

센서와 작동기를 고려한 자기베어링 시스템의 식별에 관한 연구

김찬중[†] · 안형준* · 한동철**

A Study on System Identification of Active Magnetic Bearing Rotor System Considering Sensor and Actuator Dynamics

Chan-Jung Kim, Hyeong-Joon Ahn and Dong-Chul Han

Key Words : Active Magnetic Bearing(자기베어링), Additional Dynamics(부가적인 동특성), Identification(식별), Optimal Gain(최적 이득)

Abstract

This paper presents an improved identification algorithm of active magnetic bearing rotor systems considering sensor and actuator dynamics. An AMB rotor system has both real and complex poles so that it is very hard to identify them together. In previous research, a linear transformation through a fictitious proportional feedback was used in order to shift the real poles close to the imaginary axis. However, the identification result highly depends on the fictitious feedback gain, and it is not easy to identify the additional dynamics including sensor and actuators at the same time. First, this paper discusses the necessity and a selection criterion of the fictitious feedback gain. An appropriate feedback gain minimizes dominant SVD(Singular Value Decomposition) error through maximizing rank deficiency. Second, more improvement in the identification is achieved through separating the common additional dynamics in all elements of frequency response matrix. The feasibility of the proposed identification algorithm is proved with two theoretical AMB rotor models. Finally, the proposed scheme is compared with previous identification methods using experimental data, and a great improvement in model quality and large amount of time saving can be achieved with the proposed method.

기호설명

φ_r	왼쪽 고유 벡터
ϕ_r	오른쪽 고유 벡터
σ	특이값

1. 서론

시스템 식별은 시스템에 가해진 입력과 출력 신호를 통해 시스템의 성질을 알아내는 과정의 내용을 포괄적으로 나타낸다. 시스템 식별에 관계된 입력과 출력의 형태는 크게 시간과 주파수 영역으로 나눌 수 있다. 주파수 영역의 식별 방법은 잡음 제거, 데이터 축약 및 결합의 용이성 등의 장점으로 인해 널리 사용되고 있다.

[†] 논문발표자의 소속[†] 자동차부품연구원

E-mail : korea121@amed.snu.ac.kr

TEL : (041)559-3123 FAX : (02)882-3178

* 서울대학교 정밀기계공동연구소

** 서울대학교 기계항공공학부

자기베어링 시스템은 자기베어링에 의해 불안정한 실수의 극점을 가지고 부가적인 동특성이 포함되기 때문에 식별이 어렵다. 불안정한 실수의 극점을 포함한 강제모드는 경감쇠의 연성모드와 연관성을 가지고 응답이 나타나게 되므로 동시에 식별을 수행하는 것이 어렵다. 여기에 작동기, 센서, 보조연산장치(Digital Signal Processor)와 같은 요소들은 강제모드의 특성과 비슷하게 때문에 강제모드의 식별을 더욱 어렵게 만든다.

Gahler 는 가상의 비례 제환 이득으로 폐 루프의 응답 함수를 구성하여 SIMO 모델을 만들어서 극점과 영점을 각각 알아낸 후 MIMO 모델 구성으로 확장하였다[1]. 그러나 이 경우에 기계 시스템과 특성이 다르게 주파수 응답 행렬 전체에 영향을 주는 부가적인 모델을 효과적으로 고려하기 힘들다. 또한 선정된 비례 이득 값에 따라 식별의 오차가 변하게 되는데 이러한 이득 값의 선정기준에 대해서 언급하지 않았다. 안(Ahn)은 자기베어링으로 지지되는 MIMO 강제축의 시스템에 효과적으로 대처하기 위해 MFD (matrix fractional description) 방법을 이용하여 자기베어링 시스템의 MIMO 변수 식별을 직접적으로 수행하였다[2]. 그러나 이 방법은 저주파와 고주파로 나누어서 식별을 각각 수행하여 전체 시스템을 구성하였기 때문에 연성모드와 강제모드가 쉽게 분리될 수 있는 강제 축 식별에만 사용할 수 있다. 또한 낮은 주파수와 높은 주파수로 나누는 경계의 기준이 명확하지 않은 단점이 있다.

본 논문에서 제안한 식별 방법은 다음과 같다.

- 1) 잡음에 강건한 DC 이득을 이용하여 제안된 기준에 의해 적절한 비례 이득을 계산하여 SIMO 모델에서 MIMO 모델로 확장 시키면서 불가피하게 나타나는 SVD 오차를 최소화하였다.
- 2) 적절한 비례 이득 값으로 변환된 가상의 폐 루프 시스템을 SIMO 모델로 극점과 영점을 동시에 식별하여 식별 과정에 드는 노력을 절감하였다.
- 3) 부가적으로 존재하는 센서, 작동기, 이산화의 모델을 고려해서 식별의 복잡성을 줄이면서 식별 성능을 향상시켰다.

2. MIMO 주파수 영역 식별

2.1 실험을 통한 주파수 응답 측정

자기베어링 시스템은 기본적으로 불안정하므로 주파수 응답 측정을 하기 위해서 안정화된 폐 루프 상태로 만들어야 한다. 폐 루프 상태에서 입력과 출력 신호를 이용하여 주파수 응답을 추정한다[2]. 측정된 신호들은 잡음에 쉽게 노출되기 때문

에 응답의 크기가 작은 영점 부분이나 고주파 영역의 식별에 어려움이 따르게 된다. 그러므로 측정 단계나 신호처리 과정에서 잡음을 필요한 신호로부터 충분히 배제시켜야 한다.

2.2 SIMO 주파수 곡선근사[3],[4],[5]

SIMO 전달함수 모델과 측정된 주파수 응답의 최소자승오차(least square error)가 최소가 되는 SIMO 전달함수 모델을 곡선근사를 통하여 얻어낸다.

2.3 유수(Residual)의 식별

과파라미터화(Over parameterization) 된 SIMO 모델을 특이 값 분해를 이용하여 MIMO 모델로 바꾼다. 이때 각 방향의 영점들로 구성된 행렬로부터 시스템의 고유 벡터를 알아내는데 이때 추출된 벡터 성분이 식별된 유수이다[1].

2.4 잡음의 영향

시스템의 특성이 전달함수의 극값과 영점에 의해 표현이 가능하다고 할 때 응답이 작아지는 영점은 잡음에 큰 영향을 받는다. 또한 잡음은 높은 차수의 연성 모드에서 두드러지게 작용을 하는데 주파수가 증가할수록 응답이 작아지기 때문이다. 그러므로 식별된 높은 차수의 연성모드는 신뢰도가 떨어지게 된다.

3. 다변수 자기베어링 시스템 식별

3.1 비례 이득의 필요성

자기베어링으로 지지되는 로터 시스템은 자기베어링에 의한 불안정한 실수 극점의 강제 모드와 경감쇠 연성모드가 동시에 나타나게 된다. 특히 강제모드의 경우 이와 특성이 비슷한 부가적인 동특성에 의해 더욱 식별이 어렵게 된다. 그러므로 가상의 비례 이득을 이용하여 실수 극점을 허수축으로 옮겨서 식별의 가시성(visibility)을 높이는 과정이 필요하다.

3.2 지배적인 SVD 오차

SIMO 모델을 MIMO 모델로 변환하는 유수의 식별 과정에서 오차가 크게 발생한다. 고유 값의 경우는 SIMO 모델이 공통분모 형태이므로 SIMO 모델의 값을 그대로 이용할 수 있지만 고유벡터의 경우는 랭크 1의 조건을 만족시켜야 하기 때문에 여러 개의 방향성분 중에서 가장 지배적인 방향의 성분만을 추출한다. 따라서 나머지의 방향 성분들은 모두 식별 과정의 오차로 나타난다.

3.3 센서와 작동기 등의 부가적인 동역학

측정된 주파수 응답은 연성모드와 강체모드로 구성된 기계적인 구조의 성질뿐 아니라 센서, 작동기, 그리고 이산화와 같은 부가적인 동역학 특성이 포함되어 있다. 부가적인 동특성은 이와 성질이 비슷한 강체 모드 실수 극점에 영향을 줄 뿐만 아니라 그 성질이 기계적인 구조의 특성과 다르기 때문에 동시에 식별을 수행하는 것이 어렵다.

4. 새로운 자기베어링 식별 방법

4.1 최적 비레이득의 선정

자기베어링 시스템 식별의 어려움은 강체 모드의 식별에 기인하는데 특히 강체 모드가 지배적으로 나타나는 DC 이득에서 오차가 크게 나타난다. 이를 줄이기 위해서는 폐 루프 시스템의 DC 이득 행렬의 랭크결핍(rank deficiency)을 발생시키는 것이 필요하다. 즉, 주된 방향 외의 다른 방향 성분의 크기를 줄임으로써 SVD 를 하는 과정에서 나타나는 오차를 최소화 시키는 것이다.

가상의 비레이득 K 를 가지는 폐 루프 전달함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H'(s, K) = \frac{H(s)}{I + H(s)K}, \quad K = k \cdot I \quad (1)$$

분모의 행렬을 $D(s)$ 라고 하면 전달함수는 다음과 같이 다시 표현 할 수 있다.

$$H'(s, K) = \frac{adj(D(s)) \cdot H(s)}{\det(D(s))} \quad (2)$$

$$D(s) = I + H(s)K \quad (3)$$

DC 이득의 전달함수는 (2)에서 $H'(0, K)$ 로 나타나고 랭크결핍 상태는 아래와 같다.

$$\det(H'(0, K)) = 0 \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow \det \left[\frac{adj(D(0)) \cdot H(0)}{\det(D(0))} \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\det(D(0))^{n-1} \cdot \det(H(0))}{\det(D(0))^n} = 0 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\det(H(0))}{\det(D(0))} = 0$$

여기서 $D(s)$ 는 $n \times n$ 의 행렬이고 다음의 선형대수 관계식을 이용하였다[6].

$$\det[adj(A)] = [\det(A)]^{n-1} \quad (6)$$

여기서 A 는 $n \times n$ 행렬이다.

식 (5)에서 볼 때 랭크결핍 행렬이 되기 위해 분자가 0 이 되어야 하는데 일반적으로 $H(0)$ 는 랭크결핍 상태가 아니므로 $\det(D(0))$ 가 무한대의 값을 가져야 한다. 이 조건은 비레이득이 무한대가 되는 특수한 상황을 제외하고는 불가능하다. 그러므로 식 (5)는 만족되지 않기 때문에 변화된 전달함수는 랭크결핍 상태가 될 수가 없으며 최적의 비레이득이 존재하지 않는다. 이때 랭크 결핍 상태를 만드는 비레이득을 임계 조건이라고 하자.

SVD 오차를 최소화 시키는 것이 불가능한 상황에서 차선으로 비레이득을 선정하는 것이 필요하다. 이러한 요구를 만족시키기 위해서는 비레이득이 두 번째 랭크 결핍 상태보다 큰 값을 사용할 때 강체모드가 연성을 성질을 가지게 되고, DC 이득 값이 이 강체모드에 지배적으로 영향을 준다는 사실을 이용한다. 이와 같은 조건을 만족하기 위해 다음의 가격함수를 이용한다.

$$J = \arg \min_K \left[\frac{K}{\alpha} + \frac{\beta}{\det(D)} \right] \quad (|K| > |K_C|) \quad (7)$$

$$\frac{K_C}{\alpha} = 1, \quad \frac{\beta}{\det(I + H(0)K_C)} = 1 \quad (8)$$

여기서 K_C 는 임계조건에서의 비레이득을 나타내고 α, β 는 식 (8)에서 각각의 항을 임계조건에서 모두 1 로 정규화 시키는 값으로 선정한다. β 의 값은 이론적으로 무한대의 값이 나오게 되는데 $1/\det(D)$ 이 임계 조건에서 무한대의 값을 가지게 되기 때문이다. 그러나 실제에서는 수치 오차에 의해 유한한 값을 얻게 되고, 정규화 시키는 것이 목적이므로 β 또한 유한한 역수의 값으로 선정한다.

비레이득이 고려된 폐 루프 전달함수는 식별의 측면에서 비레이득을 최소화하는 조건과 DC 이득에서의 행렬이 식 (5)에 근사 한다는 조건을 동시에 만족시켜야 하므로 식 (7)과 같은 가격함수

를 구성하였다. 여기서 초기의 비레이득 값은 임계 조건에서의 값으로 선정한다.

가격함수를 최소화 시키기 위해서는 아래와 같이 변분 값이 0이 되는 조건을 만족해야 한다.

$$\frac{dJ}{dK} = 0 \quad (9)$$

이 조건을 만족하면 구성된 가격함수의 입장에서 최적의 이득(Optimal gain)이라 할 수 있다.

4.2 부가적인 동특성을 고려한 SIMO 주파수 곡선근사

부가적인 동특성은 전체 주파수 응답 행렬 모두에 영향을 주게 된다. 그러므로 식별 대상과 분리하여 아래와 같이 분리하여 모델을 구성하는 것이 바람직하다.

$$H(s) = A(s) \left[\sum_{r=1}^2 \frac{\varphi_r \psi_r^T}{s^2 + 2d_r s - p_r^2} + \sum_{r=3}^n \frac{\varphi_r \psi_r^T}{s^2 + 2\delta_r s + q_r^2} \right] \quad (10)$$

여기서 $A(s)$ 는 부가적인 동역학 모델이다.

이산화의 동특성은 측정이 용이하기 때문에 따로 측정을 해서 모델을 구성하여 원래 시스템에서 분리하는 것이 바람직하다. 그러나 센서와 작동기의 경우에는 이산화의 동특성에 비해 측정이 까다롭기 때문에 측정 신호에서부터 동시에 추정하는 것이 바람직하다. 이와 같은 내용을 고려해서 다음과 같이 차수를 선정한다.

- 1) 부가적인 동특성의 분자와 분모에는 모두 1차의 요소를 포함시킨다. 즉 모델링 하는 모델의 차수를 분자와 분모 모두 홀수로 정한다.
- 2) 부가적인 동특성이 시스템에 미치는 영향이 작은 경우에는 1차로 모델을 구성한다. 그러나 시스템에 미치는 영향이 크거나 2개 이상의 동특성이 나타나는 경우에는 3차로 모델을 구성한다.
- 3) 5차 이상으로 모델을 구성하는 경우에는 고차의 연성모드가 반영되기 때문에 피하도록 한다.

4.3 잡음의 분리[7]

측정 신호를 잡음으로부터 분리해내기 위한 하나의 방법은 여러 개의 데이터를 연관시키는 것이다. 즉, 관심 주파수에서의 응답을 그 주변에 존재하는 응답으로부터 추정한다.

5. 실험 자료를 통한 비교

연성 측 시스템은 안(Ahn)의 방법을 적용하기 어렵기 때문에 공정한 비교를 위해 강체 측 시스템에서 식별 결과를 비교한다.

5.1 실험장치

Fig.1는 강체 측 시스템으로 2개의 작동기와 3개의 원통형 정전용량 센서로 구성되어 있다. 로터는 유도모터에 의해 최대속도 60,000(rpm)으로 동작을 하며 최대속도까지 강체 모드만이 나타나기 때문에 제어가 용이하다[2].

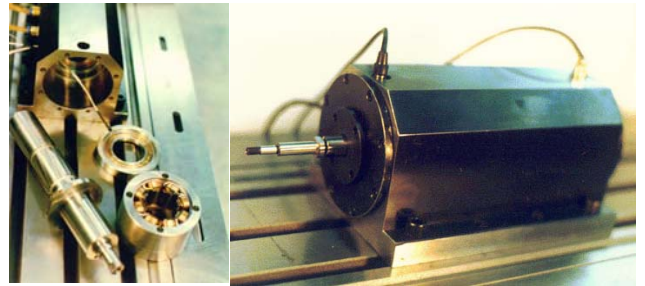


Fig. 1 Experimental setup of the rigid rotor system

5.2 주파수 응답 측정

연성 측 시스템에서와 마찬가지로 방법으로 응답을 측정하게 된다. 강체측의 경우 10(kHz)의 샘플 주파수로 1(Hz)에서 2999(Hz)까지 2(Hz)의 간격으로 측정하였다. 또한 측정된 응답에서 처음의 0.2 초는 천이 진동으로 제거하였고 하나의 가진에서 다음 가진으로 넘어갈 때 0.2 초의 시간지연을 주었다. 회전 없는 상태로 측정되었기 때문에 수직과 수평 방향의 연관이 작다는 가정에서 한쪽 방향의 응답만을 고려하였다[2].

5.3 부가적인 동특성이 제외된 경우

부가적인 동역학이 포함되지 않은 데이터로 적당한 비례 이득을 식 (9)에 의해 선정하고 각각의 방법으로 식별을 수행하며 절대 및 상대오차를 Fig.2에 나타내었다.

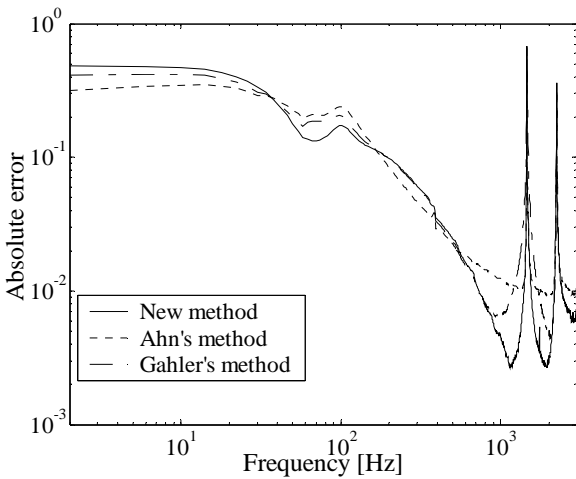


Fig. 2 Frobenius norm of errors

연성 축 시스템의 식별 결과와 달리 오차의 대부분이 강체모드 부분에서 나타난다. Fig.2 에서 볼 때 Gahler 의 방법이 가장 큰 오차를 나타낸다. 식 (9)에서 적절하게 선택된 비레이득을 사용하여 SVD 오차를 최소화 시켰으나 SIMO 모델에서 분자와 분모를 각각 따로 식별하였기 때문에 식별된 모델은 가격함수를 최소화 시키는 최적의 모델이라고 볼 수 없다. 안(Ahn)의 방법은 강체 축의 작동 범위가 되는 저주파의 식별에 중점을 두었고, 저주파와 고주파에서의 식별을 각각 수행하였기 때문에 높은 차수의 연성 모드에서 오차가 크게 발생한다. 이에 반해 본 논문에서 제안된 방법은 SIMO 모델의 극점과 영점을 동시에 알아내었기 때문에 곡선근사(curve fitting)의 정확성을 확보할 수 있고, SVD 오차를 최소화 시키는 비례 이득을 사용한 장점들을 가지고 있다. 그러므로 제안된 방법은 SIMO 모델에 기반을 두었다는 약점에도 불구하고 Table 1 에서 나타낸 것과 같이 오차의 norm의 합이 안(Ahn)의 결과보다 작은 값을 얻게 되었다. 이는 안(Ahn)의 방법이 저주파의 식별에 중점을 두었기 때문에 고주파 부분에서 새로 제안된 방법보다 오차가 크게 나타나기 때문이다.

Table 1 Sum of Frobenius norm in the rigid rotor system: excluding additional dynamics

	New method	Ahn	Gahler
Absolute Error	21.90	23.78	25.51
Relative Error	618.39	1151.2	945.99

5.4 부가적인 동특성이 고려된 경우

Fig.3 은 센서와 작동기의 부가적 모델이 포함된 경우에 각각의 식별 방법의 상대 및 절대 오차를 나타낸다. 또한 이산화까지 포함된 경우에 제안된 방법으로 식별한 결과를 Fig.4 도시하였다. 이산화

의 동특성까지 고려된 경우의 결과는 Gahler 방법의 식별결과[2]와 마찬가지로 비 대각선 요소들의 DC 이득을 정확하게 알아내지 못한다. 안(Ahn)의 방법은 22 차로 모델을 구성하였으며 Gahler 의 방법은 12 차로 모델을 구성하였으며 새로 제안된 모델은 20 차로 모델을 구성하였다.

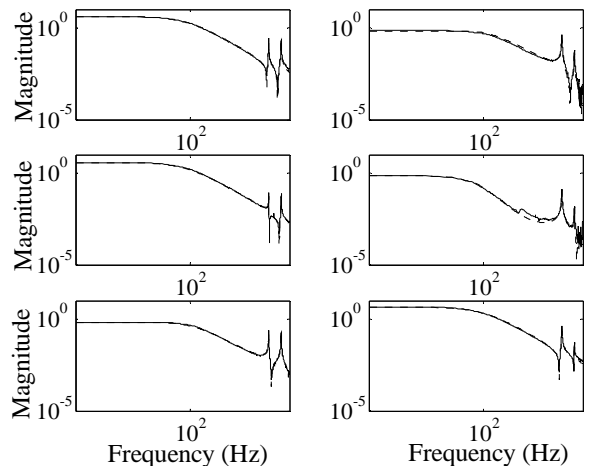


Fig. 3 Measured and identified FRF using proposed scheme : with sensor and actuator dynamics

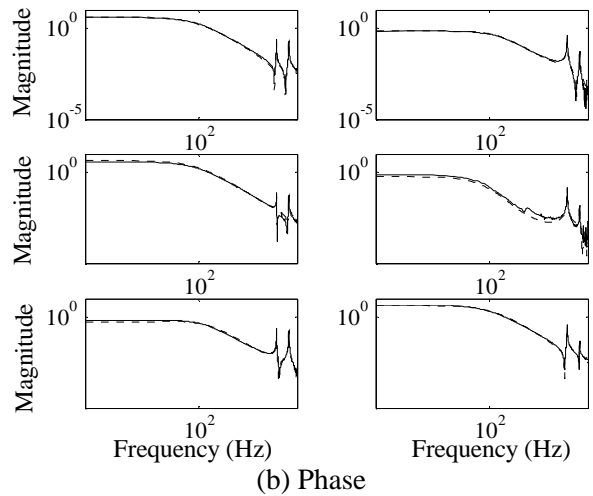


Fig. 4 Measured and identified FRF using proposed scheme : with all additional dynamics

Fig.5 는 센서와 작동기의 부가적 모델이 포함된 경우 각각 식별 방법의 상대 및 절대 오차를 나타낸다. Gahler 와 안(Ahn)의 방법은 부가적 모델을 분리하여 식별한 후 기계 시스템과 결합하여 그 오차를 구하였다. Table 2 에서 볼 때 이산화가 포함되지 않은 데이터를 가지고 제안된 방법으로 식별을 수행한 것이 가장 좋은 성능을 보여준다.

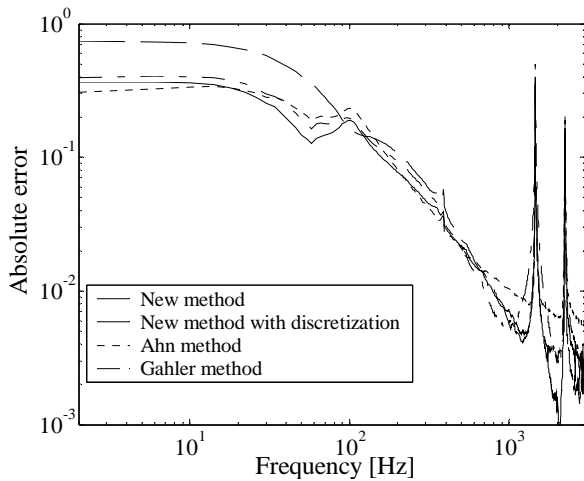


Fig. 5 Frobenius norm of errors

Table 2 Sum of Frobenius norm in the rigid rotor system: including additional rotor system

	New method	New method (discretization)	Ahn	Gahler
Absolute error	17.60	23.34	20.48	21.46
Relative error	622.47	994.02	1151.20	945.99

Table 1 과 비교했을 때 Table 2 는 절대오차는 전반적으로 줄어들고 상대오차는 비슷한 양상을 보인다. 절대오차가 줄어든 이유는 부가적인 동특성이 시간 지연 효과로 고주파에서의 응답이 줄어들었기 때문이다. 식별의 결과는 부가적인 모든 동특성이 배제된 경우와 센서와 작동기의 동특성이 고려된 데이터의 경우 모두에서 제안된 알고리즘이 우수한 식별 성능을 보여주고 있다. 이산화의 동특성까지 고려한 경우에 부가적인 모델의 차수를 3으로 늘리고 식별을 수행하였다. Table 2 에 나타난 결과를 볼 때 이산화의 동특성이 반영이 되면 오차가 커지는데 부가적인 3 차의 모델로 2 가지의 동특성을 한번에 근사화 하는데 한계가 있기 때문이다. 하지만, 이산화를 고려한 경우도 식별 오차의 큰 증가 없이 비교적 정확한 식별 결과를 얻을 수 있다.

6. 결론

본 논문은 센서 및 작동기 등의 부가적인 동역학 모델을 고려한 자기베어링 시스템의 향상된 식별 방법을 제한하였다. 우선, 궤환 비례제어 이득의 필요성을 상세히 논하고 그 최적이득 값이 존재하지 않음을 보였으며, 차선으로 선정할 수 있는 비례 이득 값의 조건을 제시하였다. 제시된 기준에 의해 선정된 적절한 비례 이득을 도입하여 SIMO

모델에서 MIMO 모델로 확장 시키면서 불가피하게 나타나는 SVD 오차를 최소화하였다. 적절한 비례 이득 값으로 변환된 가상의 폐 루프 시스템은 SIMO 모델을 이용하면 극점과 영점을 동시에 식별 가능하여 식별 과정에 드는 노력을 절감할 수 있다. 부과적으로 존재하는 센서, 작동기, 이산화의 모델을 고려해서 시스템의 전달함수를 구성하여 식별 성능을 향상시켰다. 마지막으로 실험 자료를 통해 기존의 식별 방법들과 비교를 통하여 제안된 방법의 우수성을 확인하였다.

후 기

본 연구는 한국 과학재단의 국제 공동 연구 사업으로 진행된 것입니다.

참고문헌

- (1) Gahler C., Mohler M. and Herzog R., 1997, "Multivariable Identification of Active Magnetic Bearing Systems", *JSME international Journal Series C*, 40(4), pp. 584-592
- (2) Hyeong-Joon Ahn., Dong-Chul Han. and Eric H. Maslen, 2003, "Frequency domains identification of a MIMO AMB rigid rotor system based on masured open-loop frequency responses", *Proceedings of ASME/Turbo Expo*
- (3) Sanathanan, C. K. & Koerner, J., "Complex Function Synthesis as a Ratio of Two Complex Polynomials", *IEEE Transaction of Automatic Control*, AC-8,37
- (4) Bayard, D. S., "High order Multivariable Transfer Function Curve Fitting: Algorithms, Sparse Matrix Methods and Experimental Results", *Automatica*, vol.30, No.9, pp.1439-1444
- (5) TF_IDENT(SIMO identification program), *University of Virginia*
- (6) David A. Harville, "Matrix Algebra: Exercise And Solutions", *Springer*
- (7) Anders Stenman, Frank Gustafsson, Daniel Rivera, Lennart Ljung and Tomas McKelvey, 1999, "On Adaptive Smoothing of Empirical Transfer Function Estimation", *IFAC World Congress*