

어댑티브 시뮬레이티드 어닐링의 냉각스케줄에 따른 구조최적설계

정석훈[†] · 박정선^{**}

Structural Optimization By Adaptive Simulated Annealing's Cooling Schedule Change

Suk-Hoon Jung, Jung-Sun Park

Key Words: Structural Optimization(구조 최적화), Simulated Annealing Algorithm(시뮬레이티드 어닐링 알고리즘), Cooling Schedule(냉각스케줄), Truss Structure(트러스 구조물)

Abstract

Recently, simulated annealing algorithms have widely been applied to many structural optimization problems. In this paper, simulated annealing, boltzmann annealing, fast annealing and adaptive simulated annealing are applied to optimization of truss structures for improvement quality of objective function and number of function evaluation. These algorithms are classified by cooling schedule. The authors have changed parameters of ASA's cooling schedule and the influence of cooling schedule parameters on structural optimization obtained is discussed. In addition, cooling schedule of BA and ASA mixed is applied to 10 bar-truss structure.

1. 서 론

컴퓨터 관련기술이 발달함에 따라서 각 분야에서 경제성과 효율성을 극대화하기 위해 여러 가지 최적화 방법들이 적용되고 있다. 최근 들어서는 전통적 최적설계 방법에서 벗어나 문제들을 해결하는데 확률적인 탐색을 기본으로 하는 최적화 기법들이 제안되었다. 최적화 문제의 알고리즘의 하나인 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing)은 Kirkpatrick[1]에 의해 1983년에 제안되었으며, 목적함수 및 제약함수의 연속성 혹은 미분가능성, 민감도해석 등이 불필요하며 초

기 설계 선택에 의해 크게 좌우되지 않고, 설계 가능영역이 분리된 경우에도 전역 최소해(global minimum)로 수렴이 가능한 장점을 가진 알고리즘이다. 하지만, 최대 반복수행 횟수로 정의되는 모호한 종료기준, 무작위적(random search)탐색 등으로 인해 많은 반복 수행시간이 요구되는 단점을 가지고 있다. 이에 Lester Ingber[2]는 온도 감소치를 빠르게 감소시키는 알고리즘을 구현하였으며, 이런 알고리즘으로는 FA(fast annealing) ASA(adaptive simulated annealing)[2]가 있다.

ASA알고리즘은 기존의 SA나 BA, FA보다 목적함수와 수렴성에서 우수성을 보이는 알고리즘이다. 본 논문에서는 시뮬레이티드 어닐링의 성능을 향상시킬 수 있도록 구현된 ASA(adaptive simulated annealing)알고리즘의 냉각스케줄의 변수를 광범위하게 10부재 트러스에 적용하여, 변수에 따라서 변화하는 목적함수 값과 수렴성에 대해서 알아보도록 하겠다.

[†] 한국항공대학교 대학원

E-mail : asjsh@mail.hankong.ac.kr

TEL : (02)300-0059 FAX : (02)3158-3189

^{**} 회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

2. ASA 이론적 배경

SA는 금속의 열처리 중의 하나인 급속어닐링 개념으로부터 유추 되었으며, 에너지가 낮아지는 방향의 이동은 항상 허용되며, 에너지가 높아지는 방향으로의 이동은 온도함수의 확률에 따라 허용된다는 Metropolis algorithm[1]에 기초를 두고 있다. 에너지가 증가될 경우의 확률은 다음과 식(1)과 같다.

$$p(\Delta E) = \exp\left(-\frac{\Delta E}{kt}\right) \quad (1)$$

k : 볼츠만 상수(Boltzmann's constant)

SA의 알고리즘의 개념은 다음과 같은 순서도로 나타낼 수 있다.

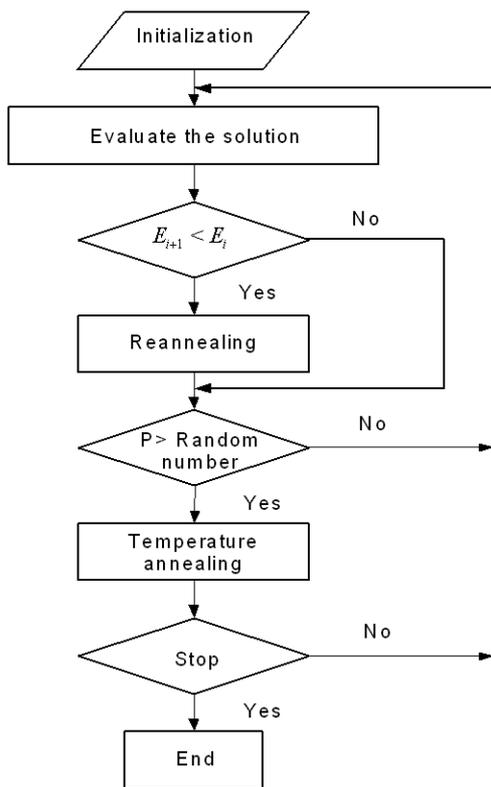


Fig. 1 Flowchart of SA

알고리즘에서도 알 수 있듯이 에너지가 증가할 경우에는 확률에 근거하여 새로운 함수 값을 찾는데 확률에서 중요한 요소로 작용하는 부분이 바로 온도이다. 온도를 감소시키는 과정을 냉각 스케줄(cooling schedule)이라고 하는데 이 냉각

스케줄을 어떻게 적용시키는데에 따라서 목적함수 값과 수렴성에 영향을 미치게 된다. 수많은 반복의 개념으로 이해할 수 있는 어닐링 과정에서 반복수가 많을수록 목적함수 값의 우수성을 추구할 수 있다는 것은 어느 정도 예측이 가능하다. 하지만 목적함수 값의 차이를 최소화하고 수렴성이 우수한 알고리즘을 적용시킬 수 있다면 효율성면에서 우수함을 추구할 수가 있게 된다. 따라서 SA알고리즘으로 최적화를 수행할 시에는 효율적인 냉각스케줄의 적용과 적절한 penalty scheme의 적용이 구조물 최적화에 있어서 필수 조건이라고 하겠다.

3. 각 알고리즘의 냉각스케줄

일반적인 SA의 알고리즘에서는 다음과 같은 식으로 온도의 감소치가 정의되어진다. 식(2)에서의 R 값은 일정한 실수로 적용되어진다.

$$T(k) = T_0 \times R \quad (2)$$

가우스분포(gaussian distribution)이 적용된 BA(boltzmann annealing)[2]에서는 온도의 감소치를 식(3)과 같이 표현하여 사용한다.

$$T(k) = \frac{T_0}{\ln k} \quad (3)$$

여기서 k 는 최적화수행 시 반복 수를 의미한다. 코시 분포(cauchy distribution)가 적용된 FA(fast annealing)[2]에서의 온도감소치는 식(4)와 같이 제시된다.

$$T(k) = \frac{T_0}{k} \quad (4)$$

FA는 온도감소치는 BA보다 빠른 수렴속도를 가진다고 알려지고 있다.

ASA(adaptive simulated annealing)[2]알고리즘은 앞서의 앞의 두 알고리즘의 냉각스케줄과 달리 지수함수를 적용하여 냉각스케줄을 구현한 알고리즘이다.

$$T(k) = T_0 \exp(-ck^{1/D}) \quad (5)$$

본 연구에서는 10부재 트러스 구조물의 최적화를 위한 냉각스케줄을 적용하였으며, 목적함수 값과 수렴성의 효율성 여부를 비교해 보았다. ASA알고리즘의 적용에서는 c 의 값의 범위를 0.1~0.7의 값을 일정하게 적용하였으며, D 값의 범위는 10~70의 값을 일정하게 변화시켜서 목적함수값과 수렴성이 어떻게 변화하는지에 대해서 알아보았다.

4. 10부재 트러스의 구조 최적화

본 연구에서 10부재 트러스의 중량을 연속변수에 대하여 최소화하였으며, 탄성계수와 중량비는 각각 $E=1,000$ ksi 와 $\rho=0.1$ lb/in³이다.

Minimize :
$$F = \sum_{i=1}^{10} \rho A_i l_i \quad (8)$$

Subject to :

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_{ia}} - 1 \leq 0 \quad i=1, \dots, 10 \quad (9)$$

$$\frac{w_j}{w_{max}} - 1 \leq 0 \quad j=1, \dots, 4 \quad (10)$$

(8)식은 목적함수를 나타내는 중량이며, 식(9)는 응력에 대한 (10)식은 처짐에 대한 제한 조건식이다.

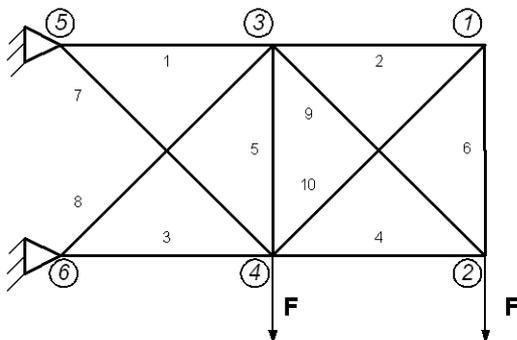


Fig. 2 10-bar truss structure

$\sigma_a=25,000$ psi , $w_i = \pm 2$ in 가 10부재 트러스에 적용된 제한조건이다. 주어진 하중 값은 각각 100k이다. Table 1은 앞에서 언급된 알고리즘을 차례로 적용시켰을 때 알고리즘의 최종설계변수를 나타낸 결과이다.

Table 1 Area result of optimization

부재 \ 알고리즘	SA(in ²)	BA(in ²)	FA(in ²)	ASA(in ²)
1	30.51	30.02	34.02	30.40
2	0.10	0.10	0.10	0.10
3	23.19	22.47	23.46	23.54
4	15.22	15.07	14.82	15.30
5	0.10	0.10	0.10	0.10
6	0.55	0.54	0.46	0.57
7	7.45	7.60	7.57	7.34
8	21.02	21.93	20.90	20.44
9	21.54	21.54	19.65	22.01
10	0.10	0.10	0.10	0.10

Table 1에서 알 수 있듯이 낮은 설계변수를 나타내는 부재와 높은 설계변수를 나타내는 부재가 각 알고리즘마다 일치함을 확인할 수 있다. 이를 토대로 각 알고리즘의 최소중량의 결과와 수렴성을 Table 2에 나타내었다.

Table 2 Optimization of 10-bar truss

알고리즘	목적함수(lb)	Number of function evaluation
SA	5060.0	403,001
BA	5063.3	35,001
FA	5082.5	36,001
ASA	5061.7	38,001

Table 2에서 알 수 있듯이 SA알고리즘은 목적함수값에서 가장 낮은 중량을 제시하고 있지만, 수

렴성에서는 제일 높은 값을 나타내고 있다. 반면에 BA알고리즘은 수렴성에서 가장 낮은값을 보이고 있다. Table 1과 2의 최적화에 적용된 ASA의 냉각스케줄은 트러스 구조물에 적합한 냉각계수 f 를 사용하여 수행하였으며, f 값은 식(11)에 나타내었으며, 식(12)에 적용하여 냉각스케줄을 구현하였다. 식에서의 c 의 계수는 0.3~0.4로 제시 된다.

$$f = \frac{1}{k} c \tag{11}$$

$$T(k) = T_0 \times f \tag{12}$$

본 연구에서의 대상이 되는 ASA의 냉각스케줄은 식(5)를 적용하였으며, 식에서의 변수 c 와 D 가 변화함에 따라서 목적함수값과 수렴성이 어떻게 변화하는지에 대해서 그래프를 통하여 나타내었다.

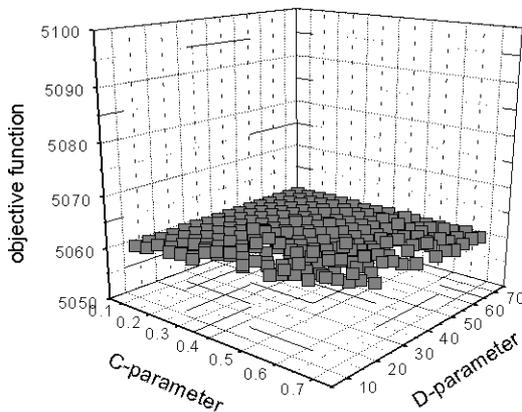


Fig. 3 Objective function

Fig. 3은 목적함수값을 나타내는 그래프로 중량이 5060.066(1b)으로 수렴하고 있음을 알 수가 있다. 목적함수값이 c 의 계수가 증가할수록 D 의 계수는 감소할 때 목적함수값이 증가함을 보인다. 위의 결과로 ASA의 알고리즘의 적용시 냉각스케줄을 식(5)로 적용할 때도 BA나 FA알고리즘의 적용시 보다 목적함수값에서 우수함을 보이고 있다. 목적함수의 최대중량은 c 의 계수가 0.7이며,

D 의 계수가 10일때의 값인 5068.58(1b)이며, 최소중량은 c 의 계수가 0.1이고 D 의 계수가 70일때의 5060.066(1b)이다. 다음으로는 수렴의 효율성에 대해서 알아보도록 하겠다. 효율성은 함수값의 수렴의 수로 나타내었으며, 결과를 Fig. 4로 나타내었다.

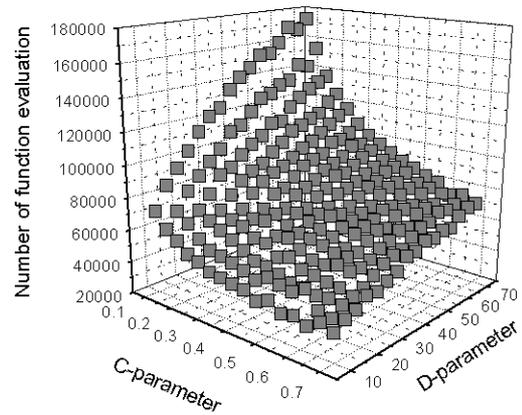


Fig. 4 Number of function evaluation

Fig. 4에서 보는 바와 같이 수렴성에서는 c 의 계수가 0.1이며, D 의 계수가 70일 때의 173,001가 가장 높은 것으로 나타나고 있으며, 가장 낮은 값은 c 의 계수가 0.7이며, D 의 계수가 10일 때의 37,001이다. 그래프에서 알 수 있듯이 두 계수의 변화에 따라서 변화하는 수렴값이 규칙적으로 변화하고 있다는 것을 알 수 있다. 그리고 ASA의 냉각스케줄을 적용 시 두 계수에 따라서 함수 수렴값이 크게 변화함을 알 수 있다. 결론적으로 10부재 트러스의 최적화에서 있어서 수렴성을 향상시키기 위해서는 c 값은 크게 적용하며 상대적으로 D 값은 작은 값으로 선택할 때 수렴성을 향상시킬 수가 있다. 다음으로 ASA의 냉각스케줄과 BA의 냉각스케줄의 요소를 혼합하였을 때의 목적함수 값과 수렴의 효율성을 알아보도록 하겠다. 적용된 냉각스케줄은 식(13)과 같다. 최적화에 있어서 앞에서 적용했던 ASA의 냉각스케줄에서와는 달리 두 계수의 적용에 있어 대표되는 계수를 선택해서 적용하였으며, 결과를 Table 3에 나타내었다.

$$T(k) = T_0 \exp(-ck^{1/D}) \times \frac{1}{\ln k} \quad (13)$$

Table 3에서 보는 바와 같이 c 값과 D 값의 변화에 따른 일정한 목적함수값과 수렴성에서의 일정한 변화는 보이고 있지 않는 것으로 나타났다. 이러한 이유로는 기존의 지수함수에 반복횟수의 로그함수가 곱해졌기 때문이라고 분석된다.

Table 3 Application of mixed cooling schedule

c	D	목적함수	Number of function evaluation
0.1	10	5065.765	28,001
0.1	20	5062.242	31,001
0.1	30	5078.833	38,001
0.2	10	5074.604	33,001
0.2	20	5065.767	28,001
0.2	30	5066.060	29,001
0.3	10	5063.194	24,001
0.3	20	5077.748	36,001
0.3	30	5065.767	28,001
0.4	10	5085.995	31,001
0.4	20	5074.604	33,001
0.4	30	5066.007	28,001

Table 4에서 알 수 있듯이 수렴성에서는 최소값이 계수가 0.3과 10일 때의 24,001으로 기존의 ASA 냉각스케줄의 37,001보다 35.1%정도 감소된 값을 나타내고 있다. 그리고 ASA에서의 최소 수렴값에서의 목적함수가 5068.58(1b)인데 반해서 식(13)을 적용한 냉각스케줄의 목적함수값은 5063.194(1b)로 목적함수값에서도 우수한 값을 보이고 있다. 하지만 계수의 변화에 따른 일정한 변화를 보이고 있지 않는 단점이 있다.

5. 결론

기존의 논문과 마찬가지로 SA 알고리즘보다는 BA, FA, ASA의 알고리즘이 수렴성에서 우수함을 보이고 있음은 이미 알고 있는 내용이다. 하지만 ASA 알고리즘을 10부재 트러스에 적용시켜 본 결과 냉각스케줄의 두 개의 변수를 어떻게 적용시키느냐에 따라서 목적함수값과 수렴성이 변화함을 확인할 수 있었으며, 효율성을 증가시키기 위해서는 적절한 변수의 적용이 요구되어진다는 것을 알았다. 결론적으로 ASA의 알고리즘으로 최적화할 시에는 냉각스케줄의 계수를 앞에서 밝혀진 바와 같이 c 의 계수는 높게 설정하고 D 의 값은 낮은 계수를 적용하여 수렴성을 극대화 할 수가 있는 것으로 나타났다.

앞으로 위의 10부재 트러스에서 적용한 내용을 토대로 보다 복잡한 구조물 25부재 트러스와 인공위성구조체등에 적용 시켜서 그 효율성을 가늠해 보겠으며, 알고리즘의 적용에 있어서 현실성과 실용성을 높일 수 있는 방안에 대해서 연구를 해 나가겠다.

참고문헌

- (1) Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. Jr and Vecchi, M.P., "Optimization by Simulated Annealing", Science, Vol. 220, No. 4598, pp.553-549.
- (2) Ingber, Lester.,1995 "Adaptive Simulated Annealing: Lessons learned", Journal of Control and Cybernetics.
- (3) Goldberg, D.E.,1989, Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning, Addison Wesley Publishing Company.
- (4) Glover F., 1990, "Tabu Search: A Tutorial", Interfaces, pp.74-94.
- (5) Emile Aarts and Jan Korst,1989, Simuated Annealing and Boltzmann Machines, John Wiley & Sons Ltd.
- (6) Bennage,W.A., Dhingra, A.K.,1995. "Single and Multi Objective Structural Optimization

in Discrete Continuous Variables using Simulated Annealing” , International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol.38, pp.2753-2773.

- (7) Robert Azencott.,1992, Simulated Annealing Parallelization Techniques, John Wiley & Sons Ltd.
- (8) Pham, D.T. and Karaboga,D.,1998.Intelligent Optimization Techniques, Springer-Verlag, London Ltd.
- (9) S.Chen, B.L Luk,1999, “Adaptive simulated annealing for optimization in signal processing applications” ,Journal of Signal processing.
- (10) Il-kwon Jeong and Ju-Jang Lee ,1995, “Adaptive Simulated Annealing Genetic Algorithm for System Identification” ,Elsevise Science Ltd, Vol.9,pp. 523-532.