i , $i = 1, \dots, 4$ 와 영상점 좌표 (x_{ij}, y_{ij}) 들을 가지고 3절에 제시된 알고리즘을 적용하여 네 개의 직선식을 구한 결과가 그림 4에 도시되어 있다.

표 1에는 영상점들을 생성하는 데 사용하였던 본래의 직선에 대한 모수 (a , b)와 인접 직선간의 교각 θ , 그리고 알고리즘을 적용하여 구한 직선에 대한 최적 모수값 (a^* , b^*), 교각 θ^* 및 ϕ 값이 정리되어 있다. 이 결과를 보면 구해진 θ^* 값이 처음에 주어진 값과 정확하게 일치됨을 알 수 있어서 알고리즘의 유효성을 확인할 수 있다.

다음으로 제시된 알고리즘을 실제 문제에 적용한 사례를 소개한다. 에그크레이트(eggcrate)는 원자력 발전용 증기발생기의 주요 부품으로서 그림 5에서 보는 바와 같이 특수 급속관이 서로 격자구조를 이루면서 그물망 형태로 조립되어 있다. 이러한 에그크레이트는 네변으로 이루어진 단위구조(opening)에 고온고압의 물이 흐르는 전열관이 삽입되는데 그 크기가 맞지 않으면 재조립하거나 수리해야 한다. 따라서 각각의 단위구조에 대한 전수검사가 필수적이다.

이를 위해서는 전열관의 직경 크기로 만든 Go-No게이지를 직접 삽입하여 보아 불량여부를 확인하는 자동화 시스템이 효과적인데 이 게이지의 정확한 중심을 잡기 위해서 머신비전(machine vision) 장치가 요구된다. 이 머신비전 장치의 역할은 단위구조를 이루는 세변의 격자 중 2개가 서로 만나는 교점을 찾아냄으로써 단위구조의 중심을 계산하는 것이다. 이 경우 영상처리를 통하여 두변의 격자에 대한 영상점들을 추출(그림 6 참조)한 후 이들을 이용하여 사양에 주어진 두 격자의 각도를 만족시키도록 각 격자에 대한 회귀직선식을 구하면 된다.

이러한 문제는 본 연구의 대상문제에서 고려해야 할 직선수가 $L=2$ 인 가장 간단한 경우라고 할 수 있다. 단위구조 실물에서의 두 격자간의 교각이 $\theta=70^\circ$ 로 주어져 있으므로 이를 만족시키도록 본 연구에서 제시된 알고리즘을 이용하여 구한 두 직선의 모양이 그림 7에 도식되어 있다. 따라서, 실제 응용문제에서도 본 연구에서 제시된 알고리즘이 효과적으로 활용될 수 있음을 알 수 있다.

표 1. 각 직선의 모수와 각도

직선	a	b	θ	a^*	b^*	θ^*	ϕ
1	-0.58	200	60°	-0.56	198.55	60°	0°
2	0.58	-28.87	75°	0.60	-35.13	75°	60°
3	-3.73	1,492.82	90°	-3.53	1,418.92	90°	135°
4	0.27	-53.59	-	0.28	-59.56	-	45°

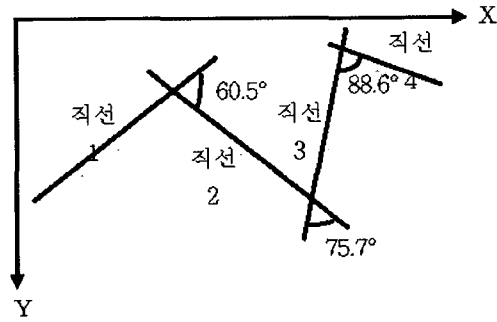


그림 3. 인공적으로 만든 직선들에 대한 영상

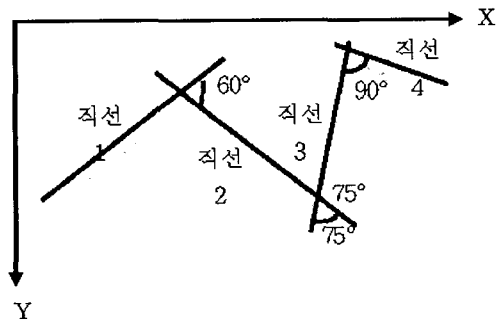


그림 4. 알고리즘을 적용하여 구한 직선들의 모습

5. 결론

본 연구에서는 인접된 두 직선간의 교각이 알려진 영상점들에 대한 다수의 직선식 추정 문제를 다루었다. 우선, 대상 문제를 비선형 최적화모형으로 정형화한 후 문제에 내재된 특성을 이용하여 제약이 없는 비선형 최적화모형으로 변환하였다. 다음으로, 이러한 수리모형의 최적해를 구하기 위하여 뉴턴-랩슨 방법을 기반으로 한 최적화 알고리즘을 제시하였다.

제시된 알고리즘은 최적해를 항상 보장하는데 그 타당성을 보이기 위하여 인공으로 만든 예제와 실제 문제에 적용하여 보았다. 적용결과 최적해를 완벽하게 구해내는 것을 확인하였다. 이 알고리즘은 각도가 알려진 다각형이나 구역별 근사 선형화 및 다각형 근사화 등에도 다양하게 응용될 수 있을 것으로 보인다.

참고문헌

1. 이문규, "직선 추출을 위한 자기조직화지도 기반의 허프 변환," 대한산업공학회지, 제28권 제2호, 인쇄중, 2002.

2. Bhattacharya, P., Lin, H., Rosenfield, A, and Thompson, S., "Hough-Transform Detection of Lines in 3D Space," *Pattern Recognition Letters*, Vol. 21, pp. 843-849, 2000.
3. Chen, J. M., Melloy, B. J., and Ventura, J. A., "An Optimization Algorithm for the Automated Inspection of Regular Polygons," *IMSE Working Paper* 91-106, Dept. of Ind. and Magt. Sys. Engr., The Pennsylvania State University, USA, 1991.
4. Chutatape, O. and Guo, L., "A Modified Hough Transform for Line Detection and its Performance," *Pattern Recognition*, Vol. 32, pp. 181-192, 1999.
5. Rosin, P. L., "Techniques for Assessing Polygonal Approximation of Curves," *IEEE Trans. PAMI*, Vol. 19, No. 6, pp. 659-666, 1997.
6. Salotti, M., "Optimal Polygonal Approximation of Digitized Curves Using the Sum of Square Deviations Criterion," *Pattern Recognition*, Vol. 35, pp. 435-443, 2002.
7. Shu, H. Z., Luo, L. M, Zhou, J. D., and Bao, X. D., "Moment-Based Methods for Polygonal Approximation of Digitized Curves," *Pattern Recognition*, Vol. 35, pp. 421-434, 2002.
8. Ventura, J. A. and Chen, J. M., "Segmentation of 2-D Curve Contours," *IMSE Working Paper*, Dept. of Ind. and Magt. Sys. Engr., the Pennsylvania State University, USA, 1991.
9. Zhang, H. and Guo, J., "Optimal Polygonal Approximation of Digital Planar Curves Using Meta Heuristics," *Pattern Recognition*, Vol. 34, pp. 1429-1436, 2001.

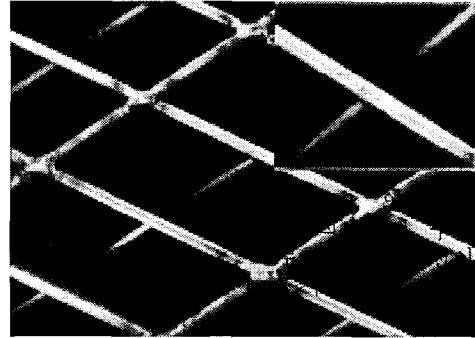


그림 5. 에그크레이트 조립물의 일부

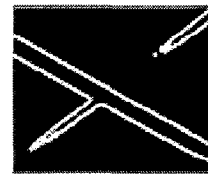


그림 6. 두 격자에 대한 영상점 추출 결과