

KTX 헌팅운동 해석

Analysis on the Hunting Motion of the KTX

이승일 *, 김재철 **, 최연선 ***
Seung-Il Lee, Jae-Chul Kim, Yeon-Sun Choi

ABSTRACT

The dynamic analysis of the KTX can predict the dynamic motions which occurred in test drive. In this study an analytical model of the KTX is developed to find the critical speed. The numerical analysis for the nonlinear equation motions of 17 degrees of freedom show the running stability and the critical speed due to the hunting motion of the KTX. Also, the vibration modes of the KTX are calculated using the ADAMS/RAIL software, which show that the critical speed occurs for the yawing modes of the car body and the bogie. Finally, this paper shows that the critical speed of the KTX could be changed with the modifications of the design parameters of wheel conicity and wheel contact point.

1. 서론

영업속도 300km/h 이상으로 운행되는 KTX는 쾌적, 안정주행이 무엇보다도 중요한 연구과제이다. 쾌적, 안정주행은 차량에 대한 정확한 동적해석과 이를 근간으로 하는 정확한 설계와 정밀 제작되었을 때 가능하다. KTX의 동적해석은 주행시 발생하는 동적거동 현상을 예측하여 주행안정성에 대한 검토와 차륜 및 레일의 마모를 감소시키는 데 그 목적이 있다.

철도차량 동적해석에서 안정성 개념은 Redtenbacher¹⁾에 의해 처음 시도되었다. Boedecker²⁾는 2축 차량의 헌팅운동을 안정성 측면에서 해석하였다. Carter³⁾는 관성력을 고려한 선형법칙을 이용하여 크리이프력을 계산하고, Routh의 안정성 판별을 이용하여 철도차량의 안정성을 해석하였다. Matsudaira⁴⁾는 2축 차량의 헌팅운동에 대한 해석에서 Carter와 Rocard와 달리 가로와 세로 현가강성을 사용하여, 마모된 차륜과 레일의 동적 안정성을 검토하였다. 또한 Matsudaira는 철도차량 동역학에 자려진동이라는 표현을 처음으로 사용하였고, Routh-Hurwitz 안정성 판별을 사용하여 2축 차량의 헌팅 주파수와 임계속도를 계산하였다. Fujimoto⁵⁾는 궤도의 불규칙도와 철도차량의 동적거동을 규명하기 위하여 실제 궤도를 만들어 차량의 응답을 연구한 바 있다.

본 연구에서는 KTX 한량의 동적거동을 해석하기 위하여 해석모델을 이용하여 운동방정식을 유도하고, 이를 수치해석하여 KTX의 임계속도를 계산하였다. 그리고 상용 소프트웨어인 ADAMS/RAIL로 시뮬레이션을 수행하여 KTX의 동특성을 검토하였다. 또한 KTX의 설계변수인 차륜담면구배와 차륜/레일 간극의 변화에 따른 임계속도의 변화를 검토하였다.

* 성균관대학교 박사과정, 학생회원

** 한국철도기술연구원 선임연구원, 정회원

*** 성균관대학교 교수, 정회원

2. 차량의 운동방정식

KTX 한량에 대한 운동은 Fig. 1의 KTX 해석모델로부터 Table 1과 같은 총 17개 자유도를 갖는 식 (1)과 같은 운동방정식으로 표현할 수 있다.

Table 1 The degree of freedom of the KTX car

| Name | Wheelset | Bogie | Car body | Total |
|---------|----------|-------|----------|-------|
| Lateral | 1×4=4 | 1×2=2 | 1×1=1 | 7 |
| Rolling | 1×4=4 | 1×2=2 | 1×1=1 | 7 |
| Yawing | 0 | 1×2=2 | 1×1=1 | 3 |
| Total | 8 | 6 | 3 | 17 |

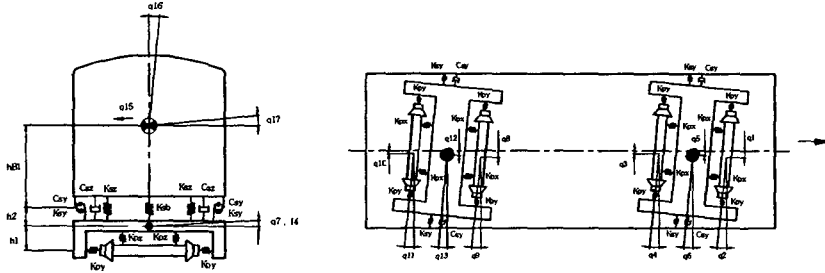


Fig. 1 Analytical model of a KTX car

$$\begin{aligned}
 m_w \ddot{q}_1 + A_1 + 2F_{x1} + F_T(q_1) &= 0 & I_{wy} \ddot{q}_2 + A_3 + 2aF_{y1} &= 0 \\
 m_w \ddot{q}_3 + A_2 + 2F_{x2} + F_T(q_3) &= 0 & I_{wy} \ddot{q}_4 + A_4 + 2aF_{y2} &= 0 \\
 m_f \ddot{q}_5 - A_1 - A_2 + A_5 &= 0 \\
 I_{fy} \ddot{q}_6 - bA_1 + bA_2 - A_3 - A_4 + A_6 &= 0 & I_{fr} \ddot{q}_7 - h_1A_1 - h_1A_2 - h_2A_5 + A_7 &= 0 \\
 m_w \ddot{q}_8 + A_8 + 2F_{x1} + F_T(q_8) &= 0 & I_{wy} \ddot{q}_9 + A_{10} + 2aF_{y1} &= 0 \\
 m_w \ddot{q}_{10} + A_9 + 2F_{x2} + F_T(q_{10}) &= 0 & I_{wy} \ddot{q}_{11} + A_{11} + 2aF_{y2} &= 0 \\
 m_f \ddot{q}_{12} - A_8 - A_9 + A_{12} &= 0 \\
 I_{fy} \ddot{q}_{13} - bA_8 + bA_9 - A_{10} - A_{11} + A_{13} &= 0 & I_{fr} \ddot{q}_{14} - h_1A_8 - h_1A_9 - h_2A_{12} + A_{14} &= 0 \\
 m_c \ddot{q}_{15} + 2k_{sy}A_{15} + 2c_{sy}A_{16} + 2k_{sy}A_{17} + 2c_{sy}A_{18} &= 0 \\
 I_{cx} \ddot{q}_{16} + 2lk_{sy}A_{15} + 2lc_{sy}A_{16} - 2lk_{sy}A_{17} - 2lc_{sy}A_{18} &= 0 \\
 I_{cx} \ddot{q}_{17} + 2h_{b1}k_{sy}A_{15} + 2h_{b1}c_{sy}A_{16} + 2h_{b1}k_{sy}A_{17} + 2h_{b1}c_{sy}A_{18} &= 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 2k_{py}(q_1 - q_5 - bq_6), & A_2 &= 2k_{py}(q_3 - q_5 + bq_6) \\
 A_3 &= 2k_{px}d_1^2(q_2 - q_6), & A_4 &= 2k_{px}d_1^2(q_4 - q_6) \\
 A_5 &= 2k_{sy}(q_5 - q_{15} - h_{b1}q_{17} - lq_{16}) + 2c_{sy}(\dot{q}_5 - \dot{q}_{15} - h_{b1}\dot{q}_{17} - l\dot{q}_{16}) & A_6 &= k_{sb}(q_6 - q_{16})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_7 &= 2c_{sz}d_2^2(\dot{q}_7 - \dot{q}_{17}) + 2k_{sz}d_2^2(q_7 - q_{17}) + 4k_{px}d_1^2(q_7 - q_{17}) & A_8 &= 2k_{py}(q_8 - q_{12} - bq_{13}), \\
A_9 &= 2k_{py}(q_{10} - q_{12} + bq_{13}) & A_{10} &= 2k_{px}d_1^2(q_9 - q_{13}) & A_{11} &= 2k_2d_1^2(q_{11} - q_{13}) \\
A_{12} &= 2k_{sy}(q_{12} - q_{15} - h_{b1}q_{17} - lq_{16}) + 2c_{sy}(\dot{q}_{12} - \dot{q}_{15} - h_{b1}\dot{q}_{17} - l\dot{q}_{16}) & A_{13} &= k_{sb}(q_{13} - q_{16}) \\
A_{14} &= 2c_{sz}d_2^2(\dot{q}_{14} - \dot{q}_{17}) + 2k_{sz}d_2^2(q_{14} - q_{17}) + 4k_{px}d_1^2(q_{14} - q_{17}) \\
A_{15} &= (q_{15} - q_5 + h_{b1}q_{17} + h_2q_7) & A_{16} &= (\dot{q}_{15} - \dot{q}_5 + h_{b1}\dot{q}_{17} + h_2\dot{q}_7) \\
A_{17} &= (q_{15} - q_{12} + h_{b1}q_{17} + h_2q_{14}) & A_{18} &= (\dot{q}_{15} - \dot{q}_{12} + h_{b1}\dot{q}_{17} + h_2\dot{q}_{14})
\end{aligned}$$

KTX 해석모델에 차륜 플랜지가 레일에 접촉하는 플랜지의 거동을 식(2)와 같은 비선형항을 추가하여 수치해석시 사용하였다⁶⁾.

$$F_T(q_i) = \begin{cases} k_0(q_i - \delta), & \delta < q_i \\ 0, & -\delta \leq q_i \leq \delta \\ k_0(q_i + \delta), & q_i < -\delta \end{cases} \quad i = 1, 3, 8, 10 \quad (2)$$

3. 수치해석

차륜과 레일간의 접촉에 의한 크리이프력과 차륜 플랜지 거동 등의 비선형항이 포함된 17 자유도계의 운동방정식을 이론적으로 해석하는 것은 불가능하므로 컴퓨터를 이용한 수치해석을 통하여 동특성을 예측해 볼 수밖에 없다. KTX 한량에 대한 운동을 수치해석하기 위하여 식(1)과 같은 차량의 운동방정식을 4차 Runge-Kutta 방법으로 수치해석을 수행하였다. Table 2는 본 연구에서 사용된 KTX 동력차의 사양이다⁷⁾.

Table 2 Specifications of the KTX car

| Index | Terms | Symbol | Units | Input |
|-----------|---|------------------|--------------|----------------|
| Car | Weight of the Car body | m_c | ton | 54.96 |
| Body | Moment of Inertia Roll & Pitching, Yaw | I_{cr}, I_{cv} | $Mg \cdot m$ | 59,445,1112.94 |
| Boige | Weight of the Bogie | m_b | ton | 2.42 |
| Frame | Moment of Inertia Roll & Pitching, Yaw | I_{fr}, I_{fv} | $Mg \cdot m$ | 1.645,3.036 |
| Axle | Weight of the Axle | m_w | ton | 2.05 |
| | Moment of Inertia Roll & Yaw | I_w | $Mg \cdot m$ | 1.031 |
| | Half of Wheel Diameter | r | m | 0.46 |
| Dimension | Half of Axle Distance | b | m | 1.5 |
| | Half of Bogie Distance | ℓ | m | 9.35 |
| | Half of Between 1'st Spring | d_1 | m | 1.016 |
| | Half of Between 2'nd Suspension Center | d_2 | m | 1.05 |
| 1st S/P | Longitudinal Stiffness | k_{ox} | MN/m | 40 |
| | Lateral Stiffness | k_{oy} | MN/m | 9 |
| | Vertical Stiffness | k_{oz} | MN/m | 3.646 |
| 2nd S/P | Vertical Stiffness | k_{sz} | MN/m | 1.27 |
| | Lateral Stiffness | k_{sy} | MN/m | 0.303 |
| | Bolster Stiffness | k_{sb} | MN/m | 0.165 |
| Damper | Vertical Damper Coefficient | c_{sz} | MN/m | 0.02 |
| | Lateral Damper Coefficient | c_{sy} | MN/m | 0.1 |
| Contact | Lateral Track Stiffness | k_0 | MN/m | 14.6 |
| | Rail-flange Clearance | δ | m | 0.009 |
| | Effective Conicity | λ | | 0.025 |
| | Half Lateral Distance of Wheel Contact Points | a | m | 0.75 |

Fig. 2는 차륜 플랜지와 레일의 접촉에 의해 발생하는 플랜지의 거동에 대한 비선형항을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 차량 횡변위의 변화를 나타내고 있다. Fig. 2에서와 같이 플랜지와 레일의 접촉을 고려하지 않은 경우, 차량의 횡변위는 지속적으로 증가하는 현상이 발생하였고, 고려한 경우에는 차륜 플랜지와 레일의 허용한도 내에서 차량의 횡변위가 일정함을 나타내고 있다. 차륜 플랜지 접촉에 의해 차량의 횡압 증가와 마모 및 탈선 등의 차량 주행 안전성면에서 영향을 줄 수 있으므로 정확한 수치해석을 수행하기 위해서는 반드시 플랜지의 거동이 고려되어야함을 알 수 있다.

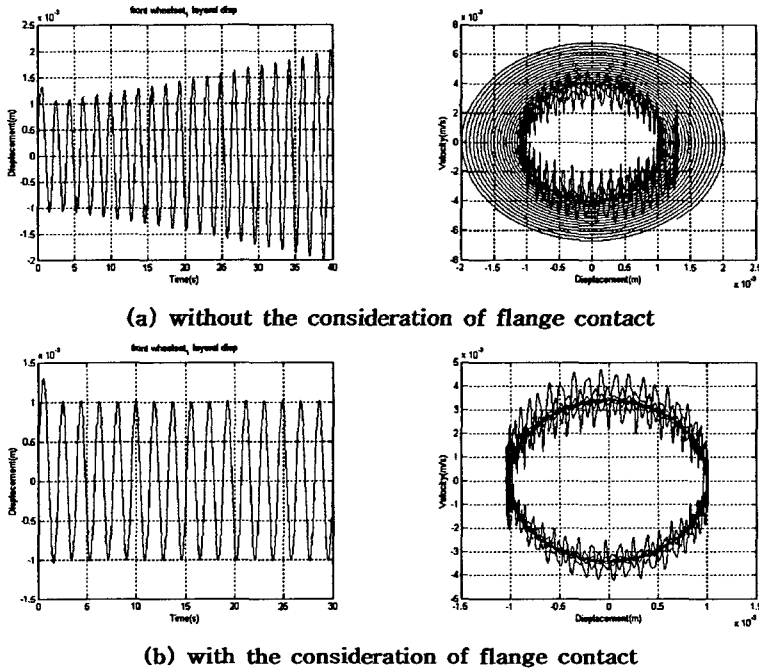
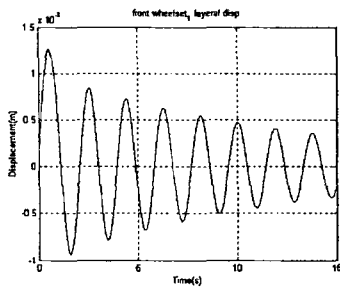


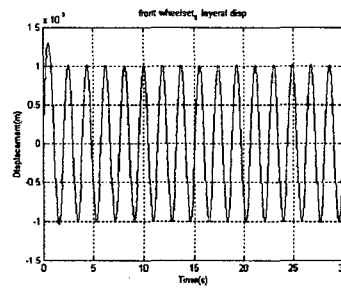
Fig. 2 The lateral responses of the KTX at 370km/h

3. 1 임계속도

KTX 한량의 임계속도를 계산하기 위해 시간영역에서 수치해석을 수행하였고, 속도를 증가시키며 횡변위의 지속여부로 임계속도를 예측하였다. Fig. 3는 일정 주행속도에서의 차량에 대한 횡변위를 나타내고 있다. 주행속도가 임계속도보다 작을 때, 차량 횡변위는 초기 변위량의 시간이 지날수록 감소하나 주행속도가 임계속도보다 클 때는 시간이 지남에 따라 초기 변위량이 점점 증폭되어 일정한 진폭을 갖는 진동을 하게 된다. 임계속도를 예측하기 위하여 차량 주행속도를 영에서부터 서서히 증가시켜 보았다. Fig. 3에서와 같이 주어진 KTX의 설계조건으로부터 360km/h에서는 횡변위가 점차 감소되었으나, 370km/h에서는 횡변위가 감소되지 않고 지속되는 상태를 나타내고 있어, 이 부근의 속도가 임계속도임을 알 수 있다. Fig. 4는 임계속도에서 발생하는 윤축의 횡변위, 요잉과 대차·차체의 횡변위, 요잉 및 롤링에 대한 주파수 성분을 분석한 결과이다. 시간영역에서 샘플링 시간을 0.001초로 하여 차량 각부의 횡변위, 요, 롤변위에 대한 응답을 측정하였고, 이를 주파수 영역에서 분석하였다. 주파수 응답은 데이터 개수가 총 30000개 정도로 1024개씩 10개로 나누어 분석하였고, Hanning window를 사용한 후 평균을 취하여 주파수 특성을 파악하였다. Table 3에서와 같이 윤축의 횡변위와 요잉 진동수는 각각 2.9Hz, 8.8Hz이고, 대차의 횡변위, 요잉 및 롤링 진동수는 3.9Hz, 8.8Hz, 4.88Hz이다. 또한 차체의 횡변위, 요잉 및 롤링 진동수는 4.88Hz, 1.95Hz, 4.88Hz의 주파수 성분으로 구성되어 있음을 알 수 있었다.



(a) v=360km/h



(b) v=370km/h

Fig. 3 Numerical results for the lateral displacement of the KTX

Table 3 Frequency components of the KTX(Hz)

| Name | Wheelset | Bogie | Car body |
|---------|----------|-------|----------|
| Lateral | 2.93 | 3.90 | 4.88 |
| Rolling | 8.80 | 8.80 | 1.95 |
| Yawing | | 4.88 | 4.88 |

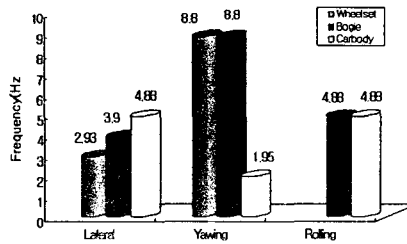


Fig. 4 Frequency components of the KTX motions

3. 2 안정성 해석 및 진동모드

ADAMS/RAIL을 이용하여 KTX 한량의 동특성을 검토하였다. KTX의 완편성 20량 전체에 대한 해석은 정확한 모델링의 어려움과 장시간의 해석시간이 필요함으로 KTX 한 량에 대한 동특성 검토를 하였다⁸⁾. 시뮬레이션에서는 안정성해석 및 임계속도에서의 모드해석을 수행하였다. ADAMS/RAIL은 계의 구성요소(질량, 강성, 댐퍼, 비선형 특성 등)만을 정의하면 프로그램 스스로 운동방정식을 작성하여 해석하는 상용 프로그램으로 본 연구에서는 윤축(4), 대차(2), 차체(1)의 구성요소(총 50 자유도계)를 정의하고 이에 스프링 및 댐퍼장치를 이용하여 결합하였다. Fig. 5는 ADAMS/RAIL에서 사용한 KTX 한량의 모델링을 나타내고 있다.

Table 4 Specifications of the KTX car

| Dimension | Carbody | Bogie | Wheelset |
|---|-----------|-------|----------|
| Length(m) | 22.517 | 3.81 | |
| Height(m) | 3.64 | 0.766 | |
| Width(m) | 2.814 | 2.777 | |
| Mass(kg) | 54,960 | 2,420 | 2,050 |
| Roll gyration moment(kg · m ²) | 59400 | 1,645 | 824.8 |
| Pitch gyration moment(kg · m ²) | 1,131,900 | 3,068 | 824.8 |
| Yaw gyration moment(kg · m ²) | 1,112,000 | 2,559 | 1,031 |

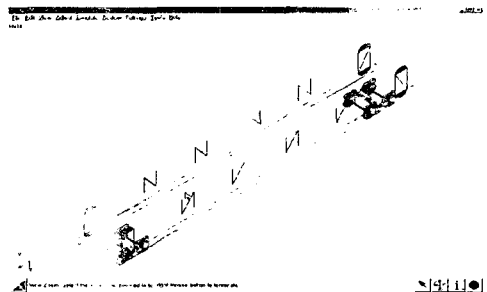


Fig. 5 Model of the ADAMS/RAIL

Fig. 6은 주행속도 변화에 따른 KTX 한량의 안정성 해석결과를 나타내고 있다. ADAMS/RAIL을 통한 고유치 해석결과, 주행속도 400km/h에서 고유치 실근이 음(-)에서 양(+)^{이 되어 이 부근의 속도가 임계속도임을 확인할 수 있었다.}

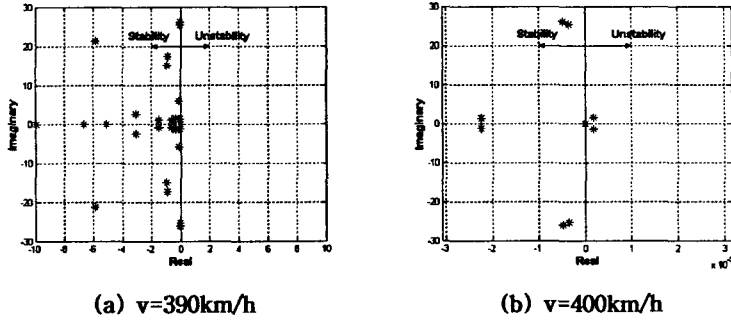


Fig. 6 Stability of the KTX

Fig. 7은 KTX 임계속도에서의 모드해석한 결과를 나타내고 있다. Fig. 7에서와 같이 0.85Hz에서는 롤링이 3.028Hz에서는 대차에 의한 차체의 요잉이 6.438Hz에서는 대차와 윤축의 요잉현상이 나타나고 있다.

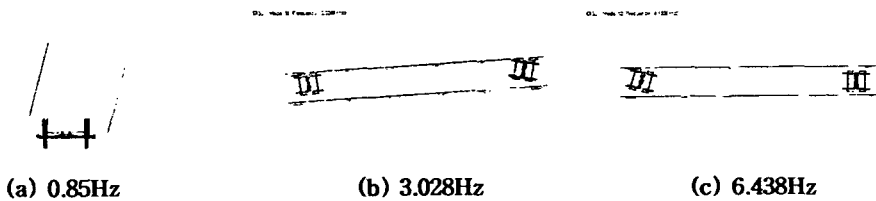


Fig. 7 Vibration modes

Fig. 8과 9는 KTX의 설계변수인 차륜 담면구배와 차륜/레일의 접촉거리의 변화에 따른 임계속도의 변화를 나타내고 있다. Fig. 9와 10에서와 같이 임계속도는 차륜 담면구배가 감소함에 따라 증가하고, 차륜과 레일의 접촉거리가 증가함에 따라 감소함을 알 수 있다.

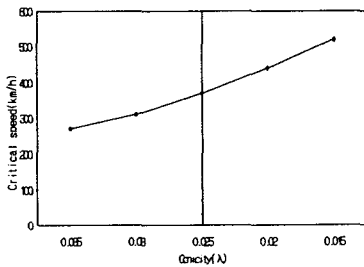


Fig. 8 Critical speed versus wheel conicity

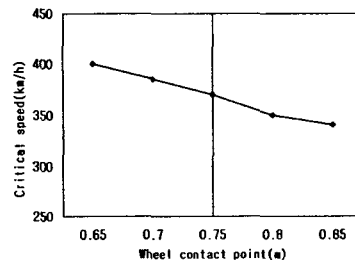


Fig. 9 Critical speed versus wheel contact point

4. 결론

본 연구에서는 KTX 한량에 대한 진동특성을 해석하기 위하여 좌우계(17자유도)로 모델링하여 운동방정식을 유도하였고, 유도된 비선형 운동방정식에 대한 수치해석과 안정성 해석을 수행하였다. 해석모델로부터 유도된 운동방정식에 의한 수치해석과 안정성 해석의 결과에서 고속전철 한량의 임계속도는 수치해석시 370km/h, 안정성 해석에서는 400km/h로 계산되어 거의 일치함을 알 수 있었다. 또한 임계속도에서 윤축, 대차, 차체의 횡변위, 요변위 및 롤변위에 대한 데이터의 주파수 성분을 분석한 결과, 윤축의 횡변위와 요변위 진동수는 2.9Hz, 8.8Hz, 대차의 횡변위, 요변위 및 롤변위 진동수는 3.9Hz, 8.8Hz, 4.88Hz, 차체의 횡변위, 요변위, 롤변위 진동수는 4.88Hz, 1.95Hz, 4.88Hz의 주파수 성분으로 구성되어 있음을 알 수 있었다. ADAMS/RAIL을 이용한 시뮬레이션 결과, 차체는 윤축과 대차의 사행동에 의해 요잉이 있음을 알 수 있었다. 또한 KTX의 설계변수인 차륜과 레일의 접촉거리와 차륜 담면구배의 변화에 따른 임계속도는 차륜과 레일의 접촉거리가 증가함에 따라 감소하고 차륜 담면구배가 증가함에 따라 감소함을 알 수 있었다.

후기

본 연구는 2002년 한국철도기술연구원 연구과제인 “다량편성 고속전철의 진동전파현상 모델링” 과제의 일환으로 수행되었습니다. 관계기관 여러분께 감사 드립니다.

참고문헌

1. F. J. Redtenbacher, "Die Gesetze des Locomotiv-Baues," Verlag von Friedrich Bassermann, Mannheim, 1855.
2. Chr. Boedecker, "Die Wirkungen zwischen Rad und Schiene und ihre Einflüsse auf den Lauf und den Bewegungs widerstand der Fahrzeuge in den Eisenbahnzügen," Hahnsche Buchhandlung, Hannover, 1887.
3. F. W. Carter, "The electric locomotive," Proc. Inst. Civil Engr., 201, pp. 221~252, 1915.
4. T. Matsudaira. "Shimmy of axles with pair of wheels in Japanese," Journal of Railway Engineering Research, pp. 16~26, 1952.
5. H. Fujimoto and K. Tanifuji, "Influence of Track Gauge Variation on Rail Vehicle dynamics," Proc. Instn. Mech. Engrs. Vol. 214 Part F, 2000.
6. U. Galvanetto and L. Briseghella, "Optimal Axle Distance of a Railway Bogie," International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 7, No. 3, pp. 721~732, 1997.
7. "고속철도 차량 시스템 엔지니어링", 제2권, 한국고속철도, 1996.
8. "GETTING STARTED USING ADAMS VERSION 11.0," Mechanical Dynamics co., 2002.