Dynamic strain aging 에 의한 국소변형의 perturbation analysis

양승용†

Perturbation analysis of localized deformation by dynamic strain aging

Seung-Yong Yang

Key Words : Localized deformation(국소변형), Dynamic strain aging, Perturbation analysis

Abstract

In the tensile loading of sheet metals made from polycrystalline aluminum alloys, a single deformation band appears inclined to the elongation axis in the early stage of plastic deformation, and symmetric double bands are observed in the later stage. This character of the localized deformation bands has been analyzed by a perturbation method. Macroscopic slip modes composed of slip planes and slip directions were assumed to describe the tensile and shear strains. Along time integration path, the value of the perturbation growth parameter was checked to find at which angle to the elongation axis the localized deformation bands are generated. It was shown that the mode of the localized deformation is related to asymmetry of material property.

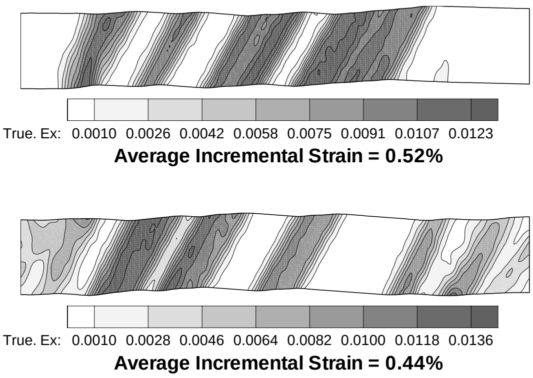
1. 서 론

합금은 특정한 온도와 변형률 구간에서, 변형률속도가 증가하면 오히려 항복강도가 낮아지는 특성을 나타내게 되는데, 이러한 현상은 합금내부의 불순물과 전위의 상호작용에 의해 일어나는 것으로 추측하고 있다 (dynamic strain aging). 이러한 특성으로 인하여, 합금은 변형 중에 불안정한 상태에 놓이게 되고, PLC band (Portevin-Le Chatelier band)라는 국소변형 띠가 발생하게 된다. 알루미늄 sheet metal 에 인장하중을 가하면, Fig. 1 에서 볼 수 있듯이, 소성변형의 초기에는 인장 축에 기울어진 PLC band 들이 전체 시편 길이에 걸쳐서 불연속적으로 관찰되지만, 변형후기에는 쌍으로 이루어진 대칭적인 변형 띠가 연속적으로 시편을 따라 전파함을 관찰할 수 있다. (Li 2000)

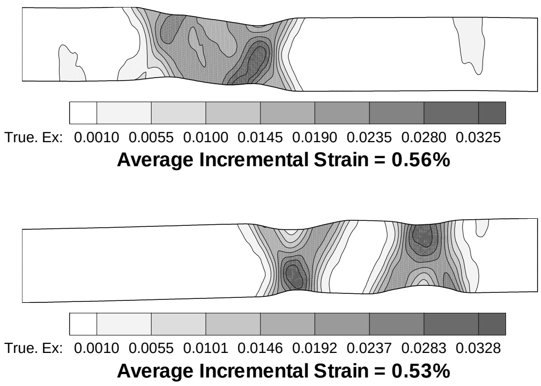
유한요소 시뮬레이션은 이러한 PLC band 의 발생형태를 탐구하기 위하여 사용되어 왔지만, 실험에서 관찰된 현상과 유사한 시뮬레이션 결과를 주었을 뿐, 왜 국소변형 띠가 변형 단계에 따라 다르게 나타나는지를 설명하기에는 충분하지 않았다 (Becker 1999, Zhang et al. 2001).

본 논문에서는, PLC band 가 소성 변형 단계에 따라 다른 모양을 띠는 현상을 perturbation analysis 를 통하여 탐구하였다. 다결정 금속의 변형을 기술하기 위하여 각각의 grain 에 대하여 균질한 변형률을 가정하는 Taylor 의 이론을 이용하였고, 전체 시편의 소성변형률을 기술하기 위하여 slip plane 과 slip direction 으로 구성된 slip mode 를 가정하였다. 시편의 초기 상태에서의 시편의 비대칭성을 고려하기 위하여 slip mode 가 비대칭적인 항복강도를 가진다고 가정하였다. 시간 경로를 따라 점소성 구성방정식을 이용하여 응력을 계산하였고, 각각의 시간에서 perturbation growth parameter 값을 계산함으로써 국소변형 띠가 변형 초기에는 인장 축에 대하여 한 가지 각도에서 발생되고, 변형 후기에는 대칭적인 두개의 각도에서 발생됨을 확인할 수 있었다.

† 한국철도기술연구원
E-mail : yangsy@krri.re.kr
TEL : (031) 460-5115 FAX : (031) 460-5139



(a) Initial deformation stage



(b) Later deformation stage

Fig. 1 Experimental tensile strain increment for AA5182-O sheet metal. (a) Incremental strain at total strain of $\varepsilon_{22} = 8.21\%$ and $\varepsilon_{22} = 8.65\%$; (b) Incremental strain at total strain of $\varepsilon_{22} = 13.49\%$ and $\varepsilon_{22} = 14.02\%$.

2. 지배방정식

본 장에서는 sheet metal 의 인장변형을 해석하기 위하여, Fig. 2 에서 보는 바와 같은 x_3 축 방향으로 평면변형률을 갖는 문제에 대하여 변형률속도 및 구성방정식 등을 기술하였다.
먼저 다결정 금속의 소성변형률을 기술하기 위하여, Fig. 3 에서 보는 바와 같은 전체 시편 크기의 거시적인 slip mode 를 가정하였다. Slip plane normal vector $\mathbf{m}$ 과 slip direction vector $\mathbf{s}$ 의 성분은 다음과 같이 표시 된다.

$$\mathbf{s}_1 = (\sin\psi, \cos\psi, 0),$$
$$\mathbf{m}_1 = (-\cos\psi, \sin\psi, 0),$$

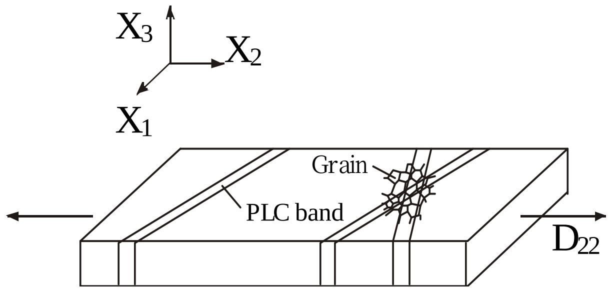


Fig. 2 Single and double PLC bands in sheet metal forming.

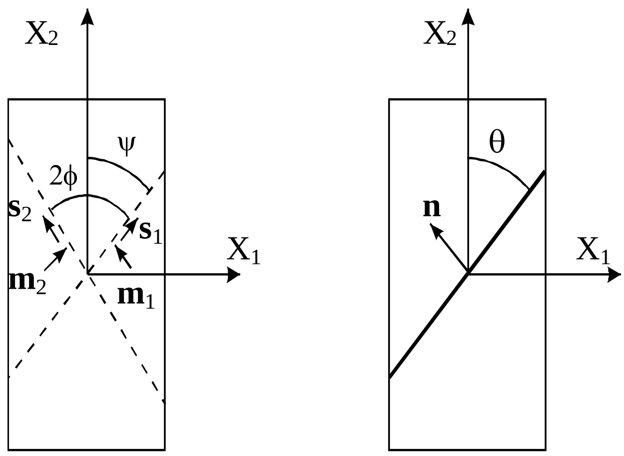


Fig. 3 Orientations of planar slip modes (left figure), and orientation of the PLC band (right figure).

$$\mathbf{s}_2 = (-\sin(2\phi-\psi), \cos(2\phi-\psi), 0),$$
$$\mathbf{m}_2 = (\cos(2\phi-\psi), \sin(2\phi-\psi), 0).$$

탄성 변형률속도를 무시할 때, 전체 변형률속도는 소성 변형률속도와 같다.

$$\mathbf{D} \approx \mathbf{D}^p = \sum_{\alpha=1}^{2} \dot{\gamma}_\alpha \mathbf{P}_\alpha$$

$$\mathbf{P}_\alpha = \mathrm{sym}\,\mathbf{T}_\alpha = \frac{1}{2}(\mathbf{s}_\alpha \otimes \mathbf{m}_\alpha + \mathbf{m}_\alpha \otimes \mathbf{s}_\alpha).$$

위 식에서 $\dot{\gamma}_\alpha$ 는 α 번째 slip mode 의 전단변형률속도를 나타낸다. 변형률속도 텐서가 다음과 같을 때,

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

그 성분들은 다음과 같이 쓰여진다.

$$D_{11} = -\frac{1}{2}\dot{\gamma}_1 \sin 2\psi - \frac{1}{2}\dot{\gamma}_2 \sin(4\phi - 2\psi)$$

$$D_{12} = -\frac{1}{2}\dot{\gamma}_1 \cos 2\psi + \frac{1}{2}\dot{\gamma}_2 \cos(4\phi - 2\psi) \qquad (1)$$

$$D_{22} = \frac{1}{2}\dot{\gamma}_1 \sin 2\psi + \frac{1}{2}\dot{\gamma}_2 \sin(4\phi - 2\psi). \qquad (2)$$

스핀텐서는 강체회전율과 소성변형에 의한 회전율의 합으로서 다음과 같이 나타낼 수 있으며,

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}^e + \mathbf{W}^p = \mathbf{W}^e + \sum_{\alpha=1}^{2} \dot{\gamma}_\alpha \mathbf{Q}_\alpha$$

$$\mathbf{Q}_\alpha = \text{skew } \mathbf{T}_\alpha = \frac{1}{2}(\mathbf{s}_\alpha \otimes \mathbf{m}_\alpha - \mathbf{m}_\alpha \otimes \mathbf{s}_\alpha).$$

평면변형률 조건에 대하여 그 성분은 다음과 같다.

$$W_{12} = \dot{\psi} + \frac{1}{2}(\dot{\gamma}_1 - \dot{\gamma}_2).$$

한편, 각각의 slip mode 에서의 전단 변형률속도는 다음과 같은 점소성 구성방정식을 이용하여 기술하였다.

$$\dot{\bar{\gamma}}_\alpha = \dot{a}\left(\frac{\tau_\alpha}{g_\alpha}\right)^{\frac{1}{m}} e^{-\beta C_{s\alpha}}. \qquad (3)$$

$\bar{\gamma}_\alpha = \int |\dot{\gamma}_\alpha| dt$ 이고, τ_α 는 α 번째 slip plane 에 작용하는 resolved shear stress 로서 Cauchy stress tensor σ_{ij} 를 이용하여 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\tau_1 = \frac{1}{2}(\sigma_{22} - \sigma_{11})\sin 2\psi - \sigma_{12}\cos 2\psi \qquad (4)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{2}(\sigma_{22} - \sigma_{11})\sin(4\phi - 2\psi) + \sigma_{12}\cos(4\phi - 2\psi) \qquad (5)$$

g_α 는 항복강도, m 은 금속의 rate sensitivity 계수이다. 항복강도의 증가량은 소성경화율 계수 h_α 를 이용하여 다음과 같이 가정하였다.

$$\dot{g}_\alpha = h_\alpha \dot{\bar{\gamma}}_\alpha.$$

$C_{s\alpha}$ 는 α 번째 slip plane 에 존재하는 불순물의 농도이며, β 는 재료 상수이다. 불순물의 농도는 전위의 대기시간 t_w 를 이용하여 다음과 같이 쓰여질 수 있다. (Zhang et al. 2001)

$$C_{s\alpha} = C_m - C_m e^{-\left(\frac{t_{w\alpha}}{\tau}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

$$t_{w\alpha} = \frac{C\bar{\gamma}_\alpha}{\dot{\bar{\gamma}}_\alpha}$$

C_m 은 전위 주위에 존재할 수 있는 불순물의 최대농도 값이고, C 는 재료 상수이다.

Body force 를 무시할 경우, 평형방정식은 다음과 같다.

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0.$$

3. Homogeneous solution

Taylor 의 다결정 금속 이론을 이용하여, 각각의 grain 이 동일한 변형을 한다고 가정하면, 단순 인장일 경우 전단변형률은 0 이고 ($D_{12} = 0$), 식 (1), (2)로부터 전단변형률속도는 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\dot{\bar{\gamma}}_2 = \left|\frac{\cos 2\psi}{\cos(4\phi - 2\psi)}\right| \dot{\bar{\gamma}}_1, \quad (\ 2\phi - \psi \neq \frac{\pi}{4} \text{ 일 경우})$$

(6)

$$\dot{\bar{\gamma}}_1 = 2D_{22}\left|\frac{\cos(4\phi - 2\psi)}{\sin 4\phi}\right|, \quad (\phi \neq \frac{\pi}{4} \text{ 일 경우})$$

(7)

만약 $\phi = \psi = \pi/4$ 이면, $\dot{\bar{\gamma}}_2 = \dot{\bar{\gamma}}_1$ 이고 $\dot{\bar{\gamma}}_1 = D_{22}$ 이다.

국소변형이 일어나지 않은 상태에서의 고체의 응력은 식 (3), (4), (5)을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{22} - \sigma_{11} = \frac{2A}{\sin 4\phi}$$

$$A = g_1\left(\frac{\dot{\bar{\gamma}}_1}{\dot{a}}\right)^m e^{m\beta C_{s1}} \cos(4\phi - 2\psi) + g_2\left(\frac{\dot{\bar{\gamma}}_2}{\dot{a}}\right)^m e^{m\beta C_{s2}} \cos 2\psi \qquad (8)$$

$$\sigma_{12} = \frac{B}{\sin 4\phi}$$

$$B = -g_1\left(\frac{\dot{\bar{\gamma}}_1}{\dot{a}}\right)^m e^{m\beta C_{s1}} \sin(4\phi - 2\psi) + g_2\left(\frac{\dot{\bar{\gamma}}_2}{\dot{a}}\right)^m e^{m\beta C_{s2}} \sin 2\psi \qquad (9)$$

(6), (7) 식을 (8), (9) 식에 대입하면, 인장 변형률속도 D_{22} 에 대하여 변형경로를 따라 응력을 구할 수 있게 된다.

4. Perturbation analysis

Bifurcation analysis 에서는 국소변형의 조건을 구하기 위하여 국소변형이 일어나는 영역의 안과 밖에서의 변형률속도의 차이를 고려하게 되고, 국소변형이 일어나는 시점에서의 소성경화율을 구하게 된다. (Bassani 1994, Dao and Asaro 1996, Zikry et al. 2000). 본 논문에서는 perturbation analysis 를 이용하여, 국소변형이 일어나는 시점보다는 국소변형이 일어나는 모양에 관심을 두고 탐구하고자 한다. 임의의 시간에서 homogeneous solution S^0 에 약간의 변화 δS 를 주었을 때, growth parameter, $\mathrm{Re}(\eta)$, 가 양수이면 δS 가 시간이 증가함에 따라 증가하게 되어 고체가 불안정하게 되고 국소변형이 생성된다고 보았다.

$$S = S^0 + \delta S$$

$$= S^0 + \varepsilon S^* e^{\eta(t-t_0)} \cos(\xi \mathbf{n} \cdot \mathbf{x})$$

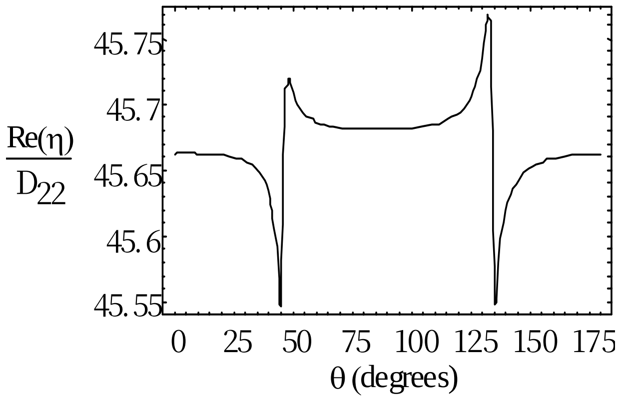
PLC band 의 생성 모양을 관찰하기 위하여, 수치해석 패키지인 Mathematica 를 이용하여, 인장 축에 대한 각도를 바꾸어가며 growth parameter 의 값을 구하여 어느 각도에서 가장 큰 값을 가지는지 확인하였다.

5. 수치해석 결과

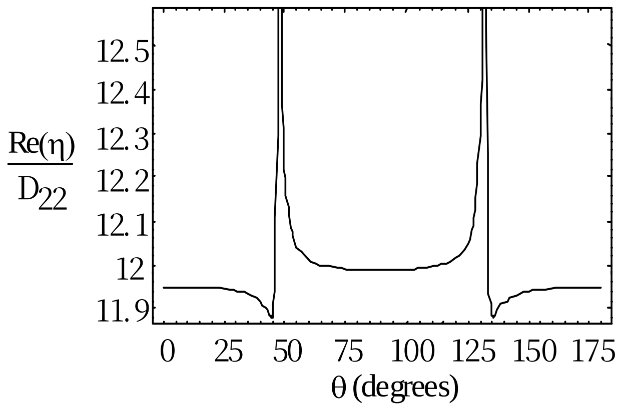
단축 인장 하중 하에서 최대 전단응력의 방향은 인장 축에 대하여 45° 기울어진 방향이다. 본 논문에서는 다결정 알루미늄 합금이 texture 를 띄지 않는다고 가정하였고, slip plane 의 각도에 대하여 $\psi = \phi = 44^\circ$ 를 가정하였고, 강체회전율을 무시하였다 ($\dot{\psi}^0 = 0$). 시편 재료의 비대칭도의 영향을 알아보기 위하여 slip plane 의 초기 항복강도에 대하여 $g_{02} = 1.0001\, g_{01}$ 와 $g_{02} = 1.001\, g_{01}$ 의 두 가지 경우를 시험하였다. Fig. 4 는 $g_{02} = 1.001\, g_{01}$ 인 경우의 소성변형 초기와 소성변형 후기에서의 growth parameter 값을 인장 축에 대한 각도에 대하여 그린 그림이다. 그림에서 볼 수 있듯이 변형초기에는 약 $\theta = 125^\circ$ 되는 위치에서 국소변형띠가 발생됨을 알 수 있다. 반면, 변형후기에는 소성경화에 의해 두 slip mode 의 항복강도가 거의 동일해지게 되며, 인장 축에 대하여 $\theta = \pm 55^\circ$ 되는 위치에서 대칭적으로 PLC band 가 생성됨을 확인할 수 있다. 한편, 재료 특성의 비대칭도가 약

Table 1 Values of numerical parameters

Numerical parameter	Value
초기 소성경화율 계수, h_0 (MPa)	1000
Slip mode 1 의 초기 항복강도, g_{01} (MPa)	100
Rate sensitivity 계수, $1/m$	50
Reference strain rate, $\dot{a}$ (s^{-1})	0.001
Slip mode 의 각도, ϕ	44°
Slip mode 의 각도, ψ	44°
재료상수, β	800
Characteristic time, τ (s)	22.51
불순물 농도의 최대값, C_m	0.01
재료상수, C	0.015
Wave number, ξ (m)	100
인장변형률속도, D_{22} (s^{-1})	0.0001



(a) Initial deformation stage ($\varepsilon_{22} = 0.04$)



(b) Later deformation stage ($\varepsilon_{22} = 0.14$)

Fig. 4 Perturbation growth parameters at selected strains. The initial yielding strengths are assumed as $g_{02} = 1.001\, g_{01}$.

한 $g_{02} = 1.0001\, g_{01}$ 인 경우에는, PLC band 가 변형초기부터 $\theta = \pm 55^{\circ}$ 인 위치에서 대칭적으로 나타남을 확인하였다. 이상의 결과로부터, 다결정 알루미늄 합금 sheet metal 의 국소변형 특성은 시편재료의 비대칭성에 큰 영향을 받음을 확인할 수 있다.

6. 결론

다결정 알루미늄 합금 sheet metal 의 단축 인장 하중 시험에서 변형 초기에는 국소변형 띠가 인장축에 기울어진 한 개의 방향에서 형성이 되지만, 변형후기에는 대칭적인 쌍으로 형성되는 현상을 perturbation analysis 를 이용하여 해석하였다. 시편재료의 초기상태가 비대칭적일 때에는 변형초기에 한가지 각도에서 growth parameter 가 최대가 되지만 변형후기에는 인장 축에 대하여 대칭적인 각도에서 최대가 됨을 확인할 수 있었다. 해석결과로부터 재료 특성의 비대칭성이 PLC band 의 모양을 결정하는 주요 인자중의 하나임을 확인할 수 있었다.

참고문헌

(1) Bassani, J. L., 1994. Plastic flow of crystals. Advances in applied mechanics, 30, 191-258.

(2) Becker, R., 1999. Simulating effects of dynamic strain aging with a state variable model. The integration of material, process and product design, Zabaras et al. (eds.), 77-84.

(3) Dao, M., Asaro, R. J., 1996. Localized deformation modes and non-Schmid effects in crystalline solids. Part I. critical conditions of localization. Mechanics of materials, 23, 71-102.

(4) Li, X., 2001. Spatial characterization and modeling of unstable plastic flow patterns in two aluminum alloys, Ph.D. thesis, Yale University.

(5) Zhang, S., McCormick, P. G., Estrin, Y., 2001. The morphology of Portevin-Le Chatelier bands: finite element simulation for Al-Mg-Si. Acta materialia, 49, 1087-1094.

(6) Zikry, M. A., Pothier, M. R., Baucom, J. N., 2000. High strain-rate shear-strain localization in f.c.c. crystalline materials: a perturbation analysis. International journal of solids and structures, 37, 6177-6202.