

동적혼성모델을 이용한 벽분사가 있는 채널의 온도장 예측

나 양[†]·김학종^{*}

Prediction of Temperature Field in a Channel with Wall Injection Using Dynamic Mixed Model

Yang Na, Hakjong Kim

Key Words: Dynamic Mixed Model(동적 혼성모델), Temperature(온도장), Wall Injection(벽분사)

Abstract

Turbulent temperature field in a channel with wall injection has been investigated using dynamic mixed model(DMM). This flow is pertinent to internal flows inside the hybrid rocket motors. In general, the results obtained with DMM are in better agreement with DNS results compared to those of dynamic Smagorinsky model(DSM). Such favorable features of DMM are attributed to the fact that it explicitly calculates the modified Leonard stress term which takes care of the local interaction between resolved and SGS stresses and only models the remaining cross and SGS Reynolds stress terms.

기호설명

C_s, C_T : 모델계수

h : 채널의 반폭

q_j : 난류열유속 벡터

p : 압력

Pr : Prandtl수

Re_h : 레이놀즈수, $U_{b, inlet}h/\nu$

Re_τ : 레이놀즈수, $u_\tau H/\nu$

S_{ij} : 변형률텐서

t : 시간

T : 온도

u : 주 유동 방향 속도

u_τ : 벽면 마찰 속도

$-\overline{u'v'}$: 레이놀즈 전단 응력

$U_{b, inlet}$: 입구에서의 평균속도

v : 벽면 수직 방향 속도

w : 폭방향 속도

x : 주 유동 방향

y : 벽면 수직방향

z : 폭방향

그리스문자

Δ : 필터폭

τ_{ij} : 아격자 응력

ν, ν_t : 점성계수

α, α_t : 확산계수

상첨자

$-, \sim$: 그리드 및 시험 필터

$+$: 벽좌표계

† 회원, 건국대학교 기계공학과
E-mail : yangna@konkuk.ac.kr
TEL : (02)450-3467 FAX : (02)447-5886
* 건국대학교 대학원 기계공학과

1. 서 론

대와류모사(Large eddy simulation)에서는 등방성의 성질을 갖는다고 생각되는 아격자 응력 만을 모델링하고, 나머지 스케일의 유동은 직접 해상해 내기 때문에 많은 공학적 문제의 해결에 사용될 수 있는 잠재력을 갖고 있다. 특히, 복잡한 형상에서 일어나는 높은 Reynolds수를 갖는 유동의 해석에는, 경제성 측면을 고려할 때 모든 스케일을 해상해하는 직접수치모사(Direct Numerical Simulation) 기법이 적합하지 않으며, 정확성 측면에서 기존의 RANS 유형의 방법들은 좀 더 개선되어야 할 여지가 있다. 따라서 대와류모사 기법은 위 두 가지 해석 방법의 단점들을 보완할 수 있는 후보로 많은 연구자들에 의해 사용되고 있다.

기존에 널리 사용되고 있는 아격자 모델은 에디-점도 가정을 기반으로 한 것이며, 모델에 들어가는 계수를 동적으로 구하는 동적 Smagorinsky 모델(dynamic Smagorinsky model; DSM)이 널리 사용되어 왔다. 이 모델은 여러 가지 장점을 갖고 있는데, 즉 입력 파라미터가 필터의 비(filter ratio) 하나이며, 벽면 근처의 점근적 성질(asymptotic behavior)이 물리적으로 타당하고 특히, 역 SGS에너지 전달(energy backscatter)을 허용한다는 것 등을 들 수 있다. 모델이 1990년대 초에 Germano 등⁽¹⁾에 의해 제안된 이후 많은 연구자(Piomelli 등⁽²⁾)들에 의해 다양한 종류의 유동에 비교적 성공적으로 적용되었다. 그러나, 동적과정을 거쳐 얻어지는 모델 계수가 간헐적으로 매우 큰 음수값을 가지므로 수치적 불안정성을 유발할 수 있고, SGS 응력 텐서의 주축(principal axes)이 해상된 변형률 텐서(resolved strain rate tensor)의 주축과 일치해야 한다는 이론적 한계를 보이고 있다.

대와류모사의 정확성을 높이기 위한 방법은 아격자 모델의 개선과 직접적으로 연관되는데, 앞서 언급한 바와 같은 DSM의 한계를 극복하기 위해 여러 각도에서 연구가 진행되고 있다. 그 중 대표적인 예로는 Zang 등⁽³⁾의 동적 혼성모델(dynamic mixed model; DMM)과 Salvetti & Banerjee⁽⁴⁾의 동적 이매개변수 모델(dynamic two-parameter model; DTPM) 등을 들 수 있다. 이 중에서 DMM의 경우에는, 아격자 응력이 해상된

변형률텐서의 주축과 일치하지 않아도 되도록 하는 모델을 사용한다면 DSM의 노이즈가 줄어들 것이라고 가정하고, 해상된 유동장(resolved flow field)의 정보를 이용하여 수정된 Leonard항(modified Leonard stress term)을 직접 계산하고, 나머지 잔류응력(residual stress)항 만을 모델링하게 된다. 이와 같이 함으로써, 효과적으로 DSM의 모델계수가 갖는 지나친 부담을 줄일 수 있으며(즉 모델계수의 절대값 수준을 낮출 수 있으며), 이를 통해 비물리적으로 매우 큰 역 SGS 에너지 전달(backscatter)의 발생을 막을 수 있다. 이 경우, 수치해석상의 불안정성을 없애기 위해 DSM에 도입되었던 기존의 여러 가지 인위적인 조치들의 필요성을 줄일 수 있는 장점도 갖고 있다.

국내에서의 모델에 관한 최근 연구 결과들을 살펴보면, 강상모⁽⁵⁾는 DSM과 DMM을 포함하는 다양한 아격자 모델들을 비전단 유동인 평제트유동과 전단유동인 채널유동에 적용하여 각 모델간의 성능을 평가하였다. 특히 컷오프필터와 사각필터를 모두 사용하여 아격자 모델의 유용성에 대한 다양한 정보를 제공하였는데, 사각필터를 사용한 경우에는 DMM이 난류 통계량과 유동구조의 예측에 우수한 성능을 보인다는 것을 보고하였다.

본 논문은 강상모의 결과에서 나타난 것처럼 단순 채널유동에 좋은 성능을 보인 DMM을 복잡한 형태의 유동에 적용해 보고, 난류 온도장 예측에 효과적으로 확장될 수 있는지를 알아보는 것이다. 이 연구를 위하여 선택한 유동은 하이브리드 로켓 모터 내부의 유동을 단순화한 것으로, 벽면에서 강한 분사(wall injection)가 있는 채널유동(나양⁽⁶⁾)이다. 이 유동에서는 유동장 내부로의 강한 벽분사로 인해 유동이 주유동 방향으로 가속되게 되며 여러 종류의 다른 전단 유동이 상호작용을 하게 되므로, RANS유형의 계산으로는 정확한 유동장 정보를 얻어낼 수 없는 매우 복잡한 유동이라고 할 수 있다. 본 연구에 선택된 유동은 주유동 방향으로 주기조건을 사용할 수 없는 공간적으로 발달하는 유동이므로, 입구/출구 조건을 고려한 유한차분법을 사용하여 계산을 수행하였으며, 모든 LES 계산에는 물리적 공간에서 사각필터(box filter)가 사용되었다. 결과의 비교를 위해 DNS와 course DNS와 비교하였는데, 그동안 널리 사용되어 왔던 DSM도 평가대상으로 하였

다.

2. 수치 기법

2.1 지배방정식

난류 유동장 및 온도장의 해석을 위한 지배방정식은 연속방정식, Navier-Stokes 방정식과 에너지 식에 필터링을 수행하여 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu \bar{S}_{ij} - \tau_{ij}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{T} \bar{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - q_j \right) \quad (3)$$

여기서 overbar는 필터링이 수행된 변수를 나타내며, (2)와 (3)에 나오는 두 변수 τ_{ij} 와 q_j 는 각각 $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$, $q_j = \overline{T u_j} - \bar{T} \bar{u}_j$ 와 같이 정의되며, 해상된 유동장으로부터 직접적으로 계산될 수 없으므로 모델링이 필요한 항이 되겠다. τ_{ij} 의 계산은 Germano 등에 자세히 기술되어 있으며, 동적 과정을 통한 온도장의 계산을 위해서는 Cabot & Moin⁽⁷⁾이 이용한 방법을 사용하였는데, 이는 유동장에서 사용된 방법을 자연스럽게 온도장의 계산으로 확장한 것으로, 비교적 의미있는 결과를 주는 것이 보고되었다.

2.2 사각필터를 이용한 아격자모델

본 연구에서는 입/출구가 있는 공간적으로 발달하는 유동이므로, 스펙트럴법이 아닌 유한차분법을 사용하여 유동장을 해석하였으며, 물리적 공간에서 x 와 z 방향으로 사각필터를 사용하여 필터링 과정을 수행하였으며, y 방향으로는 필터링을 하지 않았다. 비교를 위해 DMM과 DSM 두 모델에 대한 계산을 수행하였다.

2.2.1 동적 혼성모델(DMM)

동적 혼성모델에서는 Bardina 등⁽⁸⁾의 혼성모델

을 Galilean invariant가 만족하도록 계수를 수정하고 이 모델을 기반으로 하여, 난류응력 τ_{ij} 를 다음과 같이 모델링한다.

$$\tau_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{kk} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} + \left(L_{ij}^m - \frac{\delta_{ij}}{3} L_{kk}^m \right) \quad (4)$$

$$\nu_t = C_S \bar{\Delta}^2 \quad (5)$$

$$L_{ij}^m = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (6)$$

모델계수 $C_S(x, y, z, t)$ 는 Zang 등⁽³⁾에서와 같이 다음과 같이 동적으로 결정된다.

$$C_S = \frac{1}{2} \frac{M_{ij}(L_{ij} - H_{ij})}{\bar{\Delta}^2 M_{kl} M_{kl}} \quad (7)$$

$$H_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (8)$$

식 (3)의 계산을 위해서는 난류열유속벡터 q_j 에 대한 방법이 필요한데, 위의 τ_{ij} 에서와 유사한 방법을 사용하여 확장할 수 있다. 이를 위해서는 DSM에서 사용되었던 방법에 비해 몇 가지 다른 벡터들을 더 정의하여야 하나, 동적으로 모델 계수를 구하는 일은 다음과 같이 비교적 쉽게 진행된다.

$$q_j = -\alpha_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} + F_j^m \quad (9)$$

$$\alpha_t = C_T \bar{\Delta}^2 \bar{S} \quad (10)$$

$$F_j^m = \overline{T u_j} - \bar{T} \bar{u}_j \quad (11)$$

여기서, 모델계수 C_T 는 다음과 같이 구한다.

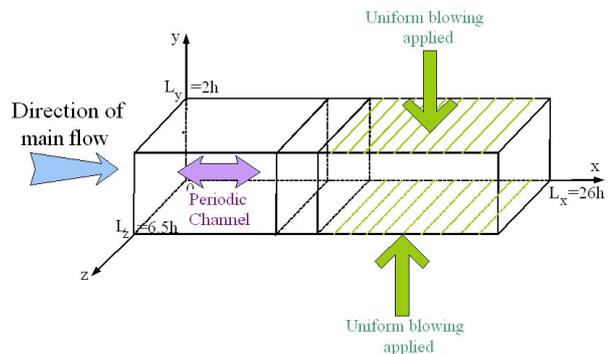


Fig. 1 Flow geometry

$$C_T = \frac{1}{\Delta^2} \frac{(F_k - G_k)H_k}{H_k H_k} \quad (12)$$

$$G_k = \overline{\overline{T} u_k} - \overline{\overline{T}} \overline{\overline{u_k}} \quad (13)$$

위 작업을 통해 구한 계수들은 수치적 불안정성을 피하기 위해 모델계수 C_S 와 C_T 를 시험 필터 체적 내에서 공간평균을 취하고, 전체 점성계수 ($\nu + \nu_t$) 와 전체 확산계수 ($\alpha + \alpha_t$) 의 값이 항상 양수가 되도록 한다.

2.3 경계조건 및 유동 파라미터

계산영역은 Fig. 1에 설명되어 있다. 계산영역의 앞부분에서는 벽면에서 벽분사가 없으므로, 벽면에서는 점착조건(no-slip condition) 및 일정한 온도 조건(아래벽: $-T_w$, 위 벽: T_w) 이 사용되었으나, 본 연구의 주요 관심영역인 $x/h > 13.4$ 에서는 위, 아래 벽면에서 일정한 크기의 분사속도 V_j 를 주었고, 그 크기는 계산영역 입구에서의 평균속도 $U_{b,inlet}$ 의 5%로 하였으며, 계산과정 중에 일정하게 유지하였다. Reynolds수,

$$Re_h = \frac{U_{b,inlet} h}{\nu}$$

는 2250으로 하였는데, 이를 입구에서의 마찰속도를 기준으로 계산하면 대략

$Re_\tau = u_{\tau,inlet} h / \nu \sim 150$ 정도이다. 온도장의 경우, Prandtl수는 1로 하여 온도장의 적합 해상도가 유동장에 비해 지나치게 증가하지 않도록 하였다.

지배방정식 (1)-(3)은 준 내재적(semi-implicit) 방법을 사용하여 시간상에서 적분이 수행되었다. 관성항에는 3차 Runge-Kutta법이 사용되었고, 점성항에는 2차 정확도를 갖는 Crank-Nicolson법이 사용되었다. 모든 공간상의 차분은 2차 정확도를 갖는 중심차분법을 사용하였으나, 온도장의 경우에는 수치적 불안정성을 피하기 위해 QUICK scheme을 사용하여 관성항을 처리하였다. 자세한 수치해석 방법은 나양⁽⁶⁾에 기술되어 있다.

모든 LES계산은 유한차분법을 사용하여, 단순 채널 유동에서의 결과를 기초로 하여 $129 \times 65 \times 65$ 의 해상도에서 수행되었으며, 모든 통계량은 $t_{ave} = 120h / U_{b,inlet}$ 의 시간동안의 평

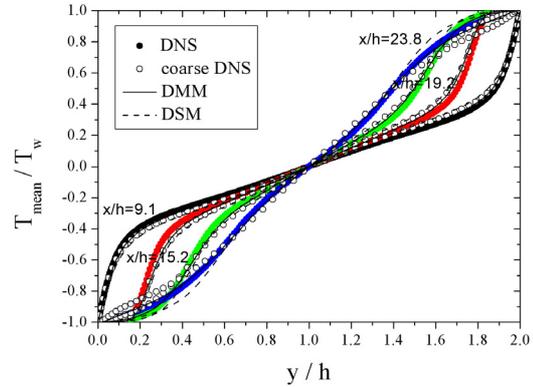


Fig. 2 Comparison of mean temperature profiles

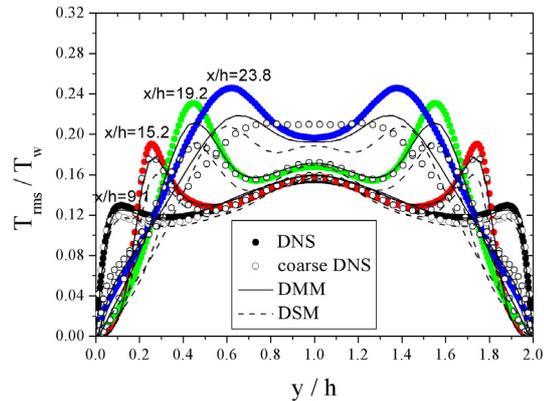


Fig. 3 Comparison of rms temperature

균하여 얻었다. 시험필터와 격자필터 크기의 비는 2로 하였고, Simpson's rule를 사용하여 필터링 작업을 수행하였다. 벽면 분사가 있는 유동의 경우, 아격자모델의 성능을 평가하기 위한 기준을 제공하기 위해 나양⁽⁶⁾의 full DNS 결과 ($513 \times 257 \times 129$ 격자)를 이용하였으며, 동시에 LES와 같은 해상도로 coarse DNS ($129 \times 65 \times 65$ 격자)를 수행하였다.

3. 결 과

모델의 효율성을 비교하기 위해 DMM 및 DSM 을 사용한 LES를 수행한 후 이를 full DNS 결과 (나양⁽⁶⁾)와 비교하였으며, 2차 정확도의 공간차분으로 인한 절단오차가 주어진 상황에서, LES모델의 영향을 알아보기 위해 LES에서와 같은 해상

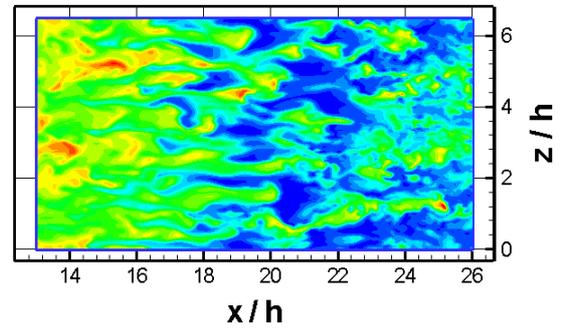
도를 사용한 coarse DNS를 함께 수행하였다. LES에는 $129 \times 65 \times 65$ 의 격자계가 사용되었으며, 따라서 계산영역 입구(단순채널유동부분)에서의 마찰속도를 기준으로 할 때, LES계산에서는 대략

$$\overline{\Delta_x^+} \sim 30.2 \text{와 } \overline{\Delta_z^+} \sim 15.1 \text{ 정도의 특성길이를 갖게 된다.}$$

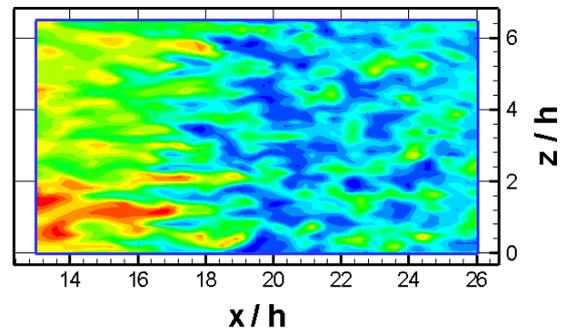
본 계산에서는 일정한 주유동 방향으로 일정한 크기의 격자계가 사용되었으나, DNS의 결과를 살펴보면, 벽면분사가 시작된 후에는, 주유동과 벽면에서 주입된 분사유동의 상호작용으로 인해 벽면에서 떨어진 곳에서 혼합전단층(mixing layer)이 발생하게 되고, 이로 인해 유동자의 필요 해상도가 상당히 증가한다는 것을 알 수 있다. 따라서 입구에서의 마찰속도를 기준으로 한 위의 특성길이는 단순한 참고 사항이다. 실제로 유동 현상이 주유동방향에 따라 상당히 변하기 때문에, 필터폭의 크기가 변화되어야 물리적으로 타당할 것이나, 본 연구에서는 시도하지 않았다.

Fig. 2에는 선택된 여러 x 의 위치에서 평균온도를 비교한 것이다. 두 가지 다른 아격자 모델은 상류에서는 서로 비슷한 예측성능을 보여주나, 하류로 내려갈수록 DMM의 결과가 DSM이나 coarse DNS에 비해 월등히 좋다는 것을 알 수 있다. 즉, 벽면에서의 분사로 인해 유동이 가속되는 부분에서에서는 DMM의 결과가 제일 우수한테, 특히, $x/h = 19.2$ 와 23.8 에서 보면 DMM이 벽면 근처에서 온도 분포를 (따라서, 벽면에서의 열전달양을) 잘 예측하는 것을 볼 수 있으며, 주유동 방향의 속도 분포도 이와 비슷한 양상을 보인다. 이는 공학적 측면에서 매우 중요한 것으로, 본 연구에서와 같이 유동 양상이 매우 복잡한 경우에 마찰계수 및 벽면 열전달양이 잘 예측된다는 것은 모델이 가져야 할 중요한 능력 중이 하나일 것이다.

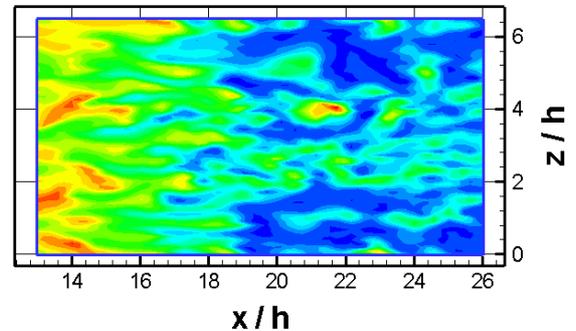
Fig. 3에는 여러 위치에서 T_{rms} 값을 보여주고 있다. T_{rms} 만을 보면, DMM이 DSM에 비해 DNS결과에 더 훨씬 더 가깝다. 각 방향의 rms th 속도도 이와 비슷한 양상을 보여준다. 특히, coarse DNS에 비해 DMM의 예측이 매우 좋다는 것을 알 수 있는데, 이는 앞서 언급한 바와 같이 주어진 절단오차 상황에서 아격자 모델에 의해 계산 결과가 개선된 것이므로, 절단오차가 아격자 모델에 의해 계산되는 양들에 심각할 정도의



(a) DNS



(b) DMM



(c) DSM

Fig. 4 Contours of temperature at $y/h=0.13$

오염을 일으킨다고는 생각되지 않는다. 또한 온도장이 수동 스칼라로 가정되므로, 속도장의 예측 단계에 모델에 의한 오차가 포함되어 있으나, 이를 사용한 온도장의 계산에 이 오차들이 크게 증폭되지 않았다는 것을 의미한다. 속도장이 주어진 경우, 온도장의 계산 자체도 아격자 모델에 의한 오차가 발생하므로, 속도장과 온도장에 포함된 오차가 서로 상호 작용을 하게 되는데, 이들의 비선형 특성에 대한 연구가 필요할 것이다.

벽면에서 조금 떨어진 위치($y/h=0.13$)에서의 온도의 등고선이 Fig. 4에 비교되어 있다. DMM을

사용한 경우에는 DNS결과와 상당히 유사한 유동 양상을 보이거나, DSM의 경우에는 유동이 과도한 에너지 소산(dissipation)에 의해 영향을 받은 것처럼 보인다. 위 결과로부터, 본 유동에서와 같이 주유동방향의 비균질성(inhomogeneity)이 존재하는 경우에는, 해석격자와 아격자간의 국부적 상호작용을 설명하는 Bardina항의 추가가 유동장 및 온도장 예측에 매우 중요한 역할을 한 것으로 생각되며, DSM 모델의 기본 가정과 같이 국부적인 비선형 운동 특성을 고려하지 않은 비국부적 상호작용 만을 나타낸다고 볼 수 있는 Smagorinsky 에디-점성항만으로는 정확한 유동이 어려울 것으로 생각된다.

4. 결 론

물리적 공간에서 사각필터를 사용하는 경우, 채널유동에서 동적 Smagorinsky 모델(DSM)에 비해 더 우월한 성능을 보여준 동적 혼성모델(DMM)을, 벽면 분사로 인해 발생된 다양한 종류의 전단 유동이 존재하는 유동에 적용하여 그 효용성을 평가하였다. 특히, DMM을 온도장의 계산에 확장 적용해 보았으며, 성능 비교를 위해 같은 유동에 대해 이루어진 DNS 결과와 비교하였다.

DMM의 결과가 같은 파라미터를 사용한 DSM에 비하여 난류통계량 및 유동 구조를 예측하는데 우수하였으며, 온도장의 예측도 상당히 개선되었음을 알 수 있었다. 이 결과들은 DMM이 DSM에 비해 모델의 구성이 우수하다는 것을 암시하는 한 예가 되겠는데, DSM의 한 단점인 국부 변동성이 심한 특성을 갖는 모델계수의 역할을 성공적으로 줄일 수 있는데 그 원인을 찾을 수 있을 것이다.

이 연구의 결과는 DMM이 DSM와 비교해 볼 때 채널 유동보다는 주유동방향의 비균질성(inhomogeneity)이 매우 큰 경우에 더 효과적이었던 것을 의미하는데, 비국부적 상호작용을 나타내는 Smagorinsky항에다 국부적 상호작용을 설명하는 Bardina항의 추가가 매우 중요한 역할을 하였다는 것을 암시하고 있으나, 다른 종류의 유동에도 적용하여 DMM이 성능을 여러 각도에서 살펴보아야 할 것으로 생각된다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W.H., 1991, A Dynamic Subgrid-scale Eddy Viscosity Model," *Phys. Fluids A*, Vol. 3, pp. 1760~1765.
- (2) Piomelli U., Zang, T.A., Speziale C.G. and Hussaini, M.Y., 1990, "On the Large-eddy Simulation of Transitional Wall-Bounded Flows," *Phys. Fluids A*, Vol. 2, No. 2, pp .257~265.
- (3) Zang, Y., Street, R.L. and Koseff, J.R., 1993, "A Dynamic Mixed Sugrid-scale Model and its Application to Turbulent Recirculating Flows," *Phys. Fluids A*, Vol. 5 No. 12, pp. 3186~3195.
- (4) Salvetti, M.V. and Banerjee, S., 1995, " A Priori Tests of a New Dynamic Subgrid-Scale Model for Finite Difference Large Eddy Simulations," *Phys. Fluids A*, Vol. 7, pp. 2831~2847.
- (5) Kang, S., 2000, "On Subgrid-Scale Models for Large-Eddy Simulation of Turbulent Flows," *Transactions of the KSME(B)*, Vol. 24, No. 11, pp. 1523~1534.
- (6) Na, Y., 2003, "Direct Numerical Simulation of Channel Flow with Wall Injection," accepted for publication in *KSME Int. J.*
- (7) Cabot, W. and Moin, P., 1993, "Large Eddy Simulation of Scalar Transport with the Dynamic Subgrid-Scale Model," in *Large Eddy Simulation of Complex Engineering and Geophysical Flows*, ed. B. Galperin and S. A. Orszag, Cambridge University Press.
- (8) Bardina, J., Ferziger, J. H. and Reynolds, W.C., 1983, "Improved Turbulence Models Based on Large Eddy Simulation of Homogeneous, Incompressible, Turbulent Flows", Ph. D Thesis, Dept. of Mech. Eng., Stanford University.