

# 위성자세 최소시간 거동을 위한 추력기와 반작용 휠 통합제어

이병훈<sup>†</sup> 이봉운\* 오화석\*\* 이선호\*\*\* 이승우\*\*\*\*

## Hybrid Control with Thrusters and Reaction Wheels for Time Optimal Attitude Maneuvers of Spacecraft

Byung-Hoon Lee, Bong-Woon Lee, Hwa-Suk Oh, Seon-Ho Lee and Seung-Wu Rhee

**Key Words:** Time Optimal Maneuvering(최소시간거동), Constant Time Sharing Ratio Thrusting(일정비율분사), Varying Time Sharing Ratio Thrusting(변비율분사), Simultaneous Hybrid Control(동시병합제어), Sequential Hybrid Control(순차적병합제어)

### Abstract

Time-Optimal solutions for attitude control with reaction wheels as well as with thrusters are studied. The suggested varying-time-sharing ratio thrusting is found to reduce the maneuvering time enormously. The hybrid control such as sequential hybrid and simultaneous hybrid with reaction wheels and thrusters are considered. The results show that simultaneous hybrid method reduces the maneuver time very much. Spacecraft model is KOREA Multi-Purpose SATellite(KOMPSAT)-II, which is being developed by KARI in KOREA as an agile maneuvering satellite.

### 1. 서 론

저궤도 관측위성의 경우 관측장소를 향한 카메라의 지향성능은 더욱 빠른 지향과 안정화가 요구된다. 이를 위하여 위성 선진국에서는 위성체의 큰 각 거동을 가능하면 빠른시간에 이루어지도록 하는 최소시간 거동(Time Optimal Maneuvering) 연구가 활발히 진행되고 있다.(1-5)

위성의 빠른거동을 위해서는 대개 최대토크가 번갈아 가며 작용하는 Bang-Bang Control이 요구

됨이 밝혀졌다.(1) 이는 곧 자세제어 구동기가 매순간 최대토크를 발생시켜야함을 의미하며 이 최대 발생토크 크기에 따라 거동시간이 좌우된다. 이런 점에서 반작용휠은 빠른 거동시 용량에 따른 한계를 가지며, 최대토크로 거동시 토크발생구실을 못하는 상태(Saturation)가 되는 단점도 있다. 결국 반작용휠 용량을 초과하는 빠른 거동이 요구될 때는 추력기를 병행하여 사용하는 Hybrid 구동방식의 필요성이 대두된다.

Hybrid 방식으로는 큰 각 거동초기에는 추력기를 사용하고 목표점에 가까워지면 휠을 사용하여 미세 조정하는 방식과 모든 거동에 있어 추력기와 휠을 동시에 사용하는 방식을 생각할 수 있으나 선택은 구현 가능성과 연료소모율 및 기타변수 등을 고려하여 결정되어야 할 것이다.

본 논문에서는 다목적2호 위성의 데이터를 기준으로 위성의 구동기별 최소시간 최적해와 이를 바탕으로 반작용휠과 추력기를 병합한 모델의 최

† 한국항공대학교 대학원, 석사과정, 항공우주및기계공학과  
E-mail : hooni94@dreamwiz.com  
TEL : 016-368-7155

\* 한국항공대학교 대학원, 박사과정, 항공우주및기계공학과

\*\* 한국항공대학교 항공우주및기계공학부, 부교수, 정회원

\*\*\* 한국항공우주연구원, 위성제어그룹

\*\*\*\* 한국항공우주연구원, 위성제어그룹, 위성제어그룹장

소시간해를 수치해석을 통하여 구하고 그 성능을 알아보았다. 추력기의 경우 변비율 추력분사방식을 새롭게 제안하였으며 기존의 일정비율 분사방식보다 월등한 거동성능이 발휘됨을 보였다.

## 2. 위성 자세제어 모델링

### 2.1 자세 시스템 데이터

본 연구의 대상위성인 다목적위성 2호의 반작용휠 배치는 모든 축에 똑같은 크기의 최대토크가 작용되도록 피라미드 형식으로 휠 축 방향 벡터를 Azimuth angle  $\alpha = 45^\circ$ , Elevation compliment angle  $\beta = 54.74^\circ$  되게 배치되며, 각 축에 발생하는 최대토크는 0.462 Nm이다. 추력기는 4쌍이 장착되어 분사됨으로써 질량 중심에 대하여 각 축 별로 {1.1, 1.48, 0.37}Nm 크기의 토크를 발생시킨다.

### 2.2 위성 동역학 모델

#### 2.2.1 반작용휠 모델

반작용휠을 장착한 위성의 운동 방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$I\dot{w} = -w^\times Iw - w^\times Ah - Au_w \quad (2.2.1)$$

$$\dot{h} = u_w \quad (2.2.2)$$

여기서  $I$ 는 위성의 관성모멘트 행렬,  $w = [w_1 \ w_2 \ w_3]^T$ 는 위성의 각속도,  $w^\times$ 는  $w$  벡터의 외적 행렬을 나타낸다.  $A$ 는 휠 배치형상에 따른  $3 \times 4$  영향 행렬(Influence Matrix)이다.  $h = [h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4]^T$ 는 휠의 축방향 절대 각운동량 벡터이고  $u_w = [u_{w1} \ u_{w2} \ u_{w3} \ u_{w4}]^T$ 는 휠 토크제어 벡터이다.

#### 2.2.2 추력기 모델

추력기를 장착한 위성의 동역학 방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$I\dot{w} = -w^\times Iw + u_t \quad (2.2.3)$$

추력기를 쌍으로 순차적으로 분사하는 방식은(예: 다목적위성의 경우) 임의의 축 방향의 토크를 발생시키기 위하여 해당 추력기 쌍을 분사해 줌으로써 토크를 발생시키며, 임의의 소요 토크에 대하여 roll-pitch-yaw가 순차적으로 time sharing 형식으로 토크를 발생하는 방식이다.

이 경우에도 추력기의 배치 형상에 따라 각

추력기 쌍이 발생시키는 토크가 다르며  $g_{max} = [g_{max1} \ g_{max2} \ g_{max3}]^T$ 를 각 축에 작용되는 최대토크를 나타내는 벡터라 하고,  $u_F = [u_{F1} \ u_{F2} \ u_{F3}]^T$ 를 추력기 분사율(duty ratio) 벡터라 할 때, 식(2.2.3)의 추력기 발생토크  $u_t$ 는

$$u_t = g_{max}^T u_F \quad (2.2.4)$$

로 나타낼 수 있다. 이 방식은 또한 각 축에 일정비율이 할당되는 일정비율 분사방식(예: 다목적위성의 경우)과 각 축 별 비율을 달리하는 변비율 분사방식으로 나눌 수 있다.

### 2.3 위성 자세 운동방정식

위성의 자세는 여러 가지로 나타낼 수 있으며 이중 모든 범위 각에서 특이점(Singularity)이 없는 오일러 파라미터나 로드리그 파라미터를 선호한다. 본 논문에서는 3차원 수정 로드리그 파라미터(Modified Rodrigues Parameters) 벡터  $\sigma$ 를 사용하기로 한다.(6) 편의상 관성좌표계에 대한 자세를 나타내기 위하여 케도좌표계에 대하여는 어렵지 않게 변환할 수 있다.

$$\sigma_i = e_i \tan(\phi/4) \quad (i \equiv 1, 3) \quad (2.3.1)$$

여기서  $e_1, e_2, e_3$ 는 주축의 몸통계(Body Frame) 또는 관성계(Inertial Frame)에 대한 방향여현(Direction Cosine)이고,  $\phi$ 는 주각(Principal Angle)이다. 이 수정 로드리그 파라미터들을 이용하여 위성의 운동방정식을 쓰면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\sigma} = \frac{1}{4} G(\sigma) w \quad (2.3.2)$$

여기서

$$G(\sigma) = \begin{bmatrix} 1 + \sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \sigma_3^2 & 2(\sigma_1\sigma_2 - \sigma_3) & 2(\sigma_1\sigma_3 + \sigma_2) \\ 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_3) & 1 - \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2 & 2(\sigma_2\sigma_3 - \sigma_1) \\ 2(\sigma_1\sigma_3 - \sigma_2) & 2(\sigma_2\sigma_3 + \sigma_1) & 1 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \end{bmatrix}$$

이다.

## 3. 반작용휠을 이용한 최소시간제어

반작용휠의 경우 휠의 회전속도가 상태변수로 추가되어 총 상태변수는 자세 파라미터 3개, 위성체 각속도 3개, 휠 운동량 4개로 총 10개가 된다. 최적시간 제어를 위한 cost function은

$$\text{Min } J = \int_0^{t_f} dt \quad (3.0.1)$$

이며, 식(2.2.1), 식(2.2.2), 식(2.3.2)를 constraints로

하고 4-dimensional control 변수  $u_w$ 와 휠 상태변수  $h_w$ 의 크기에 대한 설계제함에 따른 다음과 같은 constraints를 갖게 된다.

$$|u_{wi}| \leq u_{max}, \quad (i = 1, 4) \tag{3.0.2}$$

$$|h_{wi}| \leq h_{max}, \quad (i = 1, 4) \tag{3.0.3}$$

여기서  $u_{max}$ 와  $h_{max}$ 는 각각 구동모터 토크 용량 제한으로 인한 휠 발생 최대 토크와 saturation으로 인한 최대 운동량을 나타낸다. 본 연구에서 최적해를 구하기 위해 사용한 수치해석법은 parameter optimization 방법으로 거동기간  $t_f$ 를  $N$ 개의 구간으로 쪼개어 목표 자세치에 가도록 final time 경계조건을 만족시키는 각 순간의 제어 토크를 구하는 방법이다. 수치해석으로 구한 해와 비교하기 위한 단축거동시 예상되는 이론적 거동시간은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$t_{opt} = 2\sqrt{\frac{\phi I_i}{T_{max}}} \tag{3.0.4}$$

여기서  $I_i$ 은  $i$ 번째 축관성모멘트,  $\phi$ 는 거동각,  $T_{max}$ 는  $i$ -축 최대 발생토크를 나타낸다. 다목적2호 위성의 경우, 운용초기 형상을 기준으로 할 때, MOI는  $I = \text{diag} \{600, 400, 400\} \text{kg.m}^2$  이며  $T_{max} = 0.462 \text{Nm}$  이다.

### 3.1 반작용휠의 각운동량 제한이 없는 경우

반작용 휠 최대 운동량의 한계를 두지 아니한, 즉, Constraints 중 식(3.0.3)을 고려하지 않은 경우에 대해서 반작용휠을 사용하여 roll축으로 30도 거동한 경우의 최적해를 구하였다. 이 경우 Fig. 3.1.1의 피라미드 구조로 배치된 반작용휠의 토크형상에서도 확인할 수 있듯이 반작용휠은 독립적으로 구동되거나 피라미드 구조로 배치되어 각 축이 모두 최대의 토크를 발생시킬 수 있는 까닭에 거동결과는 roll축 주위를 도는 단축거동 현상으로 나타났다. 3축이 모두 흔들리는 참고문헌(1)에서와는 다른 결과임을 알 수 있다. 결국 고유 축 거동이 최소시간 거동이 되었다. 그 결과를 Fig. 3.1.2에 나타내었다. 단축거동시 거동시간은 식(3.0.4)과 같이 구할 수 있으며, 수치해석적으로 구해진 최적해크기와 이론적 단축거동 예상치(52.16초)와 거의 맞아 떨어지는 것을 알 수 있다.

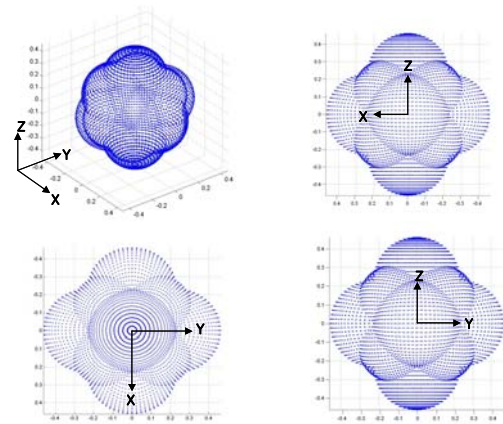


Fig 3.1.1 Torque Envelope of Reaction Wheels

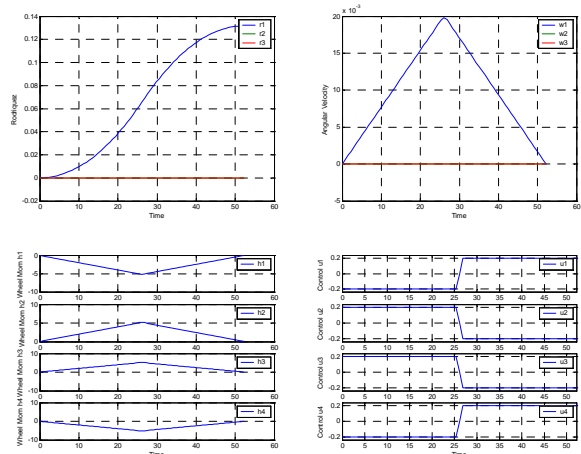


Fig. 3.1.2 Min. Time Maneuver with R/W: Roll 30°

### 3.2 반작용휠의 각운동량 제한이 있는 경우

반작용휠은 최대토크로 거동을 하면 곧 휠의 최대속도에 도달하여 더 이상 그 방향의 토크발생 구실을 못하는 포화상태(Saturation)가 된다. 이러한 포화상태로 인한 최대 각운동량 한계를 고려하면 식(3.0.3)이 구속조건으로 추가된다. roll축으로 10도 거동한 경우의 최적해를 구하고 그 결과를 Fig. 3.2.1에 보였다. 이 결과에서 보듯이  $h_{max}$ 부분에서  $u_w$ 에 chattering 현상이 나타남을 볼 수 있으며 최적해 수렴성을 악화 시켰다. 실제 최적해는 일정 각운동량 상태를 유지하는 제로토크 상태이다.

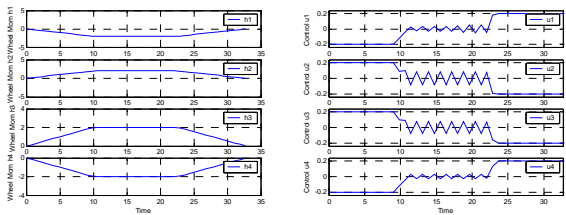


Fig. 3.2.1 Min. Time Maneuver with Mom. Constraint : Roll 10°

3.3 Pseudo Control을 이용한 최적해

실제 반작용휠은 거동시 정지상태에서 바로 최대토크를 내게 할 수는 없다. 반작용휠의 급격한 구동은 위성몸체의 jerking 현상을 유발케 한다. 즉, 휠 토크 증가율에 제한을 둘 수밖에 없다. 즉,  $|u| \leq \dot{u}_{max}$ 의 구속조건이 고려되어야 한다. 이를 위하여 다음과 같은 새로운 가제어 (Pseudo Control) 파라미터  $v_w$ 을 이용하여 최적제어 해를 구하였다.(4)

$$\dot{u}_w = v_w \tag{3.3.1}$$

Pseudo Control  $v_w$ 는 위성 설계제한에 따른 다음과 같은 constraints를 갖게 된다.

$$|v_{wi}| \leq v_{max}, \quad (i = 1, 4) \tag{3.3.2}$$

이 Pseudo Control을 이용하면 앞에서 보았던  $u_w$  수렴시 나타나는 chattering 현상도 제거할 수 있다. roll축으로 10도 거동한 경우의 최적해 결과에서 보듯이 앞절의 결과와 비교하면 최소시간에서는 약간 손해를 보지만 chattering 현상이 제거되고 반작용휠의 응답특성이 좀더 현실성 있게 되었음을 알 수 있다.

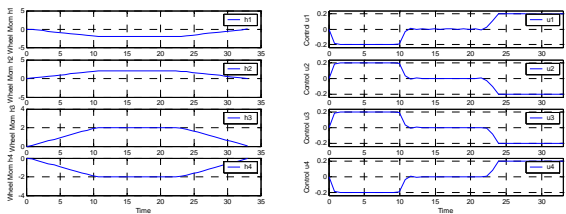


Fig. 3.3.1 Min. Time Maneuver with Pseudo Control : Roll 10°

4. 추력기를 이용한 최소시간 제어

4.1 일정비율(Constant Time Sharing Ratio) 분사방식

다목적위성 2호의 경우 각 축 별로 0.75초 마다 명령을 주며 분사가 쌍으로 분사하되

roll-pitch-yaw 순서로 일정한 시간비율(0.25초)로 time-sharing 하는 까닭에 최대 분사율은 1/3을 넘지 못한다. 즉, 추력토크가 각 축에 대해서 독립적이되(Independent) 그 분사율이 1/3로 제한되어 실제 발생가능 토크도 1/3로 제한되는 경우에 해당한다. 다음 Fig. 4.1.1은 일정비율 분사방식의 분사형태 예시도를 나타내고 있다.

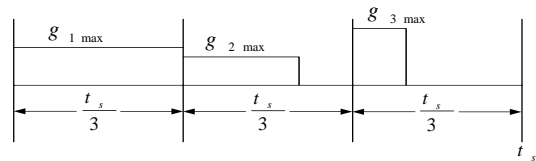


Fig. 4.1.1 Example of Constant Time Sharing Ratio Thrusting

일정비율 분사방식의 제어토크  $u_{fi}$ 는 다음과 같은 형태의 constraint를 갖고 있다.

$$|u_{fi}| < u_{fmax}, \quad (i = 1, 3) \tag{4.1.1}$$

여기서  $u_{fmax} = 1/3$ 이다. 다목적위성 2호의 각 축별 최대 발생토크는 임무 초기시간을 기준으로 할때  $g_{max} = [1.1 \ 1.48 \ 0.37]^T Nm$  이 된다. roll 축으로 30도 거동의 최적해를 구하였고, 그 결과를 Fig. 4.1.2에 나타내었다. 결과에서 보듯이 일정비율 분사방식의 경우 각 축의 토크는 독립적으로 구동이 되는 까닭에 참고문헌(1)과 같이 단축거동 목표이지만 3축이 모두 흔들리며 최소시간 거동이 일어남을 알 수 있다.

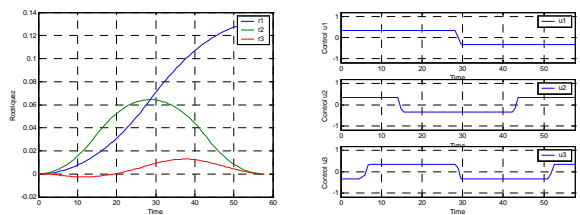


Fig. 4.1.2 Min. Time Maneuver with Constant Time Sharing Ratio Thrusting : Roll 30°

4.2 변비율(Varying Time Sharing Ratio) 분사방식

앞의 최적해 결과에서 보았듯이 일정비율 분사방식의 경우 다른 축의 토크 수요가 없을 지라도 항상 일정비율을 그 축에 할당해 줌으로써 실제 가용 토크 수준을 떨어뜨리는 단점이 있다. 비록 독립적으로 구동됨으로써 단축거동에도 3축 토크를 다 사용하는 장점이 있지만 최소시간 먼

에서는 손해임이 확실하다. 이를 고치기 위하여 분사 할당비율을 탄력적으로 할당하는 로직을 고려하였다. 즉, 전체 주어진 시간을 각 축에 할당 하되 필요한 곳에 최대로 할당 되도록 하는 방식이다. 이 경우 각 축에 대한 최대 분사율은 최대 100% 까지 증가하나 독립적이지 못하고 (Dependent) 다음과 같은 constraint를 만족하여야 한다.(7)

$$|u_{f1}| + |u_{f2}| + |u_{f3}| \leq 1 \quad (4.2.1)$$

즉, 각 분사율의 합이 100%를 넘지 못함을 의미한다. 다음 Fig. 4.2.1은 변비율 분사방식의 분사 형태 예시도이다.

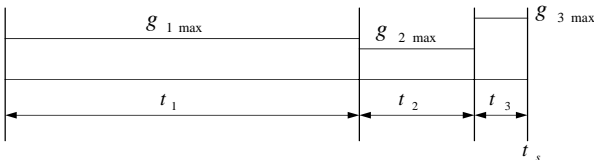


Fig. 4.2.1 Example of Varying Time Sharing Ratio Thrusting

Roll 축으로 30도 거동의 최적해를 구하였고, 그 결과를 Fig. 4.2.2에 나타내었다. 이 경우 roll 축의 토크가 거의 100% 토크를 발생하며 단축거동만이 일어남을 알 수 있다. 결과에서 보듯이 최소 거동시간은 앞의 일정비율 분사방식 사용 때보다 평균 40 % 정도의 시간 절감 효과를 거둬볼 수 있었다. 결국, 추력기를 이용하여 최소 시간 거동을 할 경우 일정비율 분사방식 보다는 변비율 분사방식을 씌우므로서 거동시간을 획기적으로 줄일 수 있음을 알 수 있다.

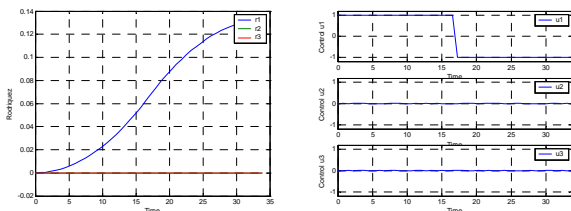


Fig. 4.2.2 Min. Time Maneuver with Varying Time Sharing Ratio Thrusting : Roll 30°

### 5. 순차적 구동 병합 최소시간제어

#### 5.1 일정분사비율 방식의 순차적 병합제어

최적해를 구하기 위해 우선 roll축 거동의  $t_s$ 에 대한  $t_f$ 의 경향곡선을 구하였다. 다음 Fig. 5.1.1은

순차적 병합제어 방식에서 roll 10도 거동의  $t_s$ 에 대한  $t_f$ 의 변화를 도시하였다. 결과에서도 알 수 있듯이 추력기 사용시간의 증가, 즉  $t_s$ 가 증가되면 최종거동시간  $t_f$ 가 증가되는 결과를 보여준다. 이는 반작용휠만 사용한 것 보다 거동시간이 더 늘어나는 것을 의미한다. 이러한 이유로 다목적2호의 경우 순차적 병합제어는 최적시간제어의 측면에서 보면 아무런 이득을 가지지 못한다.

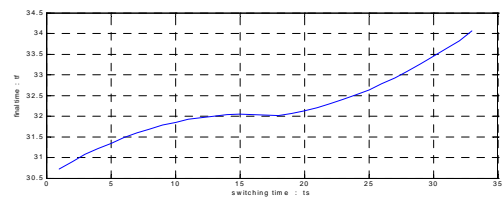


Fig. 5.1.1 Sequential Hybrid Control in Constant Ratio : Roll 10°

#### 5.2 변분사비율 방식의 순차적 병합제어

다음 Fig. 5.2.1은 roll 10도의  $t_s$ 에 대한  $t_f$ 의 변화이며, 이는 전형적인 'trade-off curve'의 한 형태이다. 이러한 경우 switching time  $t_s$ 의 선정에 있어서 타협점을 찾는 것이 중요하다. 결과에서 보듯이 적절한  $t_s$ 의 선정으로 거동시간 절감효과는 물론 자세제어의 정확도 및 안정성 그리고 연료절감 효과까지 획득 할 수 있어 그 적용성이 넓다고 할 수 있다.

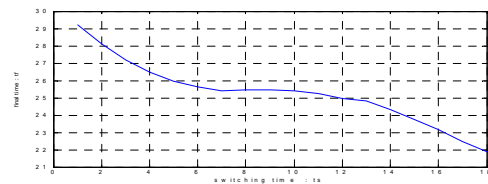


Fig. 5.2.1 Sequential Hybrid Control in Varying Ratio : Roll 10°

### 6. 동시구동 병합 최소시간제어

추력기와 반작용휠의 동시 구동시 최적시간제어를 위한 위성의 동역학 방정식은 다음과 같이 바뀐다.

$$I\dot{w} = -w^x I w - w^x A h - A u_w + u_t \quad (6.0.1)$$

여기서  $u_w$ 는 휠 토크제어 벡터이며,  $u_t$ 는 추력기 발생토크 이다.

7. 결 론

6.1 일정분사비율 방식의 동시구동 병합제어

Roll축으로 30도 거동결과를 Fig. 6.1.1에 나타내었다. 거동결과 3축이 모두 흔들리며 최소시간 거동이 일어난다. 또한 최소시간 측면에서 보면 휠 혹은 추력기만의 단독거동에 비해 동시병합제어 결과 시간절감 효과를 거둬볼 수 있었다.

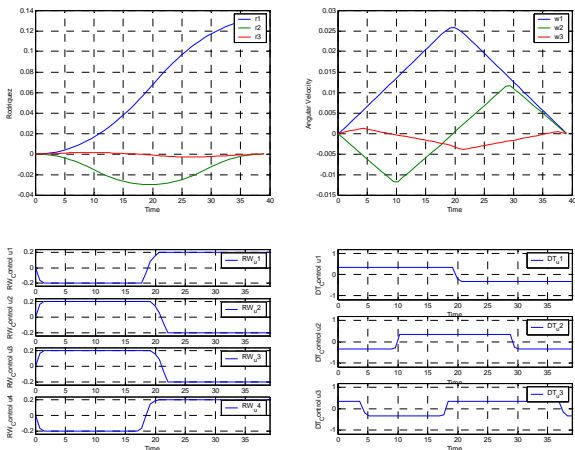


Fig. 6.1.1 Simultaneous Hybrid Control in Constant Ratio : Roll 30°

6.2 변분사비율 방식의 동시구동 병합제어

Roll축으로 30도 거동결과를 Fig. 6.2.1에 나타내었다. 거동결과는 roll축 주위를 도는 단축거동 현상으로 나타났다. 거동시간 측면에서 결과를 보면 지금까지의 구동방법들에 비해 가장 성능이 뛰어난 것을 알 수 있었다.

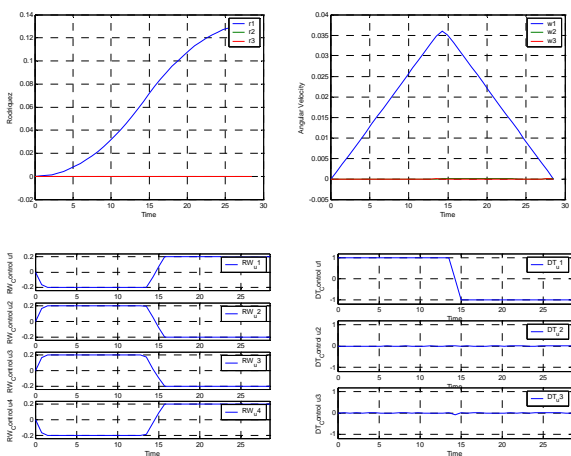


Fig. 6.2.1 Simultaneous Hybrid Control in Varying Ratio : Roll 30°

다목적2호 위성의 구동기별 최소시간 최적해를 수치해석을 통하여 구하였다. 제시된 변분사비율 추력방식의 경우 거동시간이 획기적으로 감소됨이 밝혀졌다. 이를 바탕으로 추력기와 반작용휠을 병합한 모델의 최소시간 최적해를 구하였다. 병합제어방식의 경우에는 구동방식에 따라 동시구동 방식과 순차적 구동방식의 경우로 나누어 각각의 특성에 대해서 알아보았다. 병합제어의 경우에는 거동시간을 최소화하며 정밀 자세제어를 위한 최상의 병합제어 방식으로는 처음에는 변비율 동시구동 방식으로 거동 후 마지막 단계에서 휠만 단독으로 사용하여 정밀 자세제어가 가능토록 하는 방식이 최상이 밝혀졌다.

후 기

본 논문은 산업자원부의 지원을 받아 한국항공우주연구원의 “다목적실용위성 2호 개발사업”의 일환으로 수행된 것으로 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Bilimoria and Wie, 1993, “Time Optimal Three-Axis Reorientation,” Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.16, No.3.
- (2) Seywald and Kumar, “Singular Control in Minimum Time S/C Reorientation, 1993,” Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.16, No.4.
- (3) Scrivener and Thomson, 1993, “Time optimal reorientation of a rigid S/C using collocation and nonlinear programming,” Advances In the astronomical sciences, Vol.85, No.3.
- (4) Hurtado and Junkins, 1998, “Optimal Near-min time control,” Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.21, No.1.
- (5) Shen and Tsotras, 1999, “Time optimal control of axi-symmetric rigid S/C using two controls,” Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.22, No.5.
- (6) Sidi, M., 1997, "Spacecraft Dynamics and Control," Cambridge University Press.
- (7) KARI, Sep. 2003, “Varying Time Division Pulsing Method and its Controller for Coupled Thrusting Satellite,” Patent Pending.