

자연대류를 고려한 전류도입선의 최적설계

손봉준[†]·설승윤^{*}

Optimal design of Current lead considering Natural convection

B.J.Son, S.Y.Seol

Key Words: Current lead(전류도입선), Natural Convection(자연대류), Refrigerator(냉동기)

Abstract

In this paper, the current lead for superconducting device is studied by numerical method. The current lead is cooled by surrounded N₂ gas by natural convection. The heat conduction equation for current lead and boundary layer equation for N₂ gas must be solved simultaneously. The boundary layer equation for N₂ gas is highly nonlinear for varied temperature of current lead. So the linearization method is adopted for simplicity. Numerical results using natural convection cooling are compared with the conventional cooling methods such as conduction cooling and vapor cooling methods. The main difference of natural convection cooling is the non-zero temperature gradient at the top of current lead for the minimum heat dissipation into superconducting devices. For the optimized conduction-cooling and vapor-cooling current leads, the temperature gradient at the top of current lead is zero. Also, the heat flow at the cold end is much smaller than conduction cooling case.

기호설명

k	thermal conductivity, W/m · K
ρ	electrical resistance, Ω
B	Wiedemann-Franz-Lorentz constant, 2.45 x 10 ⁻⁸ W Ω K
A	cross sectional area, m ²
P	perimeter, m
I	current, A
g	gravitational acceleration, m/s ²
β	volumetric thermal expansion coefficient, K ⁻¹
a	thermal diffusivity, m ² /s
ν	kinematic viscosity, m ² /s
Nu	Nusselt number
Pr	Prandtl number

Gr	Grashof number, $g\beta T_w x^3 / \nu^2$
IL/A	shape factor, AK/W
Ra	Rayleigh number, $g\beta T_w x^3 / a \nu^2$
FOM	Figure of merit of refrigerator,
W_{ref}	refrigerator power, W
Q	heat flow, W
Subscript	
H	warm end of current lead
L	cold end of current lead
R	refrigerator
v	vapor
opt	optimum

1. 서론

전류도입선(current lead)은 모든 초전도 시스템에서 사용되는 주요 부품으로써 상온에서 극저온 상태의 초전도자석(superconducting magnet)에 전류를 공급하는 역할을 수행하며, 전류도입선의

[†] 전남대학교 기계공학과 대학원
E-mail : kgenine@korea.com
TEL : (062)530-0225 FAX : (062)530-1689
^{*} 전남대학교 기계시스템공학부 부교수

냉각비용은 초전도 시스템의 작동비용 중 상당한 부분을 차지한다. 전류도입선은 큰 전류를 공급하기 위해서 단면적이 충분히 커야 하지만, 이로 인해 저온부로 전도에 의한 열유입이 증가하고, 이는 초전도 시스템의 작동비용 증가에 큰 원인이 된다. 따라서 초전도 장치의 작동비용 감소를 위해서는 저온부로의 열유입을 최소화하는 전류도입선의 설계가 필요하다. 한편, 전류도입선은 냉각 방식에 따라 전도냉각(conduction cooling)과 가스냉각(vapor cooling)으로 구분된다. 전도 냉각은 초전도 시스템의 방향에 상관없이 냉각이 가능하다는 장점을 지니고 있지만 냉동기의 소요동력이 매우 커지는 단점이 있다. 가스냉각은 전류의 흐름에 따라 발생하는 줄열에 의해 증발된 저온 가스가 전류 도입선의 주위로 흐르게 하여 냉각하는 방법이다. 이 경우 냉동기의 동력은 전도 냉각에 비해 적게 요구되나, 증발된 가스가 회수되지 않고 대기로 방출됨에 따라 냉매로 쓰이는 액체의 충전이 필요하여 작동비용이 증가하는 단점이 있다.

이러한 단점을 보완하기 위해 저온용기의 내부를 액체의 포화 압력이하로 유지시켜 저온 기체의 자연대류 효과를 이용하여 전류도입선을 냉각시키는 방법이 제안되었다. 이러한 자연대류 냉각을 이용하면 저온 액체의 사용량 감소로 인한 경제적 효과와 냉동기의 소요동력이 작아지는 장점이 있을 것으로 생각된다.

지금까지 구리 등을 이용한 상전도 전류도입선에 관한 연구는 다양하게 이루어져왔고, Buyanov는 여러 가지 조건에 따른 설계 공식을 집대성하였다.[1] 또한, Wilson은 그의 저서에서 일반 금속 전류도입선에 대한 최적설계를 해석적인 방법으로 제시하였다.[2] 최근에는 상전도체와 초전도체를 결합시켜 냉동기를 이용하여 냉각시키는 이중 냉각 전류도입선에 대한 연구들도 진행되고 있으며,[3][4] 헬륨가스를 강제로 전류도입선 주위로 공급시켜 냉각하는 방법에 대한 연구결과도 발표되었다.[5] 그러나 이러한 연구들은 모두 전도 냉각이나 가스냉각의 경우에 한하여 수행되었다.

따라서, 본 연구에서는 자연대류 냉각을 이용한 전류도입선의 해석을 수행하고 이를 전도냉각이나 가스냉각과 비교하여 자연대류 냉각의 효율성을 고찰 하고자 한다.

2. 본 론

2.1 해석 모델 및 지배 방정식

본 연구에서는 저온냉동기에 의해 일정한 온도로 유지되는 액체 질소에 전류도입선의 하부가 잠겨 있고, 저장용기 내부는 압력이 포화압력보다 낮은 질소가스가 가득 차 있는 초전도 시스템 중 Fig.1과 같이 구리로 이루어진 상전도 도입선을 해석의 영역으로 삼았다. 해석모델을 살펴보면, 전류도입선의 상부는 상온으로 유지되며 하부는 액체 질소에 잠겨 있다. 전류도입선에 전류가 흐르게 되면 줄열의 발생에 의해 전류도입선 주위에는 부력에 의한 유동이 생기게 된다. 이러한 유동에 의해 전류도입선의 냉각 효과를 얻을 수 있다.

전류 도입선 내부의 온도는 반경 방향과 원주 방향의 온도 구배(gradient)가 축 방향에 비해 매우 작으므로 1차원 열전도 문제로 간주하였다. 전류도입선의 재료인 이산화구리(phosphrous de-oxidized copper)의 열전도도(k)와 전기저항(ρ)이 식(1)과 같이 표현되는 Wiedermann-Franz의 법칙을 따른다고 하였을 때, 전류 도입선의 일차원 열평형 방정식은 식(2)와 같다.

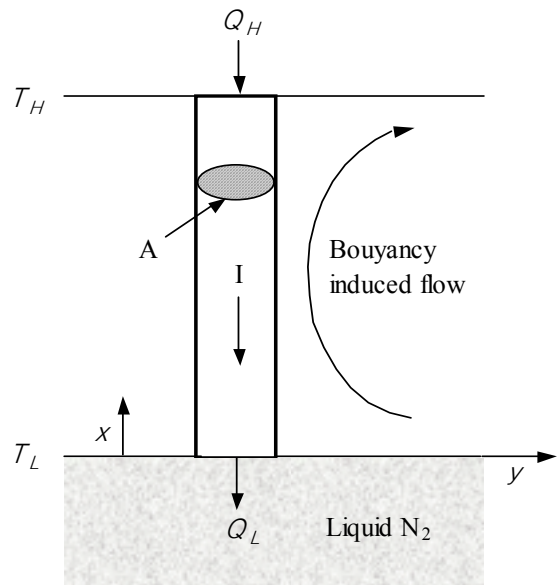


Fig. 1 Schematic of analysis model

$$k(T)\rho(T) = BT \tag{1}$$

$$\frac{d}{dx} \left(k(T)A \frac{dT}{dx} \right) + \frac{B}{k} T \frac{I^2}{A} - q_w(x)P = 0 \tag{2}$$

식(2)에서 열전도계수는 온도의 함수이고, $q_w(x)$ 는 전류도입선에서 질소 가스로 유출되는 열유속을 나타내고 있다. 한편, 저온용기 내의 질소가스에 대한 지배방정식은 2차원 정상상태, 층류 유동이라고 가정하고, 운동량 방정식의 밀도를 제외한 모든 유체 물성치가 상수라는 Boussinesq approximation을 적용하면 식(3)~(5)와 같이 나타낼 수 있다. 전류 도입선의 면적이 저온용기에 비해 상당히 작고, 경계층의 두께가 전류도입선의 직경보다는 작다는 가정 하에 평판으로 간주하였다.[6]

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta T \quad (4)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (5)$$

식(4), (5)에서의 T 는 질소가스와 전류 도입선의 온도차이를 의미하고, 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{cases} y=0 & u=v=0, T= T_w(x) \\ y \rightarrow \infty & u \rightarrow 0, T \rightarrow 0 \\ x=0 & u=0, T=0 \end{cases} \quad (6)$$

2.2 선형화 방법

식(2)에서 전류도입선의 온도 분포를 구하기 위해서는 저온용기내의 질소가스에 관한 식(3)~(5)의 해를 구하여야 한다. 이러한 해를 구하는 여러 가지 방법 중 가장 간단한 경우는 고온단(T_H)와 저온단(T_L)의 평균온도를 취한 Nu 를 구하여 평균 열전달계수를 이용하는 것이다. 그러나 본 연구에서는 반복적인 방법으로 온도 분포가 구해지므로 평균온도를 정의하는데 어려움이 있다. 또한, 과도한 전류가 흐를 경우에는 전류 도입선의 온도가 고온단의 온도보다 높게 되는 경우가 존재하므로 평균 열전달계수를 적용하는 데는 한계가 있다.

따라서 본 연구에서는 벽면의 온도가 Fig.2(a)와 같이 임의의 분포를 가지고 있는 경우에 식(7)과 같이 유효속도(effective velocity) u_e 를 통해 대류항을 선형화 시켜 자연대류 열전달을 근사시키는 방법인 S. Lee와 M. M. Yovanovich의 선형화 방법(linearization method)을 이용하여 유체 영역의 대류 열전달 방정식의 해를 구하였다.[7] 식(7)을 이용하면 에너지 방정식과 운동량 방정식은 분리(decoupled)되어 각각의 해를 구할 수 있다.

$$u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \approx u_e(x) \frac{\partial}{\partial x} \quad (7)$$

Fig.2(b)는 온도분포를 다수의 구간으로 나누는 경우의 경계층의 형상을 보여주고 있다.

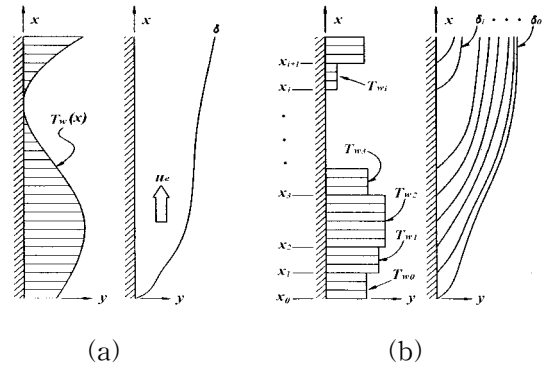


Fig. 2 Schematic of surface temperature and development of boundary layer (a) continuous variation, (b) step changes

이때의 벽면에서의 열유속은 선형화 방법을 통해 구한 온도장을 통해 식(8)과 같이 나타나며, 계수 C 는 식(9)와 같다.

$$q_w = C \frac{k}{x} \overline{Gr}_x^{1/4} \sum_{i=0}^x \Delta T_w \left[1 - \left(\frac{x_i}{x} \right)^{9/8} \right]^{-(1/3+1/8)} \quad (8)$$

$$C = \frac{0.503 Pr^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}} \quad (9)$$

식(8)에서 \overline{Gr}_x 를 계산하기 위한 평균온도는 식(10)을 통해 구해지고, ΔT_w 는 식(11)과 같이 정의된다.

$$\overline{T_w} = \frac{1}{x} \int_0^x T_w(\xi) d\xi \quad (10)$$

$$\Delta T_{w_i} = T_{w_i} - T_{w_{i-1}} \quad (11)$$

2.3 수치 해석

본 연구는 이산화구리로 이루어진 전류 도입선을 일차원 FDM을 이용하여 해석하였다. Fig.3은 해석에 사용된 i 번째 격자의 에너지 평형을 나타내고 있다.

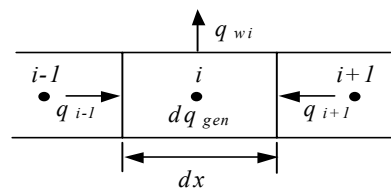


Fig. 3 Schematic of i _th grid

이때의 이산화 방정식은 식(12)와 같이 나타낼 수 있고, 위 첨자 n 은 계산 단계를 의미한다.

일반적으로 유체와 고체의 경계면에서의 열전달 문제는 유체영역의 대류 열전달 문제와 고체영역의 확산 과정을 반복적인 방법으로 풀어야 한다.

$$k(T_{i-1}^n)A \frac{T_{i-1}^n - T_i^n}{dx} + k(T_{i+1}^n)A \frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{dx} + \frac{B}{k(T_i^n)} T_i^n \frac{I^2}{A} dx - q^{n-1} P dx = 0 \quad (12)$$

따라서, 본 연구에서는 먼저 전류 도입선의 온도 분포를 가정하고, 선형화 기법을 적용하여 가정된 온도분포를 가진 전류 도입선 표면에서의 열유속을 계산하고, 이를 다시 일차원 열평형 방정식의 경계조건으로 대입하여 전류 도입선의 온도를 구하는 반복적 방법을 사용하였다. 이때 열평형 방정식은 식(12)로 표현되는 Gauss-siedel iteration method를 이용하였으며 전 단계와의 오차의 총합이 수렴 조건인 $1e-5$ 이하가 되었을 때 계산을 종료하였다. 또한, 식(12)의 미지수 T_i^n 에 대한 방정식은 Newton-Raphson 방법을 이용하여 해를 구하였다.

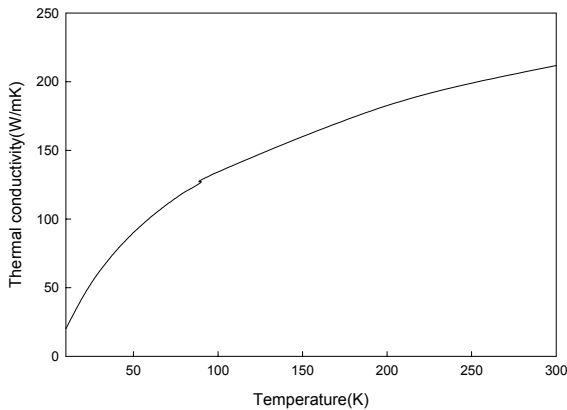


Fig. 4 Thermal conductivity of phosphorous deoxidized copper

한편, 이산화 구리의 열전도 계수는 Fig.4와 같이 온도에 따른 비선형 분포를 보인다.[2] 이러한 비선형 문제의 경우에는 수렴 조건과 격자의 크기에 따라 해가 격자의존성(grid dependence)를 보이는데, 본 해석에서는 격자 수에 따른 해석결과들 사이의 오차를 계산하여 오차의 총합이 0.01%

이하가 되는 경우를 검토하여, 170개의 격자로 나누어 계산을 수행하였다.

3. 결과 및 고찰

Fig.5에서는 평균 Nu 를 이용하여 구한 열전달 계수를 이용한 경우와 선형화 방법을 이용하는 경우에 형상계수가 2.5465e5일 때의 전류 도입선의 온도 분포의 차이를 보여주고 있다. 여기에서, 형상계수(shape factor)는 IL/A 로 정의되며 전류도입선의 형상 즉, 단면적과 길이에 따라 흘러 보낼 수 있는 전류의 양을 나타내는 값이다. 평균 Nu 를 구하는데는 식(13)과 같은 Churchill과 Chu의 상관 관계식을 이용하였다.[6]

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad (13)$$

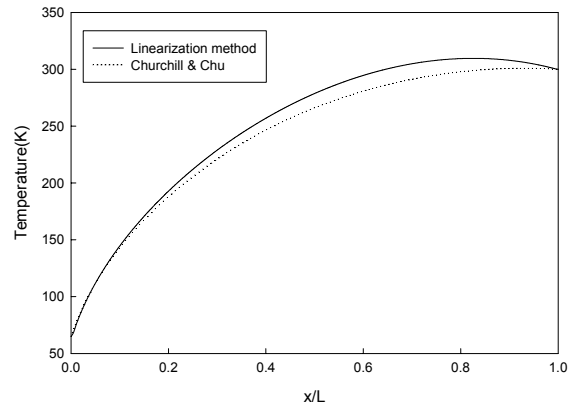


Fig. 5 Temperature distribution with different calculation method

Fig.5를 살펴보면 전류 도입선의 하단부에서는 온도분포가 거의 일치하지만, 상단부로 갈수록 온도차이가 커짐을 알 수 있다. 그 이유로는 Fig.5의 경우는 형상계수 값이 커서 전류도입선의 온도가 상단부의 온도보다 커지는 부분이 존재하고, 고온부로 갈수록 온도분포의 비선형성이 증가하기 때문이라 판단된다. 따라서 본 연구에서는 해석의 정확성을 위해 선형화 방법을 적용하였다.

Fig.6은 선형화 방법을 적용하여 해석한 전류도입선의 온도 분포를 나타내고 있고, IL/A_{OPT} 는 전류도입선의 하부로의 열 유입량이 최소값을 가

질 때의 형상계수를 나타낸다. Fig.6의 온도 분포 양상을 살펴보면 자연대류 냉각의 경우 전류도입선의 저온부에서는 경계층의 발달이 미미하여 온도분포의 기울기가 크다는 것을 알 수 있다. 또한, 고온부로 갈수록 줄열의 발생에 따라 경계층이 두꺼워지고, 질소가스와의 온도차이가 커지므로 냉각효과가 증가하여 온도분포의 기울기가 더 완만해짐을 볼 수 있다. 이러한 결과는 전류도입선의 고온부에서 열유입이 없는 상태가 최적상태인 전도 냉각이나 가스냉각의 경우와는 다르다.[2] 자연대류 냉각 전류도입선의 경우는 상부의 열유입이 존재할 때 그 최적값이 나타나고 있는데, 그 이유는 전류도입선과 질소가스의 온도차이에 따른 냉각효과와 하부의 열유입량이 식(8)로 표현되는 전류도입선 표면의 열유속에 의해 영향을 받기 때문이다.

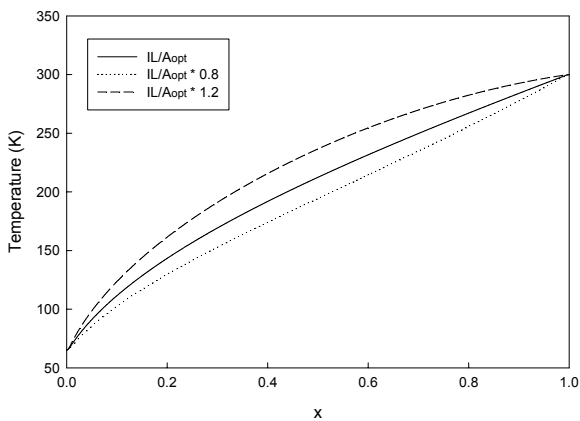


Fig. 6 Temperature profile with various shape factor

Fig. 7은 동일한 형상계수를 갖는 경우에 대한 냉각 방식별 온도분포를 보이고 있다. 전도냉각의 경우 전체적으로 높은 온도분포를 보이고, 저온부의 열유입량이 상당히 큰 것을 알 수 있다. 자연대류 냉각의 경우 전류도입선의 하단부에서는 냉각효과가 적어 전도 냉각과 비슷한 온도분포를 보이지만 상부로 갈수록 경계층에 의한 열 전달에 따라 가스냉각에 비해 낮은 온도를 보임을 알 수 있다. 한편, 저온부의 온도 기울기가 크다는 것은 하부의 열유입이 크다는 것을 의미하므로 Fig.7의 전류도입선 하단부의 온도 구배 (gradient)에서 자연대류냉각의 경우 가스냉각에 비해 냉동능력이 크게 요구됨을 알 수 있다.

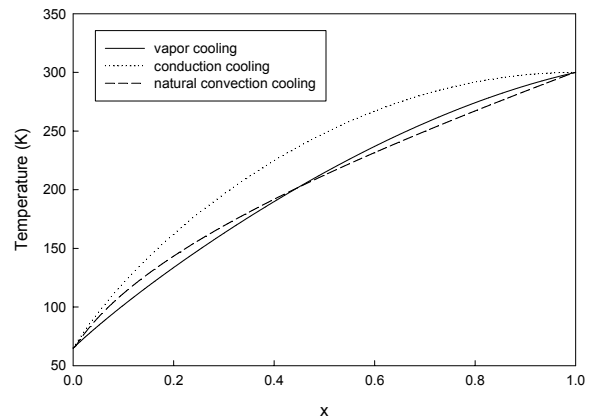


Fig. 7 Temperature distribution with various cooling method in optimum IL/A

자연대류 냉각 전류도입선의 효율성을 알아보기 위해 Fig.8에 형상계수에 따른 하부 열유입량의 분포를 구하고 전도냉각 및 가스냉각과 비교하였고, 최소값을 Table 1에 정리하였다. 전류도입선의 해석과 설계에 있어서는 단위 전류당 하부의 열유입량이 보다 중요한 의미를 가지므로 형상계수와 Q_L/I 를 비교하였다.

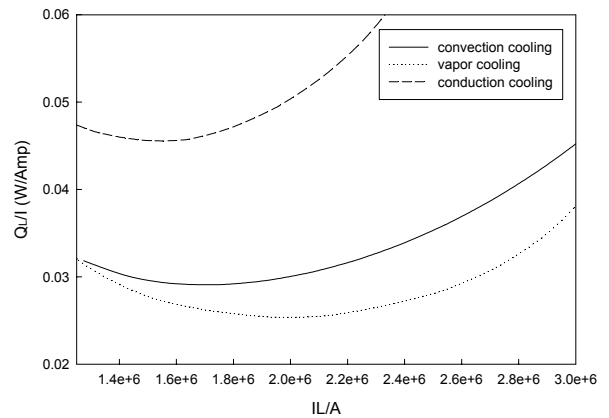


Fig. 8 Q_L/I as a shape factor in a various cooling method

Table 1 Optimum shape factor and Q_L/I

냉각 방법	형상계수	하부 열유입량
전도 냉각	1.59e6	0.046
자연대류 냉각	1.75e6	0.029
가스 냉각	1.92e6	0.026

Table 1에서 자연대류 냉각의 경우 최적 형상계수의 크기는 전도냉각에 비해 약 9%정도 증가한 반면, 하부로의 열유입량은 약 64%의 감소를 보인다는 것을 알 수 있다. 따라서 자연대류 냉각을 이용하면 하부로의 열유입량을 상당히 줄일 수 있고, 이에 따라 냉동기 동력의 감소를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

자연대류 냉각 전류 도입선의 해석을 일차원 열전도 방정식과 선형화 기법을 이용하여 수행하였다. 그 결과를 살펴보면, 자연대류 냉각의 경우 질소가스와 전류도입선의 열전달 효과에 의해 가스냉각이나 전도냉각과는 달리 상부에서의 열유입이 존재할 때 최적의 조건이 존재하였다. 또한, 전도냉각에 비해 형상계수의 차이는 작았으나, 하부로의 열유입량을 크게 줄일 수 있어서 냉동기의 요구동력을 낮출 수 있고, 질소가스의 충전이 필요 없으므로 초전도 시스템의 운용비용이 줄어드는 장점이 존재한다.

후 기

본 연구는 한국 과학재단 목적 기초연구 R-01-2000-000-00308-0(2002)의 지원으로 수행되었음.

참고문헌

- (1) Yu. L. Buyanov, "Current leads for use in cryogenic devices. Principle of design and formulae for design calculation", Cryogenics, Vol. 25, pp.94-110, 1985
- (2) M. N. Wilson, "Superconducting Magnets", Chapter 11, Clarendon Press. Oxford, 1983
- (3) Hull, J. R., Unal, A. and Chyu, M. C., "Analysis of self-cooled binary current leads containing high temperature superconductors", Cryogenics, Vol. 32, No. 9, pp.822-828, 1992
- (4) Ho-Myung Chang, Steven W. Van Sciver, "Thermodynamic optimization of conduction-cooled HTS current leads", Cryogenics, Vol 38, No. 7,

pp.729-736, 1998

- (5) R. Heller, S. Fink, G. Friesinger, A. Kienzler, A. Lingor, G. Schleinkofer, M. Süß er, A.Ulbricht, F. Wüchner, G. Zahn, "Development of forced flow cooled current leads for fusion magnets", Cryogenics, Vol. 41, No. 3, pp.201-211, 2001
- (6) Adrian Bejan, "Convection heat transfer", John Wiley & Sons, Inc., 1995
- (7) S. Lee, M. M. Yovanovich, "Linearization Method for Buoyancy Induced Flow over a Nonisothermal Vertical Plate", Journal of Thermophysics and Heat transfer, Vol. 7, No. 1, Jan-March 1993
- (8) R. F. Barron, "Cryogenic systems", Oxford, 1985