잠겨진 물체를 포함하는 계면유동의 수치적인 연구

김 성 일* · 손 기 헌†

Numerical Study of Interfacial Flows With Immersed Solids

Sungil Kim, Gihun Son

Key Words: Interfacial Flow(계면유동), Immersed Solid(잠겨진 물체), Level Set Method(Level Set 방법)

Abstract

A numerical method is presented for computing unsteady incompressible two-phase flows with immersed solids. The method is based on a level set technique for capturing the phase interface, which is modified to satisfy a contact angle condition at the solid-fluid interface as well as to achieve mass conservation during the whole calculation procedure. The modified level set method is applied for numerical simulation of bubble deformation in a micro channel with a cylindrical solid block and liquid jet from a micro nozzle.

기호설명

D : 원통의 지름
$\boldsymbol{f_b}$: 체적력
$\boldsymbol{g}$: 중력 가속도
H : 액상/기상을 구분하는 함수
h : 격자간격
L_w : 후류의 길이
$\boldsymbol{n}$: 액상-기상 계면에서 법선방향 단위벡터
$\boldsymbol{n_s}$: 고체 경계면에서 법선방향 단위벡터
p : 압력
Re : 레이놀즈수, $\rho u_o D/\mu$
t : 시간
U : 평균 속도
$\boldsymbol{u}$: 속도벡터
V : 부피
α : 고체/유체영역을 구분하는 함수
κ : 상경계면의 곡률
μ : 점성계수
ρ : 밀도
σ : 표면장력계수
ϕ : 액체-기체 상경계면으로부터 거리함수
ψ : 고체-유체 상경계면으로부터 거리함수
φ : 기포면-벽면의 접촉각

하첨자

g, l, s : 기상, 액상, 고체

† 회원, 서강대학교 기계공학과
E-mail : gihun@ccs.sogang.ac.kr
TEL : (02)705-8641 FAX : (02)712-0799
* 서강대학교 대학원 기계공학과

1. 서 론

최근 들어, 2상유동의 해석을 실험에 의존하지 않고, 현상을 지배하는 물리법칙인 질량 및 운동

량 보존법칙을 수치적으로 해석하는 직접 수치모사의 연구가 활발하게 진행되고 있다. 이상유동을 직접 수치모사하기 위해서는 상경계면을 정확하게 계산할 수 있는 수치기법이 필수적이다.

복잡한 상경계면을 계산하기 위해 가장 많이 사용되는 방법은 VOF(Volume of Fluid) 방법이다.(1-2) VOF 방법은 각 상의 질량보존이 잘된다는 장점을 가진 반면, 공간상의 이차 미분이 포함되는 상경계면의 곡률을 정확하게 계산할 수 없다는 단점을 가지고 있다. 이 문제를 개선하기 위해 Sussman 등(3)은 상경계면으로부터의 거리로 정의된 함수를 사용하는 Level Set(LS) 방법을 제시하였다. LS 함수는 미분이 연속적이기 때문에 계단함수를 사용하는 VOF 방법보다 상경계면의 곡률을 정확하게 계산할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 하지만 LS 방법은 각 상의 체적을 일정하게 유지하지 못하는 문제점이 있기 때문에 이를 해결하기 위한 연구가 지속적으로 수행되고 있다.(4-5)

2상유동의 응용분야 중에는 잉크제트 프린터, 장애물이 존재하는 채널, 비행기 날개 주위 또는 유체기계에서의 캐피테이션 등과 같이 유동의 경계 또는 내부에 복잡한 물체가 존재하는 경우가 흔히 있다. 이와 같은 이상유동을 해석하기 위해서는 Body-fitted 좌표를 사용하는 방법과 결합된 상경계면 추적법을 사용할 수 있으나, 이 경우 수치해석방법이 매우 복잡하게 된다.(6-7) 최근 들어, 단상유동에서 사용되는 Immersed-boundary 방법(8)을 이상유동 해석방법에 적용하려는 노력이 시도되고 있다.(9-10) 그러나, 액상-기상-고상이 만나는 지점에 형성되는 접촉각(contact angle)에 대한 조건을 제대로 고려한 수치기법은 아직까지 제시되어 있지 않는 실정이다.

본 연구는 고체 경계면을 포함하는 이상유동을 해석하기 위해 액체-기체 상계면을 추적하기 위한 LS 방법을 액상-기상-고상의 접촉각 조건을 만족하도록 Immersed-boundary 방법과 결합하는 기법을 제시하고, 이를 장애물이 있는 채널과 노즐을 포함하는 잉크제트의 해석에 적용하고자 한다.

2. 수치 해석

본 연구에서는 유체 영역에 잠겨있는 물체를 포함하는 2상유동을 비압축성, 층류 조건하에서 해석하였다. 액상-기상 계면은 기상에서 음의 값, 액상에서 양의 값을 가지는 상경계면으로부터 거리함수로 정의된 LS 함수(ϕ)에 의해 계산되었다. 기상-액상영역 모두에 적용될 수 있는 질량보존, 운동량보존 및 LS 함수를 지배하는 방정식은 다음과 같다.(11)

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0 \tag{1}$$

$$\rho\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt}=-\nabla p+\boldsymbol{f}_b+\nabla\cdot\tau \tag{2}$$

$$\frac{D\phi}{Dt}=0 \tag{3}$$

여기서,

$$\frac{D}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla \tag{4}$$

$$\boldsymbol{f}_b=\rho\boldsymbol{g}-\sigma\kappa\nabla H \tag{5}$$

$$\tau=\mu[\nabla u+(\nabla u)^T] \tag{6}$$

$$\begin{aligned} H&=1 && \text{if } \phi\geq 1.5h\\ &=0 && \text{if } \phi\leq -1.5h\\ &=\frac{1}{2}+\frac{\phi}{3h}+\frac{\sin(2\pi\phi/3h)}{2\pi} && \text{otherwise}\end{aligned} \tag{7}$$

$$\kappa=\nabla\cdot\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \tag{8}$$

$$\rho=\rho_g+(\rho_l-\rho_g)H \tag{9}$$

$$\mu=\mu_g+(\mu_l-\mu_g)H \tag{10}$$

잠겨진 물체를 고려하기 위해 고체영역에서 음의 값, 유체영역에서 양의 값을 가지는 상경계면으로부터 거리함수로 정의된 또 다른 LS 함수(ψ)와 식 (7)에 정의된 것과 유사한 계단함수 $\alpha=H(\psi)$를 도입하였다. 본 연구의 해석은 고체가 정지된($\boldsymbol{u}=0$) 경우에 제한하였으며, 이 경우 유체영역에서 정의된 식 (1)-(3)은 다음과 같이 고체를 포함하는 전체영역으로 확장될 수 있다.

$$\nabla\cdot\alpha\boldsymbol{u}=0 \tag{11}$$

$$\alpha\rho\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt}=-\alpha\nabla p+\alpha\boldsymbol{f}_b+\nabla\cdot\tau \tag{12}$$

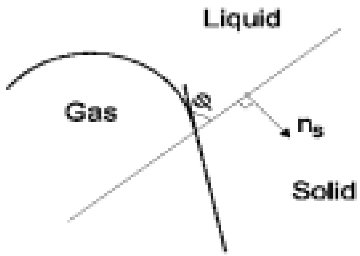

Fig. 1 Extension of LS function into solid region

$$\alpha \frac{D\phi}{Dt} = 0 \quad (13)$$

상경계면($\phi = 0$)은 식 (13)에 의해 결정되지만, H와 κ를 정확하게 계산하기 위해 LS 함수를 거리함수($|\nabla\phi| = 1$)로 재정의하는 방정식 (14)와 계산된 기포/액적의 부피를 초기에 주어진 기포/액적의 부피와 같도록 보정하는 방정식 (15)를 추가하였다.(11)

$$\frac{\partial\phi}{\partial\tau} = \frac{\phi_o}{\sqrt{\phi_o^2 + h^2}}(1 - |\nabla\phi|) \quad (14)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial\tau} = \Delta V \ |\nabla\phi| \quad (15)$$

여기서, ϕ_o은 식 (13)의 해이며, τ는 식 (14)와 (15)의 우변이 상경계면 주위에서 0이 될 때까지 계산하는 반복단계를 의미한다. 또한, ΔV는 계산된 기포/액적의 부피와 초기부피와의 차이 즉 손실된 부피이다. 식 (13)은 유체영역($\alpha = 1$)에서 정의되는 LS 함수에 적용되는 식이며, 계면의 곡률을 효과적으로 계산하기 위해서는 LS 함수를 고체영역으로 확장할 필요가 있다. 이를 위해 Fig. 1에 나타난 바와 같이 접촉각(φ) 조건을 사용하였다. 고체영역으로 향하는 단위벡터($\boldsymbol{n}_s$)를 도입하면 접촉각은 식 (16)으로 표현되며, 고체영역에서 LS 함수는 식 (17)로 결정할 수 있다.

$$\boldsymbol{n}_s \cdot \boldsymbol{n} = cos\varphi = \boldsymbol{n}_s \cdot \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \quad (16)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial\tau} = (cos\varphi - \boldsymbol{n}_s \cdot \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|})|\nabla\phi| \quad (17)$$

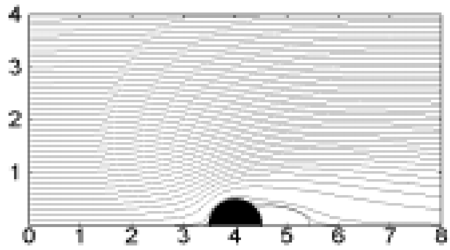

Fig. 2 Steady flow past a circular cylinder at Re=20

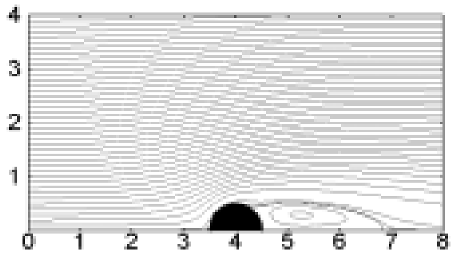

Fig. 3 Steady flow past a circular cylinder at Re=40

Table 1 Comparison of the calculated dimensionless wake length L_w/D

Re	20	40
Dennis & Chang(12)	0.94	2.35
Fornberg(13)	0.91	2.24
Udaykumar et al(14)	0.92	2.27
Current	0.94	2.33

3. 계산결과 및 검토

3.1 원형 실린더 주위를 흐르는 단상유동

잠겨진 물체를 고려하기 위해 고체를 포함하는 전체영역으로 확장된 식 (11)-(12)의 타당성을 검증하기 위해, 많은 수치결과가 존재하는 원형 실린더 주위를 흐르는 단상유동에 대한 계산을 수행하였다. 길이와 속도는 원통지름 D과 입구속도 U를 이용하여 무차원화 하였다. Fig. 2와 Fig. 3은 각각 Re=20과 대하여 Re=40에 대하여 계산한 결과이다. 원통의 후면에 생성되는 후류길이는 Re 수가 증가함에 따라 길어지며, Table 1에서 나타난 바와 같이 계산된 후류길이는 기존의 연구결과와 잘 일치함을 볼 수 있다.

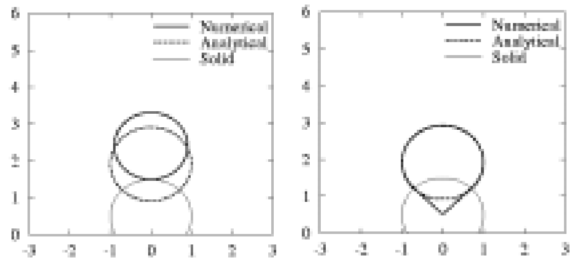

Fig. 4 Computation of a bubble with contact angle 90°

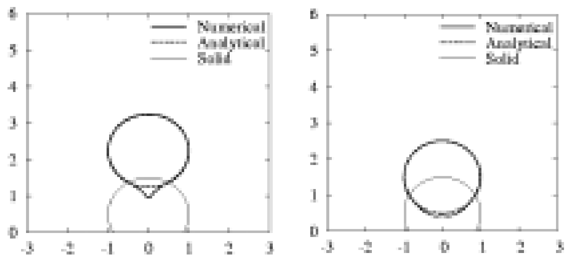

Fig. 5 Computation of a bubble with contact angle 60° and 120°

3.2 잠겨진 물체와 접촉각을 갖는 기포

액상-기상-고상의 접촉각 조건을 만족하도록 LS 방법과 Immersed-boundary 방법을 결합한 수치기법의 타당성을 검증하기 위해 1mm 크기의 공기 기포가 무중력 상태로 물속에 잠겨진 물체에 접촉한 경우에 대한 해석을 하였다. 이 경우에 정상상태의 기포 형상은 접촉각을 만족하는 원형이 되기 때문에 이론적인 해를 쉽게 얻을 수 있다. 계산에서 기포의 초기형상은 Fig. 4의 좌측 그림과 같이 원형을 사용하였으며, 정상상태까지 도달하는데 걸리는 시간을 줄이기 위해 점성계수를 20배까지 증가시켰다.

Fig. 4의 우측 그림은 기포가 잠겨진 원형의 고체와 90°의 접촉각을 유지할 때 정상상태에서의 기포의 형상을 나타낸다. 유체영역에서의 기포의 형상이 이론적인 결과와 잘 일치함을 볼 수 있다. 접촉각을 60°와 120°로 변화시킨 경우에도 Fig. 5에 나타난 바와 같이 계산결과는 이론적인 결과와 잘 일치하였다. 이는 본 연구에서 제시한 수치기법이 잠겨진 물체를 포함하는 2상유동을 정확하게 계산할 수 있음을 검증한다.

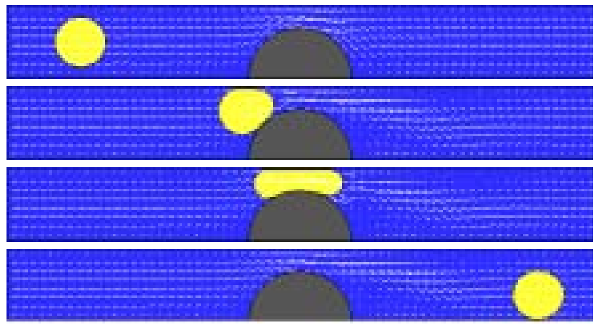

Fig. 6 Bubble motion in a channel with a wetting cylinder

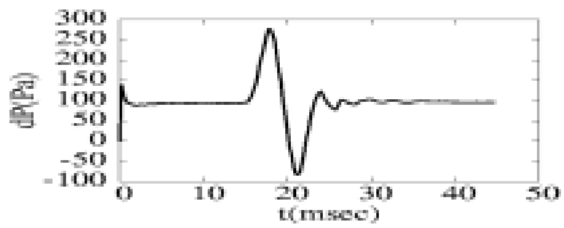

Fig. 7 Pressure drop due to bubble deformation in a channel with a wetting cylinder

3.3 채널내의 실린더 주위의 기포거동

높이 1mm, 길이 8mm인 2차원 미세채널 내부에 장애물이 있는 경우에 기포 거동을 계산하였다. 입구에서 평균값이 $0.1\,m/s$인 포물선 형태의 속도분포를 사용하였고 중력의 영향은 무시하였다.

Fig. 6은 채널과 잠겨진 물체에서의 접촉각이 0인 경우 즉 고체가 액상에 젖어있는 경우에 대해 계산한 기포의 변형을 나타내며, Fig. 7은 기포변형에 따른 채널 입구와 출구의 평균 압력차를 나타낸다. 초기상태에서 유체의 유동에 저항으로 작용하지 않던 기포는 중간에 위치한 반원형 장애물을 만나면서 유동의 방향에 반하는 저항체로 작용한다. 기포는 장애물 때문에 생기는 좁은 통로를 지나면서 변형을 하게 되며, 이로 인해 기포의 전면부와 후면부에 다른 크기의 표면장력이 작용한다. 초기에는 후면부의 기포의 반경이 전면부보다 작기 때문에 표면장력은 유동에 반대방향으로 작용하며, 이로 인해 압력강하는 크게 된다. 변형 되었던 기포가 좁은 통로를 빠져나오는 시점에서는 표면장력의 복원력이 유동방향으로 작용하기 때문에 압력강하는 크게 감소한다. 이

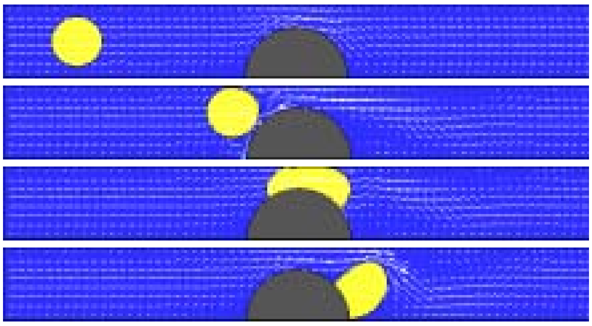

Fig. 8 Bubble motion in a channel with a partially wetting cylinder

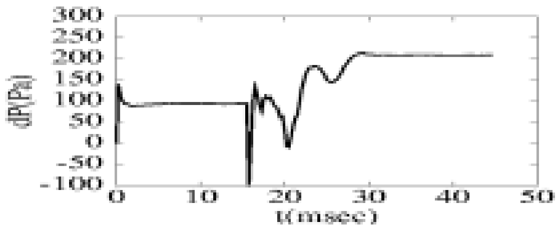

Fig. 9 Pressure drop due to bubble deformation in a channel with a partially wetting cylinder

와 같은 기포의 거동은 노즐형태의 미세채널에서 작동되는 기포 또는 액적의 마이크로 밸브 시스템의 원리와 유사하다.

기포와 잠겨진 장애물의 접촉각이 90˚인 경우에 대한 결과는 Fig. 8-9와 같다. 기포가 좁은 통로를 통과하기 전에 장애물과 접촉하게 됨에 따라 장애물과 접촉하지 않는 앞의 경우와 상이한 변형을 나타내며, 이로 인해 채널의 입구와 출구의 압력변화 또한 상당히 다름을 볼 수 있다. 기포는 장애물의 후면부에 부착하여 정상상태에 도달하게 되면 기포가 장애물에 추가적으로 유로를 좁게 하므로 유동의 박리는 더욱 크게 되게되며, 이로 인해 유동의 저항은 장애물만 있는 경우보다 상당히 증가함을 볼 수 있다.

3.4 노즐에서 분사되는 잉크젯

반경이 17μm에서 11μm 변하는 노즐에서 분사되는 잉크젯을 축 대칭 조건하에서 수치해석을 하였다. 노즐의 입구 조건으로 Fig. 10에 나타낸 바와 같이 10μsec 동안 시간에 따른 속도분포가 서로 다른 2가지 형태의 펄스를 사용하였다.

계산된 잉크젯의 결과는 Fig. 11과 Fig. 12와 같다. 분사된 유량은 같지만 입구의 속도분포가 코

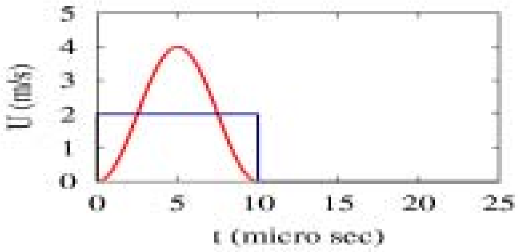

Fig. 10 Injection flow velocity

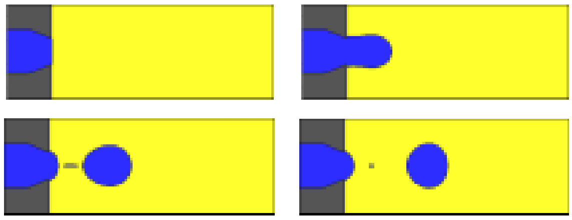

Fig. 11 Ink jet with 10μsec square-type pulse

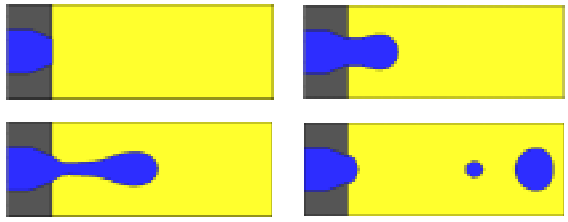

Fig. 12 Ink jet with 10μsec cosine-type pulse

사인 형태의 펄스일 때 분사된 액적의 이동거리가 더 큼을 볼 수 있다. 이는 분사된 액체의 운동량의 크기가 속도의 제곱에 비례함으로 코사인 형태의 펄스의 경우가 사각형태의 펄스보다 분사 운동량이 1.5배 크기 때문이다. 또한 운동량이 큰 코사인 형태의 분사에서는 잉크젯에서 큰 액적뿐만 아니라 작은 이차액적이 형성되어 큰 액적을 뒤따르는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 이차액적의 형성 및 거동은 잉크젯 프린트의 질을 떨어뜨리는 요인이 되기 때문에, 이러한 문제를 해결하고자 하는 많은 연구가 수행되고 있다. 본 연구에서 제시한 수치기법은 그러한 연구에 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

4. 결 론

본 연구에서는 Level Set 방법에 Immersed-boundary 방법을 결합함으로 계산영역에 기상과 액상뿐만 아니라 고상이 포함된 유동을 계산할 수 있는 수치기법을 제시하였다. 원형 실린더 주위의 단상유동과 이론적인 해를 얻을 수 있는 원형 장애물에 접촉된 무중력상태의 기포의 거동에 대한 계산을 통하여 본 연구에서 제시한 수치기법에 대한 타당성을 검증하였다. 또한, 미세채널 내의 실린더 주위의 기포거동과 노즐을 고체 경계면으로 갖는 잉크젯 현상에 대한 수치모사를 통하여 본 연구에서 제시한 수치기법은 잠겨진 고체를 가지는 다양한 2상유동의 해석에 적용될 수 있음을 확인할 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 마이크로 열시스템 연구센터의 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

(1) Hirt, C. W. and Nichols, B. D., 1981, "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries," *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 201~225.

(2) Rider, W. J. and Kothe, D. B., 1997, "Reconstructing Volume Tracking," *J. Comput. Phys.*, Vol. 141, pp. 112~152.

(3) Sussman, M., Smereka, P. and Osher, S., 1994, "A Level Set Approch for Computing Solution to Incompressible Two-Phase Flow," *J. Comput. Phys.*, Vol. 114, pp. 146~159.

(4) Sussman, M., Fatemi, E., Smereka, P. and Osher, S., 1998, "An Improved Level Set Method for Incompressible Two-Phase Flows," *Computers Fluids*, Vol. 27, pp. 663~680.

(5) Chang, Y. C., Hou, T. Y., Merriman, B. and Osher, S., 1996, "A Level Set Formulation of Eulerian Interface Capturing Methods for Incompressible Fluid Flows," *J. Comput. Phys.*, Vol. 124, pp. 449~464.

(6) Iafrati, A., Mascio, A. D. and Campana, E. F., 2001, "A Level Set Technique Applied to Unsteady Fee Surface Flows," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 35, pp. 281~297.

(7) Kothe, D. B., Williams, M. W., Lam, K. L., Korzekwa, D. R., Tubesing, P. K., and Puckett, E. G., 1999, "A Second-Order Accurate Linearity-Preserving Volume Tracking Algorithm for Free Surface Flows on 3-D Unstructured Meshes," FEDSM 99-7109.

(8) Fadlun, E. A., Verzicco, R., Orlandi, P. and Mohd-Yusof, J., 2000, "Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations," *J. Comput. Phys.*, Vol. 161, pp. 35~60.

(9) Udaykumar, H. S., Kan H. C., Shyy, W. and Tran-Son-Tay, R., 1997, "Multiphase Dynamics in Arbitrary Geometries on Fixed Cartesian Frids," *J. Comput. Phys.*, Vol. 137, pp. 366~405.

(10) Al-Rawahi, N. and Tryggvason, G., 2002, "Numerical Simulation of Dendritic Solidification with Convection: Two-Dimensional Geometry," *J. Comput. Phys.*, Vol. 180, pp. 471~496.

(11) Son, G. 2001, "Numerical Simulation of Bubble Motion During Nucleate Boiling," *KSME Int. J.* Vol. 25, No.3, pp. 389-396.

(12) Dennis, S. C. R. and Chang, G. Z., 1970, "Numerical Solution for Steady Flow Past a Circular Cylinder at Reynolds Numbers up to 100," *J. Fluid Mech.* Vol. 42, pp. 471~489.

(13) Fornberg, B., 1980, "A Numerical Study of Steady Viscous Flow Past a Circular Cylinder," *J. Fluid Mech.* Vol. 98, pp. 819~855.

(14) Ye, T., Mittal, R., Udaykumar, H. S., and Shyy, W., 1999, "An Accurate Cartesian Grid Method for Viscous Incompressible Flows with Comples Immersed Boundaries," *J. Comput. Phys.*, Vol. 156, pp. 209~240.