굴곡의 표면을 가진 금속의 레이저 용융에 대한 열 및 유체유동 해석

김영득* · 심복철** · 김우승†

An Analysis of Heat and Fluid Flow in the Laser Surface Melting with a Deformed Surface.

Young-Deuk Kim, Bok-Cheol Sim and Woo-Seung Kim

Key Words : Laser Melting(레이저 용융), Thermocapillary Convection(열모세관 대류), Deformed Surface(굴곡의 표면)

Abstract

Laser melting problems with deformed substrates are investigated by axisymmetric numerical simulations. Source-based method is used to solve the energy equation, and the momentum equations are solved in the liquid domain with SIMPLER algorithm. Using a laser beam with a top-hat heat flux distribution, this study is performed to examine the effect of surface deformation, beam power density and surface tension force on the melt pool during laser melting. Surface temperature decreases with increasing surface deformation, while surface velocity increases. It is found that surface deformation, beam power density and surface tension force have a very significant effect on heat transfer and fluid flow during laser melting.

기호설명

B_f	:	경계 가열 계수, $q'' r_0 C_{p1} k_1^{-1} \lambda^{-1}$
Ma	:	Marangoni 수, $R_\sigma \cdot \mathrm{Pr}$
Pr	:	Prandtl 수, $\nu \alpha^{-1}$
q''	:	레이저 빔의 열유속, $\mathrm{W\,m^{-2}}$
r_{max}	:	용융 풀의 최대 너비
r_0	:	레이저 빔의 반경
R_σ	:	표면장력 Reynolds 수, $U_R r_0 \nu^{-1}$
Ste	:	Stefan 수, $C_p(T_s - T_\infty)\lambda^{-1}$
U_R	:	표면장력 기준 속도, $\sigma_T \lambda C_{p1}^{-1} \mu^{-1}$
$\mathbf{u}$	:	무차원 속도 벡터
u	:	반경방향 속도
v	:	축방향 속도
P	:	압력, $\mathrm{N\,m^{-2}}$
H	:	금속의 무차원 높이
W	:	금속의 무차원 너비
D	:	자유표면의 굴곡 정도
θ	:	무차원 온도
σ_T	:	표면장력 온도계수$(\partial\sigma/\partial T)$, $\mathrm{N\,m^{-1}\,K^{-1}}$
k_1	:	고상의 열전도계수, $\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$
k_s	:	액상의 열전도계수, $\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$
t	:	시간
λ	:	용융잠열, $\mathrm{J\,kg^{-1}}$
C_p	:	비열, $\mathrm{J\,kg^{-1}m^{-1}}$
T_s	:	고상 온도, K
T_1	:	액상 온도, K
α_1	:	액상의 열확산계수, $\mathrm{m\,s^{-1}}$
f	:	액상분율

† 회원, 한양대학교 기계공학과
E-mail : wskim@hanyang.ac.kr
TEL : (031)400-5248 FAX : (031)418-0153
* 한양대학교 대학원 기계공학과
** 한양대학교 BK21 기계사업단

1. 서 론

레이저 금속 용융에 대한 연구는 최근 그 중요성이 증대되고 있으며, 레이저를 이용한 용융은

급속한 가열이나 가열 후의 냉각으로 인해 금속의 새로운 물리적인 특성치를 얻거나 더 좋은 재질을 만드는 데 이용된다. 레이저 표면 가열로 부식이나 마모에 강한 개선된 물성치를 가진 재료를 만들 수 있다. 또한, 레이저 빔은 아주 국소적인 용융을 필요로 하는 용접에서 널리 사용되어 왔다.

레이저 용융과 응고에 대한 수치적 연구는 여러 연구가들에 의해 수행되었으며[1-5] 지금까지의 연구 결과들을 살펴보면, 레이저 용융과 응고동안에 유체 유동이 가장 중요한 역할을 하는 것으로 많은 연구가들에[1-3] 의해 보고되었다. Anthony 와 Cline[1]은 용융 풀안에서의 유체유동은 표면장력 구배에 의해 생긴다고 제안했다. 그러나 그들은 1 차원으로 해석하였으며, 유체 유동이 열전달과 연계되지 않았다. Srinivasan 과 Basu[2]는 레이저 용융에서 부력의 영향력이 무시할 수 있을 만큼 극히 작다는 것을 보여주었다. Chan et al[3]은 에너지 범위가 10^7-10^9 Wm^{-2} 인 정상상태 용융문제를 분석했고, 레이저 빔의 주사속도(scanning velocity)는 표면장력에 의한 유체 유동속도(thermocapillary convection)에 비해 아주 작기 때문에 레이저 용융시 중요한 역할을 하지 않는다는 것을 발견했다. 이후 이러한 사실은 Srinivasan 과 Basu[4]에 의해 증명되었다.

Basu 과 Srinivasan[4]은 또한 정상상태 레이저 용융에서의 유체 유동을 상세히 분석하였다. 그들은 Top-hat 열유속 분포로 가정하였고, 용융 풀에서의 운동량 방정식을 풀기 위해서 와도-유선의 방정식(vorticity stream function)을 사용했다. 또한 그들은 서로 반대 방향인 두개의 와류가 유동장에서 발생한다는 것을 보여 주었다. Basu 와 Date[5]는 축대칭 2 차원 정상상태와 비정상상태에서의 레이저 용융문제를 해석했다. 그들은 순수 금속에 대해 처음으로 용융의 잠열을 고려했다. 또한 다양한 레이저 빔의 에너지, 빔의 반경 그리고 알루미늄과 강철의 재질을 사용해서 레이저 용융동안의 비정상 상태를 상세히 다루었다. Ravindran et al.[6]은 유한요소법을 사용하여, 합금에 대해서 표면장력에 따른 풀의 모양과 유체 유동을 해석했다. 그들은 머시 영역(mushy-zone)에서의 열전달 및 유체유동을 무시한 겉보기 열용량법(apparent capacity method)을 사용하여 잠열을 처리하였다. 한편 그들은 표면장력이 존재하지 않고 부력만이 존재할 때, 표면장력 온도계수가 양수일 때, 그리고 음수일 때 정상상태에서의 풀의 모양과 유체 유동을 상세히 분석하였다. 그리고 Kim 과 Sim[7]은 합금에 대해, 머시 영역에서 열전달과 유체 유동 모두를 고려하였고, 다양한 변수들에 따른 풀의 모양, 유체 유동, 그리고 열전달 현상에 대해서 비정상상태 및 정상 상태 분석을 하였다

지금까지 레이저 용융에 관련된 모든 연구[1-7]에서는 자유표면의 형상이 단지 평평한 경우에 대해서만 해석되어져 왔다. 하지만 실제 레이저 용융공정에서는 물질의 형상이 단순히 평평한 형태가 아닌 다양한 형태의 표면에서 레이저 가공이 행해지는 경우가 더 많다. 따라서 본 연구에서는 여러 가지 모양을 가진 기질(substrate)에서의 용융에 따른 열모세관 대류(thermocapillary convection)를 2 차원 수치해석을 통해 분석하고자 한다. 특히, 표면형상이 용융 풀의 모양에 어떠한 영향을 미치는지를 체계적으로 분석한다.

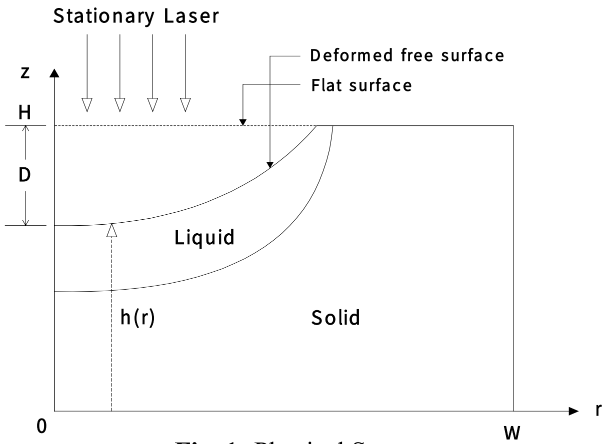


Fig. 1 Physical System

2. 수학적 모델

본 연구에서 고려된 형상 및 좌표계는 Fig. 1 에 나타낸 바와 같이 평평하거나 굴곡이 있는 자유표면을 가진 경우이다. Top-hat 열유속 분포를 가진 연속적, 축 대칭인 레이저 빔은 비투과성 물질의 표면을 가열시킨다. 이 때, 모든 열이 물질의 표면에 흡수되는 것으로 가정한다. 흡수된 열이 용융 풀을 형성하고, 용융 풀 안에서의 유동은 표면장력 구배에 의해 야기된다. 본 연구에 사용되어진 무차원 지배방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla\cdot\mathbf{u}=0 \tag{1}$$

$$\frac{1}{Ma}\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}+\nabla\cdot(\mathbf{uu})=-\nabla P+\frac{1}{R_\sigma}\nabla^2\mathbf{u}+A\mathbf{u} \tag{2}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+Ma\cdot\nabla\cdot(\mathbf{u}\theta)=\nabla^2\theta-\frac{\partial f}{\partial t} \tag{3}$$

여기서 f 는 액상분율이며, 운동량 방정식 (2)에서 나타나는 $A\mathbf{u}$ 는 고체영역에서 유체속도를 0 으로 만들기 위한 항으로서 아래와 같이 정의된다.

$$A=\frac{-C(1-f)^2}{(f^3+q)} \tag{4}$$

C 는 Darcy 상수로서 아주 큰 값 (1.6×10^3) 으로 가정하였다. 또한 q 는 수치해석과정에서 0 으로 나누어지는 것을 방지하기 위해 고려된 상수로서 0.0001 을 사용하였다. 머시 영역(mushy-zone)을 무

시한 액상분율 f 는 유체영역에서는 1, 그리고 고체영역에서는 0 이며 용융에 따른 잠열은 에너지 방정식에서 생성항인 $\partial f/\partial t$ 로 처리되어진다.
그리고 무차원 경계조건은 다음과 같다.

$r=0$ 에서,

$$\frac{\partial\theta}{\partial r}=\frac{\partial v}{\partial r}=u=0, \qquad 0\le z\le H \tag{5}$$

$r=W$ 에서,

$$u=v=0, \qquad \theta=-Ste, \qquad 0\le z\le H \tag{6}$$

$z=0$ 에서,

$$u=v=0, \qquad \theta=-Ste, \qquad 0\le r\le W \tag{7}$$

$z=H$ 에서,

$$-\frac{1}{N}\left(h'\frac{\partial\theta}{\partial r}-\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)=\begin{cases}B_f, & 0\le r\le 1\\ 0, & 1<r\le W\end{cases} \tag{8}$$

$$2h'\left(\frac{\partial v}{\partial z}-\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\left(1-h'^2\right)\left(\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-N\left(\frac{\partial\theta}{\partial r}+h'\frac{\partial\theta}{\partial z}\right) \qquad 0\le r\le r_{\max} \tag{9}$$

$$v=h'u \qquad 0\le r\le r_{\max} \tag{10}$$

여기서, $h'=\dfrac{dh}{dr}$, $N=\left(1+h'^2\right)^{1/2}$ 그리고 h 는 자유표면의 위치를 나타낸다. 그리고 앞서 기술된 지배방정식과 경계조건에서 사용되어진 무차원 변수는 다음과 같다.

$$r=\frac{r^*}{r_0} \qquad v=\frac{v^*}{U_R} \qquad P=\frac{P^*}{U_R^2}$$

$$\theta=\frac{C_p(T-T_s)}{\lambda} \qquad t=\frac{t^*\alpha_1}{r_0^2} \qquad k=\frac{k^*}{k_1}$$

윗첨자 * 는 차원(dimensional) 변수를 나타낸다.

3. 수치적 모델

3.1 지배방정식 및 경계조건

곡면의 자유표면을 가진 문제를 풀기 위해서 모든 방정식들은 실제의 물리적인 영역 (r, z) 으로부터 직교인 계산영역 (ξ, η) 으로 변환된다.

$$\xi=r \tag{11}$$

$$\eta=z\cdot H/h(r) \tag{12}$$

계산영역으로 변환된 지배방정식은 아래와 같다.

$$\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi u)-\eta\frac{h'}{h}\frac{\partial u}{\partial\eta}+\frac{H}{h}\frac{\partial v}{\partial\eta}=0 \tag{13}$$

$$\frac{1}{Ma}\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi u^2\right)-\eta\frac{h'}{h}\frac{\partial u^2}{\partial\eta}+\frac{H}{h}\frac{\partial}{\partial\eta}(uv)=-\frac{\partial P}{\partial\xi}+\eta\frac{h'}{h}\frac{\partial P}{\partial\eta}+\frac{1}{R_\sigma}\left(\nabla^2u-\frac{u}{\xi^2}\right)-Au \tag{14}$$

$$\frac{1}{Ma}\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi uv)-\eta\frac{h'}{h}\frac{\partial}{\partial\eta}(uv)+\frac{H}{h}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(v^2\right)=-\frac{H}{h}\frac{\partial P}{\partial\eta}+\frac{1}{R_\sigma}\cdot\nabla^2v-Av \tag{15}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+Ma\left[\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi u\theta)-\eta\frac{h'}{h}\frac{\partial}{\partial\eta}(u\theta)+\frac{H}{h}\frac{\partial}{\partial\eta}(v\theta)\right]=\nabla^2\theta-\frac{\partial f}{\partial t} \tag{16}$$

$$\nabla^2=\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi\frac{\partial}{\partial\xi}\right)-\frac{2\eta h'}{h}\frac{\partial^2}{\partial\eta\partial\xi}+\left[2\left(\frac{h'}{h}\right)^2-\frac{h''}{h}-\frac{h'}{h\xi}\right]\eta\frac{\partial}{\partial\eta}+\left[\left(\frac{h'\eta}{h}\right)^2+\left(\frac{H}{h}\right)^2\right]\frac{\partial^2}{\partial\eta^2} \tag{17}$$

한편 변환된 경계조건은 다음과 같다.

$\xi=0$ 에서,

$$\frac{\partial\theta}{\partial\xi}=\frac{\partial v}{\partial\xi}=u=0 \qquad 0\le\eta\le H \tag{18}$$

$\xi=W$ 에서,

$$u=v=0, \qquad \theta=-Ste, \qquad 0\le\eta\le H \tag{19}$$

$\eta=0$ 에서,

$$u=v=0, \qquad \theta=-Ste, \qquad 0\le\xi\le W \tag{20}$$

$\eta=H$ 에서,

$$-\frac{H\left(1+h'^2\right)}{h}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}-h'\frac{\partial\theta}{\partial\xi}=\begin{cases}N\cdot B_f, & 0\le\xi\le 1\\ 0, & 1<\xi\le W\end{cases} \tag{21}$$

$$\frac{H\left(1+h'^2\right)}{h}\frac{\partial u}{\partial\eta}-2h'\frac{\partial u}{\partial\xi}+\frac{h'H\left(1+h'^2\right)}{h}\frac{\partial v}{\partial\eta}+\left(1-h'^2\right)\frac{\partial v}{\partial\xi}=-N\frac{\partial\theta}{\partial\xi} \qquad 0\le\xi\le\xi_{\max} \tag{22}$$

$$v=h'u \qquad 0\le\xi\le\xi_{\max} \tag{23}$$

지배방정식 (13)-(16)과 경계조건 식 (18)-(23)은 SIMPLER 알고리즘을 사용한 유한체적법[8]에 의해 해결된다. 수치해석을 위해 사용된 강합금의 물리적인 특성치들은 Table 1 에 나타나 있으며, 해석영역의 너비 W 와 높이 H 는 각각 3 과 2 이다. 축대칭 모델에서의 격자 의존성을 조사하기 위해, Table 2 에서 나타낸 바와 같이 세 가지 격자

Table 1 Property values of Steel.[6]

Variable	Value	Variable	Value
T_s	1523 K	T_l	1723 K
ρ	7200 kg/m^3	C_p	753 J/(kg K)
k_s	31.39 W/(m K)	k_l	15.48 W/(m K)
λ	2.47×10^5 J/kg	μ	0.006 (N s)/m^2
T_∞	303.7 K	q''	8×10^7 W/m^2
r_0	1 mm		-10^{-4} N/(m K)
W	3 mm	σ_T	-10^{-5} N/(m K)
H	2 mm		-10^{-6} N/(m K)

Process Parameters

Pr	0.292
$R_\sigma\ [\sigma_T]$	65.6 $[-10^{-6}$ N/(m K)$]$, 656 $[-10^{-5}$ N/(m K)$]$, 6560 $[-10^{-4}$ N/(m K)$]$
Ste	3.717
$B_f\ [q'']$	11.82 $[6\times10^7$ W/m$^2]$, 15.76 $[8\times10^7$ W/m$^2]$, 19.69 $[10^8$ W/m$^2]$

Table 2 Grid refinement studies with the flat free surface(D=0).

R_σ	Grid number $(r\times z)$	Present results	
		Width	Depth
6560	51×41	0.95	0.25
	61×41	0.96	0.23
	61×51	0.96	0.24
656	51×41	0.95	0.27
	61×41	0.93	0.25
	61×51	0.93	0.26
65.6	51×41	0.95	0.29
	61×41	0.93	0.29
	61×51	0.93	0.30

Table 3 Comparison of the present results with those from Ravindran et al.[6]

R_σ	Present results			Ravindran et al.[6]		
	Width	Depth	θ_{max}	Width	Depth	θ_{max}
6560	0.96	0.23	2.745	0.96	0.19	2.765
656	0.93	0.25	3.636	0.93	0.25	3.695
65.6	0.93	0.29	4.385	0.91	0.28	4.259

계에 따른 용융 풀의 깊이와 너비들을 비교한 후, 61×51의 비균일 격자계가 사용되었다.

본 프로그램을 검증하기 위해, 계산된 수치해석과 Ravindran et al.[6]의 결과들을 Table 3에 나타내었다. 계산된 용융 풀의 모양과 무차원 최대온도 (θ_{max})가 Ravindran et al.[6]의 결과들과 잘 일치하고 있다. 격자의존성과 수치해석 프로그램의 검증을 위해서 액상과 고상영역에서 각각 k_l과 k_s가 사용되었다.

4. 결과 및 고찰

4.1 자유표면 형상(D)의 변화에 따른 영향

자유표면의 굴곡 정도에 따른 용융 풀의 기하학적인 형상, 속도장 그리고 온도 분포를 해석하였다. Fig. 2는 정상상태에서의 자유표면온도와 속도분포를 나타낸다. 평평한 자유표면(D=0)과 굴곡의 자유표면(D=0.1)에서의 등온선과 유선들은 Fig. 3에 나타내었다.

자유표면의 굴곡이 커짐에 따라, 자유표면에서의 최대 온도가 감소하며 속도는 증가한다. D=0.1인 자유표면의 경우, 풀 내의 등온선은 곡면을 따

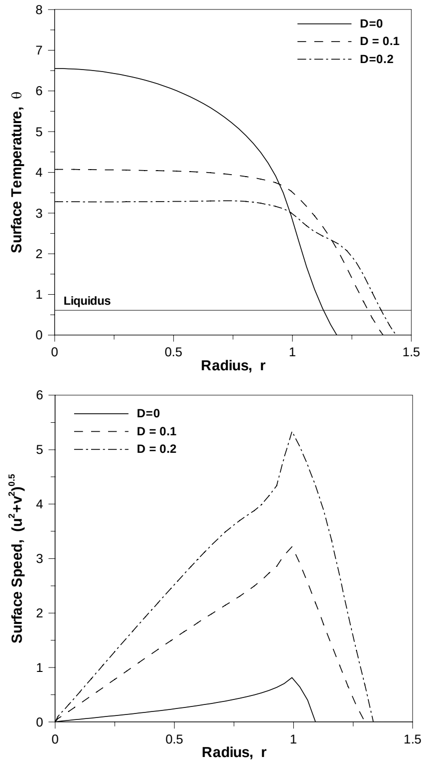
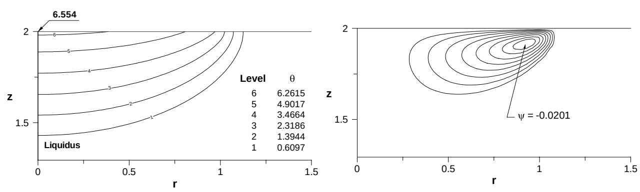
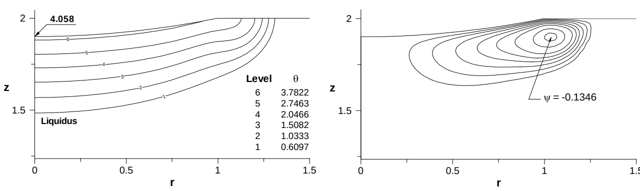


Fig. 2 Free surface temperature and velocity distributions with R_σ=65.6 , B_f=15.76 and various D.



(a) (b)

(i) D=0



(a) (b)

(ii) D=0.1

Fig. 3 (a) Isotherms and (b) streamlines with R_σ=65.6 and B_f=15.76 .

Table 4 Effect of surface shape on the melt pool with R_σ=65.6 and B_f=15.76.

D	Melt depth	Melt width	Stream function minima, $\psi_{\min}$
0	0.55	1.09	-0.0201
0.1	0.41	1.3	-0.1346
0.2	0.32	1.34	-0.2246

라 넓고 균일하게 분포한다. 이는 자유표면에서 열전달을 촉진시키는 강한 대류의 영향에 의한 것이다. Table 4 는 풀의 너비와 깊이, 그리고 최대 유동함수값을 나타낸다. 자유표면의 굴곡이 커짐에 따라 유동 풀의 너비는 넓어지고 깊이는 얕아진다. 또한 굴곡이 증가함에 따라 최대 유동함수값은 증가한다. 중심축을 따라서 유동은 상승하므로 즉 저온의 유체가 상부로 들어오기 때문에 대류의 영향이 클수록 최대 온도는 감소하며 표면 온도 분포는 균일하게 된다.

4.2 열유속(B_f)의 변화에 따른 영향

R_σ 값이 65.6 ($\sigma_T = -10^{-6}$ N/mK) 으로 일정하고, B_f 값이 11.82 ($q'' = 6\times10^7$ W/m^2), 15.76 ($q'' = 8\times10^7$ W/m^2) 그리고 19.69 ($q'' = 10^8$ W/m^2) 인 경우에 대해 수치해석을 수행하였다. Fig. 4 에서 나타낸 것처럼, 열유속이 증가함에 따라 자유표면에서의 최대 온도와 속도는 모두 증가한다.

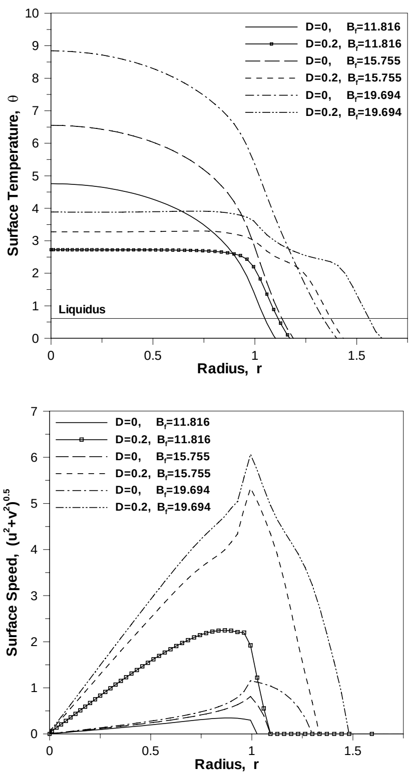
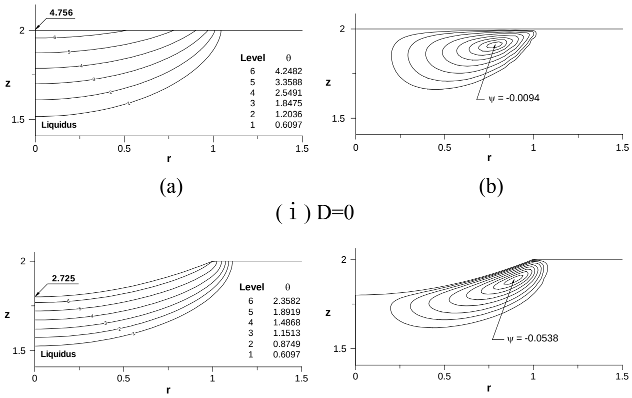


Fig. 4 Free surface temperature and velocity distributions with R_σ=65.6, various B_f and D.



(a) (b)

(i) D=0

(a) (b)

(ii) D=0.2

Fig. 5 (a) Isotherms and (b) streamlines with R_σ=65.6 and B_f = 11.82 .

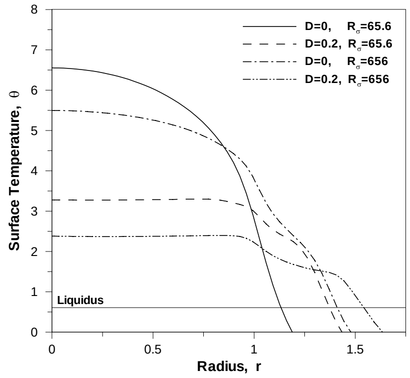
Table 5 Effect of B_f on the melt pool with R_σ = 65.6 .

B_f	D	Melt depth	Melt width	Stream function minima, $\psi_{\min}$
11.82	0	0.46	1.03	-0.0094
	0.2	0.26	1.09	-0.0538
19.69	0	0.69	1.3	-0.0507
	0.2	0.36	1.48	-0.3017

Fig. 5 는 B_f =11.82 이고 D=0 과 0.2 일 때 풀 내에서의 등온선과 유선을 나타내고 있다. 열유속의 변화에 따른 풀의 너비와 깊이, 그리고 최대 유동함수값 은 Table 5 에 나타내었다. 자유표면의 형상(D)이 동일할 때 용융비(melt aspect ratio, width to depth ratio)는 각각의 열유속에 대하여 거의 일정하다. 열유속이 증가함에 따라 대류의 효과가 커지며, D=0 과 0.2 인 자유표면은 각각 2.1 과 4.1 의 일정한 용융 비로 풀이 커진다.

4.3 표면장력(R_σ)의 변화에 따른 영향

Fig. 6 에서 나타낸 것처럼, R_σ 값이 커짐에 따라 자유표면에서의 무차원 최대 온도와 속도는 감소한다. 하지만 R_σ 값이 클수록 변환된 실제(dimensional) 속도는 증가한다. 따라서 풀 내에서의 온도는 더 균일하게 된다. D 가 0 과 0.2 일 때 풀 내에서의 등온선과 유선들은 Fig. 7 에 나타내었다.



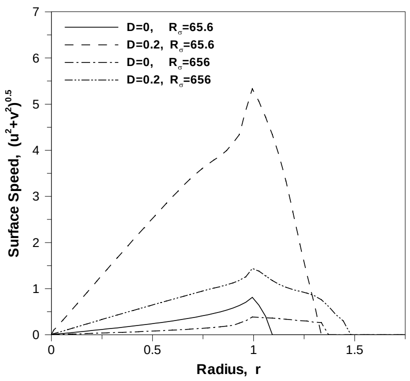


Fig. 6 Free surface temperature and velocity distributions with B_f=15.76, various R_σ and D.

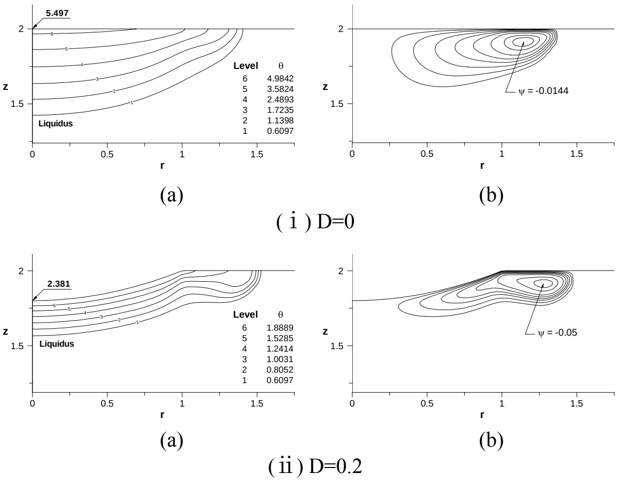


Fig. 7 (a) Isotherms and (b) streamlines with R_σ=656 and $B_f = 15.76$.

Table 6 Effect of R_σ on the melt pool with $B_f = 15.76$.

R_σ	D	Melt depth	Melt width	Stream function minima, ψ_{min}
656	0	0.55	1.37	-0.0144
	0.2	0.23	1.48	-0.05
65.6	0	0.55	1.09	-0.0201
	0.2	0.32	1.34	-0.2246

R_σ 값의 변화에 따른 풀의 너비와 깊이, 그리고 최대 유동함수값은 Table 6 에 나타내었다. R_σ 값이 커짐에 따라, 즉 Ma 수가 높을수록 용융비는 평평한 자유표면인 경우 1.98 에서 2.49 로, D=0.2 인 자유표면인 경우 4.19 에서 6.44 로 상대적으로 커진다. 이 영향은 평평한 자유표면에 비해 D=0.2 에서 더 크게 나타난다.

5. 결론

굴곡이 있는 표면에 대한 레이저 표면가열에 의한 금속 용융 시, 용융 풀의 기하학적인 형상, 속도장 그리고 온도분포에 미치는 영향에 대해 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

표면의 굴곡이 증가할수록 최대 표면온도는 감소하고 표면유체속도는 증가한다, 따라서 최대 유동함수값은 증가하여 강한 대류의 영향으로 표면온도분포는 균일하게 된다. 표면의 굴곡이 커짐에 따라 풀의 너비는 커지고, 깊이는 작아지지만 풀의 전체적인 부피는 큰 변화가 없다. R_σ 값이 증가할수록 무차원 표면온도와 속도는 감소한다. 하지만 변환된 실제(dimensional) 표면속도는 증가한다. 열유속이 증가함에 따라 평평하거나 굴곡이 있는 자유표면은 각각 일정한 용융 비로 풀이 커진다.

참고문헌

(1) Anthony T. R. and Cline H. E., 1977, Surface Rippling Induced by Surface Tension Gradients during Laser Surface Melting and Alloying, *J. Appl. Phys.*, Vol. 48, pp. 3888-3894.
(2) Srinivasan J. and Basu B., 1986, A Numerical Study of Thermocapillary Flow in a Rectangular Cavity during Laser Melting, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 563-573.
(3) Chan C., Mazumdar J. and Chen M. M., 1984, Three-Dimensional Model for Convection in Laser Melted Pool, *paper presented at ICALEO-85*.
(4) Basu B. and Srinivasan J., 1988, Numerical Syudy of Steady-State Laser Melting Problem, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 2331-2338.
(5) Basu B. and Date A. W., 1990, Numerical Syudy of Steady State and Transient Laser Melting Problems-I. Characteristics of Flow Field and Heat Transfer, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, No. 6, pp. 1149-1163.
(6) Ravindran K., Srinivasan J. and Marathe A. G., 1994, Finite Element Study on the Role of Convection in Laser Surface Melting, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 26, pp. 601-618.
(7) Kim W. S. and Sim B. C., 1997, Study of Thermal Behavior and Fluid Flow during Laser Surface Heating of Alloys, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 31, pp. 703-723.
(8) Pantankar S. V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, *Hemisphere Publishing Corp*.