

# 삼차원 천이영역에서 원형 실린더 주위의 유동

김진성<sup>†</sup> · 최해천<sup>\*</sup>

## Flow over a Circular Cylinder in Three-Dimensional Transitional Regimes

Jinsung Kim and Haecheon Choi

**Key Words :** Cylinder(실린더), Mode A(모드 A), Mode B(모드 B), Vortex Dislocation(보텍스 전위)

### Abstract

Direct numerical simulations of flow over a circular cylinder are performed at two different Reynolds numbers ( $Re=220$  and  $300$ ) that correspond to three-dimensional instabilities of mode A and mode B, respectively, to investigate the characteristics of drag and lift at these Reynolds numbers. The drag and lift coefficients are measured locally along the spanwise direction and their characteristics are studied in detail. The variation of total drag in time is large at  $Re=220$ , and the total drag becomes minimum when vortex dislocation occurs in the wake. The drag and lift variations in space are also closely associated with the evolution of vortex dislocation at this Reynolds number. At  $Re=300$ , vortex dislocation is not found in the wake and temporal variations of drag and lift are much smaller than those at  $Re=220$ , but their spatial variations are quite large due to the near-wake secondary vortices existing in the mode B instability.

### 1. 서 론

원형 실린더 주위 유동의 이해는 뭉툭한 물체 주위 유동에 대한 연구의 기본으로서 오랫동안 많은 연구자들의 관심을 받아왔다. 원형 실린더 주위 유동에는 실린더 벽면의 경계층유동, 유동 박리, 박리 유동의 전단층, 후류 등 다양한 유동형태가 존재하며, Reynolds 수에 따라 1 차 불안정성(primary instability)에 의한 비정상 Karman 보텍스 shedding, 모드 A 와 모드 B 불안정성으로 대표되는 삼차원 유동의 발생, 그리고 난류유동으로의 천이 등의 중요 현상들이 나타난다. 본 논문에서는 삼차원유동으로의 천이영역에서 원형 실린더 주위 유동의 특성에 대하여 연구를 수행하였다.

실린더 주위 유동에서의 삼차원 천이 영역은 Roshko<sup>(1)</sup>가 속도섭동의 측정결과를 토대로 처음으

로 언급한 이래 많은 연구가 이루어져왔다. 근래에 Williamson<sup>(2)</sup>은 삼차원 천이과정에 두 가지 불연속적인 변화가 존재한다는 것을 밝혔다. 또 이와 관련된 삼차원 보텍스 구조의 형성에 대해서 모드 A 불안정성과 모드 B 불안정성을 보였다(Williamson<sup>(3),(4)</sup>). 또, 이 유동영역의 후류에서 보텍스 구조의 전위(dislocation)가 발생함을 보였다(Williamson<sup>(5)</sup>). Noack & Eckelmann<sup>(6)</sup>은 이 두 가지 불안정성에 대하여 임계 Reynolds 수와 축 방향 파장에 대하여 안정성 해석을 도입하였고, 이후 Barkley & Henderson<sup>(7)</sup>의 Floquet 안정성 해석에 의해 각 모드가 발생하기 시작하는 임계 Reynolds 수와 최대 성장률을 보이는 축 방향 파장을 구하고 실험치와 잘 일치함을 보였다.

최근에 전산기기의 발달에 의해 삼차원 천이 영역에서의 직접 수치해석 결과도 보고되고 있다. Karniadakis & Triantafyllou<sup>(8)</sup>, Zhang *et al.*<sup>(9)</sup>, Thompson *et al.*<sup>(10)</sup> 등이 이 영역에서 삼차원 수치해석을 시작하였으며, 이후 Persillon & Braza<sup>(11)</sup>, Braza *et al.*<sup>(12)</sup>, Posdziech & Grundmann<sup>(13)</sup> 등에 의해 연구가 진행되어, 실험에서 발견되었던 모드 A, 모드 B 및 보

<sup>†</sup> 서울대학교 대학원

<sup>\*</sup> 서울대학교 기계항공공학부

E-mail : choi@socrates.snu.ac.kr

TEL : (02)880-8361 FAX : (02)883-0179

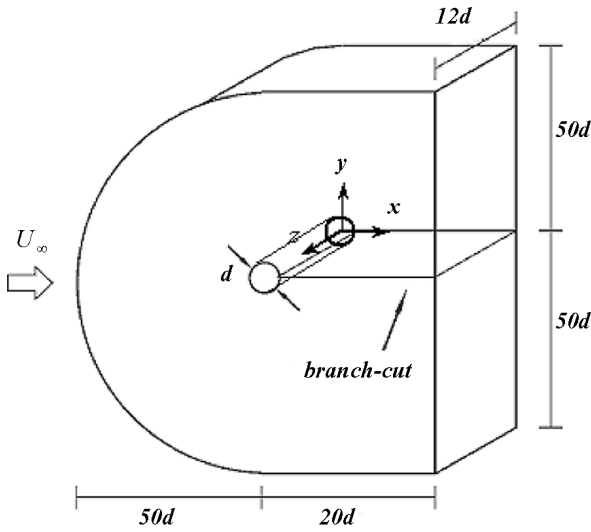


Fig. 1 Computational domain.

텍스 전위 등이 수치적으로도 확인되었다.

현재까지의 많은 실험 및 수치해석 연구에 의해 각 삼차원 모드에 의한 Strouhal 수 - Reynolds 수 ( $St-Re$ ) 관계, 임계 Reynolds 수 및 축 방향의 파장 등 많은 부분이 밝혀졌지만 각 모드의 정확한 발생 메커니즘, 이 영역에서 Reynolds 수에 따른 항력 및 양력의 변화 등은 여전히 여러 논의가 진행되고 있다.

본 논문에서는 삼차원 천이 영역 중 모드 A 와 모드 B 에 각각 해당하는 Reynolds 수 220 과 300 에 대하여 직접수치모사(DNS)를 수행하고 유동 특성을 살펴보았다. 특히, 이전의 연구결과에서 자세히 다루지 못했던 항력 및 양력과 삼차원 유동 구조와의 관계를 연구하였다.

## 2. 수치해석 방법

본 연구에서는 원형 실린더 주위의 삼차원 유동에 대하여 비정상 비압축성 직접수치모사(direct numerical simulation)를 수행하였다. 이 때 지배방정식은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

여기서  $t$  는 시간,  $u_i$  는 속도성분,  $p$  는 압력이고  $Re$  는 Reynolds 수 이며 모든 값들은 주 유동속도  $U_\infty$  와 실린더 지름  $d$  , 그리고 동점성계수  $\nu$  를 이용하여 무차원화 하였다. 이 지배방정식은 일반

Table 1 Coefficients of the mean drag, mean base pressure, rms lift fluctuations, and Strouhal number.

		present	(9)	(11)	(13)	(17)
220	$\overline{C_D}$	1.28		1.31	1.25	
	$\overline{C_L}^{RMS}$	0.34	0.40~0.54		0.39	
	$\overline{C_{P_b}}$	-0.92		-0.96	-0.91	
	$St$	0.186		0.184	0.186	
300	$\overline{C_D}$	1.32		1.37	1.27	1.28
	$\overline{C_L}^{RMS}$	0.47	0.42		0.44	0.40
	$\overline{C_{P_b}}$	-1.04		-1.37	-1.00	-1.01
	$St$	0.202		0.206	0.205	0.203

좌표계에서 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} + H_i = -P_i + \frac{1}{Re} D_i \quad (3)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \eta_i} = 0 \quad (4)$$

이때  $Q_i$  는 격자면을 통과하는 유량이 되고,  $H_i$  ,  $P_i$  ,  $D_i$  는 각각 좌표변환된 비선형항, 압력항, 확산항을 나타낸다. 이와 같이  $Q_i$  의 지배방정식 형태를 이용하여 계산을 함으로써 각 격자계에서의 질량보존을 쉽게 만족시킬 수 있다. 식의 변환과 관련된 자세한 사항은 Choi *et al.*<sup>(14)</sup>에 기술되어있다.

시간에 대해서는 완전 내재적인 분할 시간단계 방법을 사용하였으며 공간차분은 2 차 정확도의 중앙차분법을 엇갈림 격자계에서 적용하였다. 차분된 비선형항에 대해서 Newton 반복계산법을 사용하였고, 압력의 Poisson 방정식을 풀 때 Multigrid 방법을 사용하였다.

사용된 격자계는 후류를 잘 해석할 수 있는 C 형태를 사용하였다. Fig. 1 에 계산영역의 개략도를 좌표계와 함께 나타내었다. 계산영역은 실린더의 중심을 원점으로 하여 주 유동 방향으로  $-50d < x < 20d$  , 수직 방향으로  $-50d < y < 50d$  가 사용되었으며, 축 방향 길이는  $12d$  로 선택하였다. 사용된 격자수는  $321 \times 121 \times 129$  로서 약 500 만개의 격자가 사용되었다.

C 형태 격자계의 branch-cut 에서는 주기 경계조건을 적용하였고, 유동장의 출구조건으로는 대류 경계조건을 사용하였다. 실린더에서 멀리 떨어진

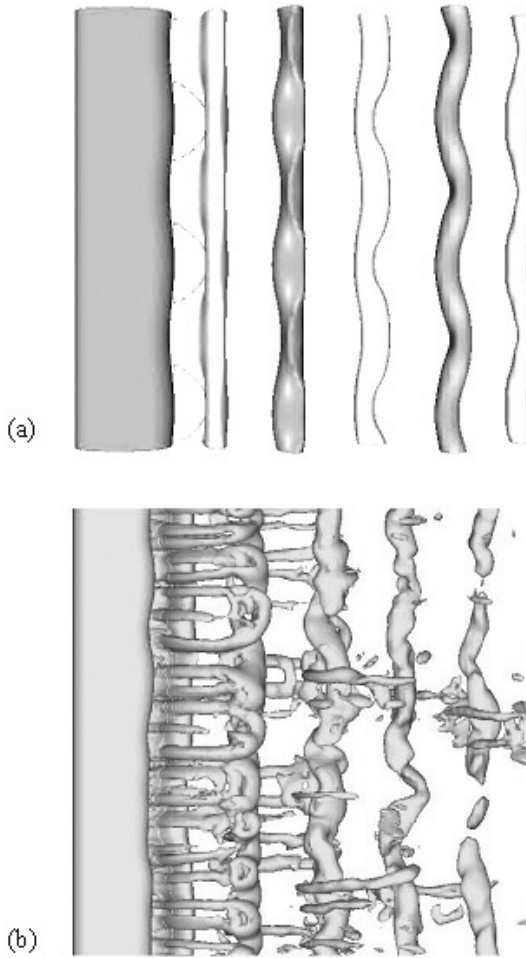


Fig. 2 Instantaneous vortical structures: (a) Re=220; (b) Re=300.

경계에서는 자유유동 조건을 적용하였으며 실린더 벽면에서는 점착조건을 적용하였다. 실린더의 축 방향으로는 주기조건을 사용하였다.

### 3. 결과

Table 1 에 DNS 를 통해 구해진 평균항력계수 ( $\overline{C_D}$ ), 양력섭동제곱평균근( $\overline{C_L^{RMS}}$ ), Strouhal 수( $St$ ), 평균후면압력계수( $\overline{C_{pb}}$ )를 나타내고, 이전의 연구 결과들과 비교하였다. 이전 연구결과들의 분산을 고려해 볼 때 본 연구의 결과가 이전의 연구 결과들과 잘 맞고 있음을 알 수 있다. 현재까지 보고된 결과들에서 나타난 평균값의 분산은 삼차원 천이영역의 유동이 실험에서 원형실린더 말단이나

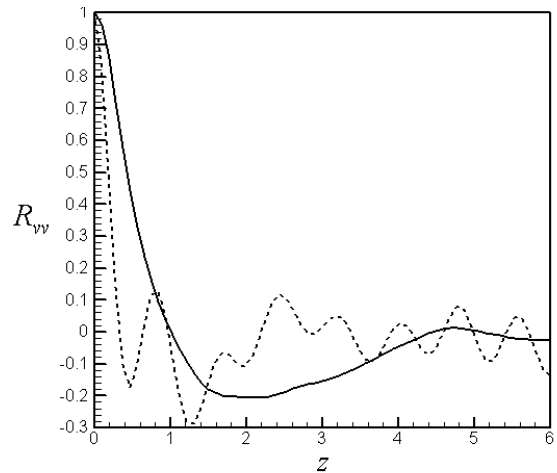


Fig. 3 Spanwise two-point correlation of transverse velocity: —, Re=220; ----, Re=300.

입구유동 등의 조건에 민감하고, 수치해석에서는 계산영역의 크기 및 사용 격자계의 해상도 등에 많은 영향을 받는데 그 원인이 있다. 이전의  $St - Re$  관계에 대한 연구에서 잘 알려진 바와 같이 모드 A 에 해당하는 Re=220에서의  $St$  값들이 모드 B 에 해당하는 Re=300에서의 값보다 확연히 낮은 것을 볼 수 있다.

Fig. 2 에 각 Reynolds 수에서 순간 유동장의 보텍스 구조를 와도 절대값의 등표면으로 나타내었다. 그림에서 두 경우 모두 후류에서 삼차원 구조가 존재함을 확인할 수 있으며, 이 삼차원 구조들의 축 방향 크기는 모드 A 인 Re=220의 경우가 모드 B 인 Re=300보다 크다는 것을 알 수 있다. 기존의 연구에서 이 축 방향 크기는 모드 A 에서 실린더 지름의 약 4 배가 되고, 모드 B 에서 실린더 지름과 거의 같음이 알려져 있다 (Barkely & Henderson<sup>(7)</sup>, Williamson<sup>(4)</sup>, Zhang *et al.*<sup>(9)</sup>, Wu *et al.*<sup>(15)</sup>, Mansy *et al.*<sup>(16)</sup>). Fig. 2 를 보면 본 계산 결과의 모드 A 와 모드 B 삼차원 구조의 축 방향 크기가 이러한 이전의 결과들과 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 축 방향의 삼차원 보텍스 구조의 크기는 후류에서 속도 섭동의 축 방향 상관관계를 통해서도 알 수 있다. 실린더 중심으로부터  $(x, y) = (2.0d, 0.6d)$  의 위치에서 수직 방향 속도성분의 섭동으로부터 Fig. 3 과 같은 상관관계를 얻었다. 이 상관관계로부터 모드 A 와 모드 B 구조의 축 방향 크기를 더욱 명확히 볼 수 있다. Fig. 3 에서 Re=220 의 경우 실린더 지름의 약 4 배, Re=300 의 경우에는 실린더 지름의 약 0.9 배를 나타내고 있다.

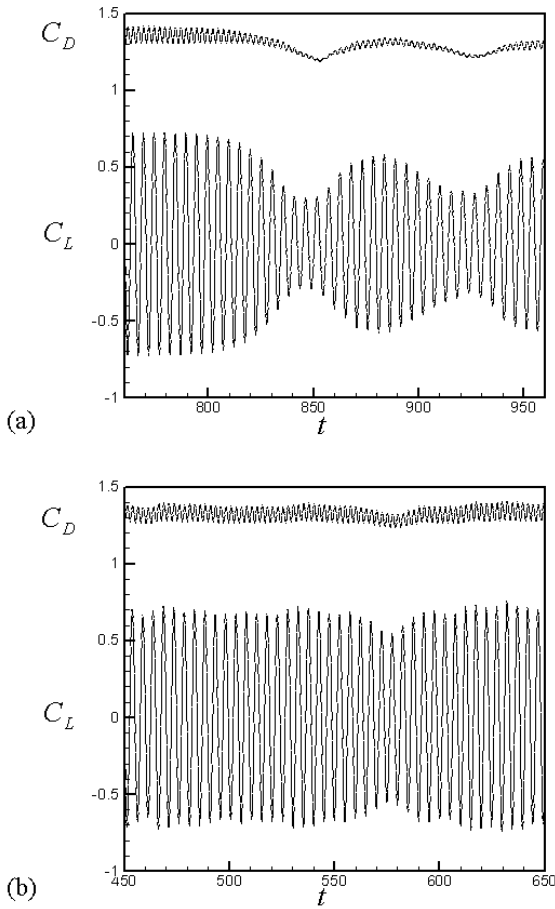


Fig. 4 Drag and lift coefficients versus time: (a) Re=220; (b) Re=300.

Fig. 4 는 시간에 따른 항력과 양력계수를 나타낸 것이다. 앞서 비교한  $\overline{C_D}$  와  $\overline{C_L}^{RMS}$  의 경향과 같이 Re=300 의 경우가 Re=220 에 비해 평균 항력 및 양력의 섭동이 큰 것을 볼 수 있다. Fig. 4 에서 특이한 사항은 Re=220 에서 큰 규모의 항력 및 양력계수의 감소 및 회복이 반복적으로 나타나는 것이다. 이 현상은 그 시간 스케일이 보텍스 shedding 주기의 약 10 배가 넘으며, 항력을 크게 감소시키고 항력 및 양력의 섭동량 또한 크게 감소시킨다. 이러한 불규칙적인 항력과 양력의 감소 및 회복은 Re=220 에서 불규칙적으로 발생하는 자연 보텍스 전위(natural vortex dislocation)와 밀접한 관계가 있다. 자연 보텍스 전위는 후류에서 보텍스 shedding의 위상이 부분적으로 어긋나면서 나타나는 큰 규모의 현상으로서 그 정확한 발생 원인은 아직 밝혀지지 않았다 (Williamson<sup>6</sup>). Fig. 5 는 자연 보텍스 전위가 발생하여 후류의 규칙적인 구조가 깨어지고, 시간이 지나서 다시 회복하는 과정 중 대표적인 순간들을 그린 것이다. 여기에서

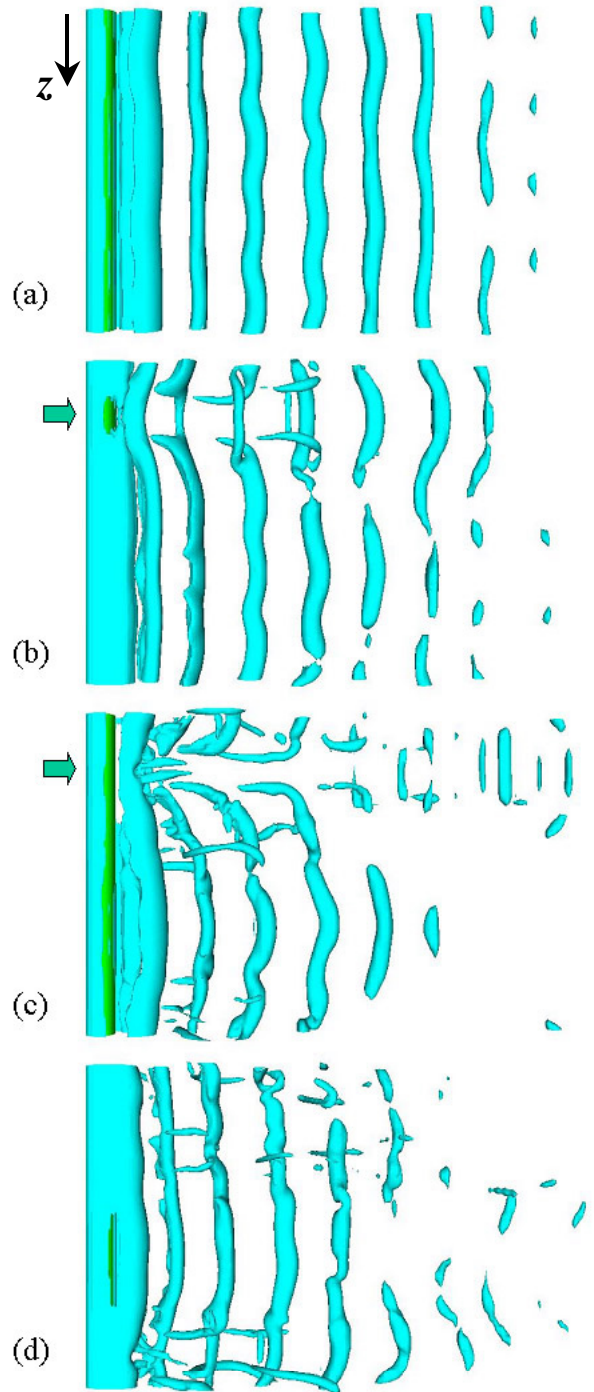
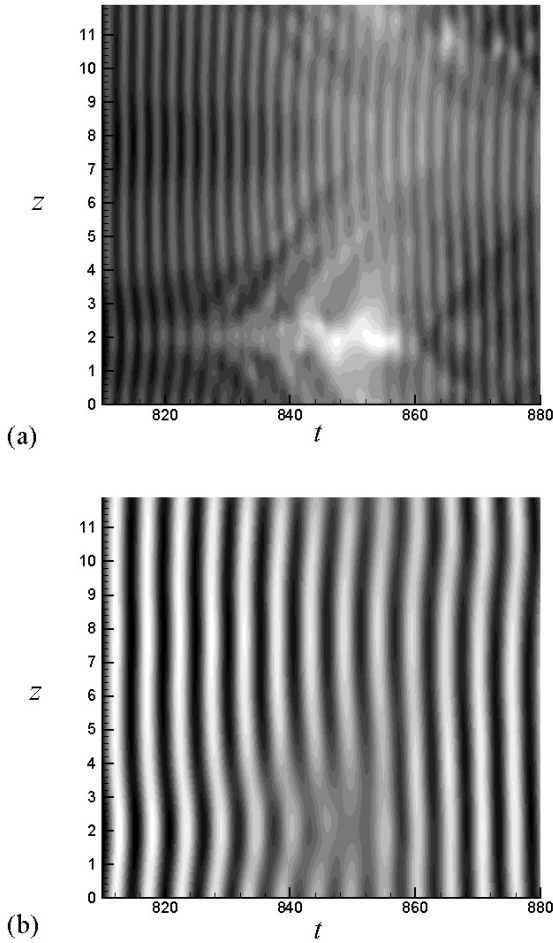


Fig. 5 Instantaneous vortical structures related to the natural vortex dislocation at Re=220: (a) t=791.7; (b) t=824.7; (c) t=843.3; (d) t=873.9.

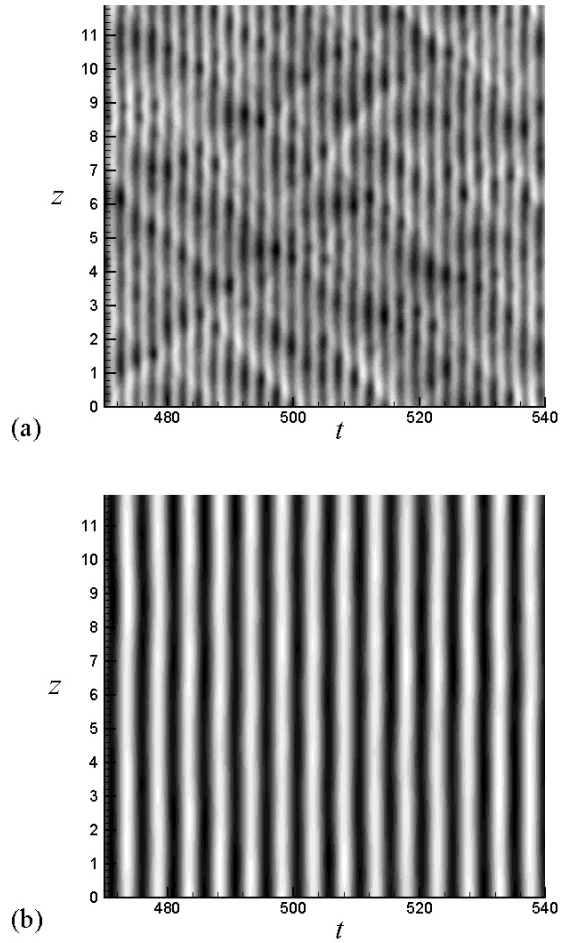
는 Jeong & Hussain<sup>18</sup>이 제안한 가시화 방법을 사용하였다. Fig. 5(b)와 (c)에 화살표로 표시한 부분이 보텍스 전위가 발생하는 부분이다. Fig. 5(a)에서는 보텍스 구조가 잘 정렬된 상태에 있으며 모드 A 보텍스 구조의 축방향 과장에 해당하는 약간의 굴곡이 보인다. 이러한 보텍스 구조가 Fig. 5(b)에



**Fig. 6** Contour of local drag and lift coefficients at  $Re=220$ : (a) local  $C_{D_s}$ ; (b) local  $C_{L_s}$ .

서 부분적인 변형을 보이게 되고 이에 따라 축 방향의 보텍스 웨딩 과정의 위상이 서로 틀어지게 되며, Fig. 5(c)를 보면 보텍스 전위가 발생하는 부분에서 보텍스웨딩이 크게 변형되어 부분적으로는 보텍스웨딩이 거의 억제되는 것을 알 수 있다. 이 영역에서는 보텍스웨딩에 의한 강한 축방향 보텍스가 존재하지 않게 되고 실린더 후부의 압력이 상대적으로 회복되어 항력이 감소하게 된다. 시간이 점점 진행함에 따라 Fig. 5(d)와 같은 준 이차원 상태의 후류로 회복되며 이후에 다시 이와 같은 보텍스 전위가 반복적으로 그러나 불규칙적으로 발생하게 된다.

축 방향의 일부분에서 불규칙적으로 발생하는 보텍스 전위가 실린더의 항력 및 양력에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 각 축 방향의 계산격자에서 부분적인 항력계수와 양력계수를 구하여 그 거동을 살펴보았다. Fig. 6은 이 국부 항력계수와 양력계수를 시간과 공간의 함수로서 나타낸 것이다.



**Fig. 7** Contour of local drag and lift coefficients at  $Re=300$ : (a) local  $C_{D_s}$ ; (b) local  $C_{L_s}$ .

이때 국부 양력 및 항력계수는 다음과 같이 정의되었다.

$$C_{D_s}(z) = \frac{D_s(z)}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 s d} \quad (3)$$

$$C_{L_s}(z) = \frac{L_s(z)}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 s d} \quad (4)$$

여기서  $D_s$ 와  $L_s$ 는 각각 축 방향 위치  $z$ 에서 폭  $s$ 에 작용하는 항력과 양력을 나타내며,  $\rho$ 는 유체밀도,  $U_\infty$ 는 주유동속도,  $d$ 는 실린더 지름을 나타낸다.

Fig. 5에서 보았듯이 축 방향으로  $z \approx 2$ 인 위치를 중심으로 자연 보텍스 전위가 발생, 소멸하고 있다. 이 부분에서 항력과 양력계수의 보텍스 전위와 관련된 특이한 패턴을 볼 수 있다. Fig. 6(a)의 항력계수를 보면 보텍스 전위가 완전히 발달하는  $840 < t < 860$ 에서 부분적으로 크게 항력계수가 감소하는 것을 볼 수 있다. Fig. 6(b)의 양력계수 또한

보텍스 전위의 발달에 의해 주기적인 보텍스 웨딩의 특성이 매우 약해지는 것을 볼 수 있다.

Reynolds 수 300의 경우에도 국부 항력 및 양력 계수를 Fig. 7에 그려보았다. 이 경우  $Re = 220$ 의 경우와 같은 보텍스 전위는 관찰되지 않았다. 그러나 매 순간 항력계수의 분포는 축 방향으로 상당히 큰 변화를 보인다. Fig. 7(a)의 항력계수에서 부분적으로 항력이 높거나 낮은 지역들이 점상으로 나타나는데 이들의 축 방향 크기가 모드 B 구조의 축 방향 크기와 일치한다. 이로부터 Reynolds 수 300에서 항력의 축 방향 변화는 모드 B 불안정성에 의해 발생하는 이차 보텍스들의 영향에 의한 것임을 추론할 수 있다 (Fig. 2(b)). Fig. 7(b)의 양력계수를 보면 Reynolds 수 300에서는 보텍스 웨딩의 위상이 축 방향으로 큰 흔들림 없이 잘 유지되는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결론

원형 실린더 주위 유동의 삼차원 천이의 두 형태인 모드 A 불안정성과 모드 B 불안정성을 나타내는 대표적인 Reynolds 수로서 220과 300을 각각 선택하여 직접 수치모사를 수행하였다. 계산 영역의 축 방향 크기를 실린더 지름의 12배로 비교적 크게 선택하여 삼차원 천이 영역의 유동특성을 잘 해석할 수 있도록 하였다. 실린더 축 방향 각각의 위치에서 국소적인 항력과 양력을 측정하여 실린더가 받는 힘과 유동의 보텍스구조와의 관계를 살펴보았다. Reynolds 수 220의 경우에는 축 방향 평균된 항력계수가 시간적으로 큰 변화를 보였으며, 자연 보텍스 전위가 발생하였을 때 그 값이 최소가 되었다. Reynolds 수 220의 경우 항력 및 양력의 공간분포 또한 자연 보텍스 전위와 큰 관계가 있었다. Reynolds 수 300의 경우에는 보텍스 전위는 관찰되지 않았으며, 항력 및 양력 섭동의 시간적인 변화는 Reynolds 수 220의 경우에 비해 작았다. 그에 반해, 항력 및 양력계수의 공간적인 변화량은 상당히 크게 나타났는데, 이는 모드 B에서 관찰되는 삼차원 구조의 이차 보텍스들의 영향으로 생각된다.

#### 후 기

본 연구는 과학기술부 창의적연구 진흥사업과 교육인적자원부 BK21의 지원 하에 이루어졌으며 이에 감사 드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Roshko, A. 1954 On the development of turbulent wakes from vortex streets. *NACA Rep.* 1191.
- (2) Williamson, C. H. K. 1988 The existence of two stages in the transition to three-dimensionality of a cylinder wake. *Phys. Fluids* **31**, 3165.
- (3) Williamson, C. H. K. 1996 Vortex dynamics in the cylinder wake. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **28**, 477.
- (4) Williamson, C. H. K. 1996 Three-dimensional wake transition. *J. Fluid Mech.* **328**, 345.
- (5) Williamson, C. H. K. 1992 The natural and forced formation of spot-like vortex dislocations in the transition of a wake. *J. Fluid Mech.* **243**, 393.
- (6) Noack, B. R. & Eckelmann, H. 1994 A global stability analysis of the steady and periodic cylinder wake. *J. Fluid Mech.* **270**, 297.
- (7) Barkley, D. & Henderson, R. D. 1996 Three-dimensional Floquet stability analysis of the wake of a circular cylinder. *J. Fluid Mech.* **322**, 215.
- (8) Karniadakis, G. E. & Triantafyllou, G. S. 1992 Three-dimensional dynamics and transition to turbulence in the wake of bluff objects. *J. Fluid Mech.* **238**, 1.
- (9) Zhang, H., Fey, U., Noack, B. R., Koenig, M. & Eckelmann, H. 1995 On the transition of the cylinder wake. *Phys. Fluids* **7**, 1.
- (10) Thompson, M., Hourigan, K., & Sheridan, J. 1996 Three-dimensional instabilities in the wake of a circular cylinder. *Exp. Thermal Fluid Sci.* **12**, 190.
- (11) Persillon, H. & Braza, M. 1998 Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by three-dimensional Navier-Stokes simulation. *J. Fluid Mech.* **365**, 23.
- (12) Braza, M., Faghani, D. & Persillon, H. 2001 Successive stages and the role of natural vortex dislocations in three-dimensional wake transition. *J. Fluid Mech.* **439**, 1.
- (13) Posdziech, O. & Grundmann, R. 2001 Numerical simulation of the flow around an infinitely long circular cylinder in the transition regime. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* **15**, 121.
- (14) Choi, H., Moin, P. & Kim, J. 1993 Direct numerical simulation of turbulent flow over riblets. *J. Fluid Mech.* **255**, 503.
- (15) Wu, J., Sheridan, J., Welsh, M. C., Hourigan, K. & Thompson, M. 1994 Longitudinal vortex structures in a cylinder wake. *Phys. Fluids* **6**, 2883.
- (16) Mansy, H., Yang, P. & Williams, D. R. 1994 Quantitative measurements of spanwise-periodic three-dimensional structures in the wake of a circular cylinder. *J. Fluid Mech.* **270**, 277.
- (17) Kravchenko, A. G., Moin, P. & Shariff, K. 1999 B-spline method and zonal grids for simulations of complex turbulent flows. *J. Comput. Phys.* **151**, 757.
- (18) Jeong, J. & Hussain, F. 1995 On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.* **285**, 69.