비대칭 원주방향 관통균열 배관의 탄소성 파괴역학해석

심도준* • 허남수* • 김윤재* • 김영진†

Elastic-Plastic Fracture Mechanics Analysis of Off-Centred Circumferential Through-Wall Cracked Pipes

Do-Jun Shim, Nam-Su Huh, Yun-Jae Kim and Young-Jin Kim

Key Words : Elastic-Plastic Fracture Mechanics(탄소성 파괴역학), *J*-integral(*J*-적분), Off-Centred Circumferential Crack(비대칭 원주방향균열),Reference Stress Method(참조응력법)

Abstract

This paper provides approximate *J* estimates for off-centred, circumferential through-wall cracks in cylinders under bending. The proposed method is based on the reference stress approach, where the dependence of elastic and plastic influence functions of *J* on the cylinder/crack geometry, the off-centred angle and strain hardening is minimised through the use of a proper normalising load. Based on published limited FE results for off-centred, circumferential through-wall cracks under bending, such normalising load is found, based on which the reference stress based *J* estimates are proposed for more general cases, such as for a different cylinder geometry. Comparison of the estimated *J* with extensive FE *J* results shows overall good agreements for different crack/cylinder geometries which provides sufficient confidence in the use of the proposed method to fracture mechanics analyses of off-centred circumferential cracks. Furthermore, the proposed method is simple to use, giving significant merits in practice.

1. 서 론

균열이 존재하는 원자력발전소 배관에 대한 건전성을 평가하기 위해서는, 균열배관에 대한 파괴역학적 해석을 수행하여야 한다. 이를 위해서는 탄소성 파괴역학 매개변수인 *J*-적분을 계산해야 한다. 특히, 관통균열 배관에 대한 파괴역학적인 해석은 원전배관의 파단전누설(Leak-Before-Break; LBB) 해석을 위해 필수적이다.[1] 이와 같은 이유로, 관통균열 배관에 대한 공학적인 평가방법에 대해서는 현재까지 많은 연구가 수행되어왔다.[2~4]

대부분의 원전 배관은 굽힘모멘트를 지배적으로 받고 있다. 또한, LBB 해석을 단순화시키고 보수적인 결과를 얻기 위해 균열이 배관의 굽힘면에 대칭적으로 존재한다고 가정한다. 하지만 균열은 임의의 위치에서 발생할 수 있기 때문에, 경우에 따라서는, 특히 용접부에서는 배관의 굽힘면에 비대칭적(off-centred)으로 존재할 수 있다. Rahman 등[4,5]은 비대칭 원주방향 관통균열에 대한 탄소성 파괴역학 해석을 수행한 바 있다. 이를 통해, 균열이 비대칭적으로 존재하는 경우의 균열진전력(crack driving force), 예를 들어, 응력확대계수(stress intensity factor) 또는 *J*-적분값이 대칭적으로 존재하는 균열의 값보다 작다는 것을 확인하였다. 이와 같은 결과를 바탕으로 Firmature과 Rahman[6]은 굽힘모멘트가 작용하고 비대칭 관통균열이 존재하는 배관에 대해 유한요소해석을 수행하여 탄성 및 탄소성 *J*-적분 계산식을 제시하였다. 이 계산식은 변형소성이론(deformation plasticity theory)에 입각한 3차원 유한요소해석을 통해 도출한 식으로서, 비대칭 원주방향 관통균열이 존재하는 배관에 대한 탄소성 파괴역학 해석에 유용하게 사용될 수 있다. 하지만, 이 계산식은 특정한 배관형상에 대해서만

† 책임저자, 회원, 성균관대학교 기계공학부
E-mail : yjkim@yurim.skku.ac.kr
TEL : (031)290-5274 FAX : (031)290-5276
* 회원, 성균관대학교 기계공학부

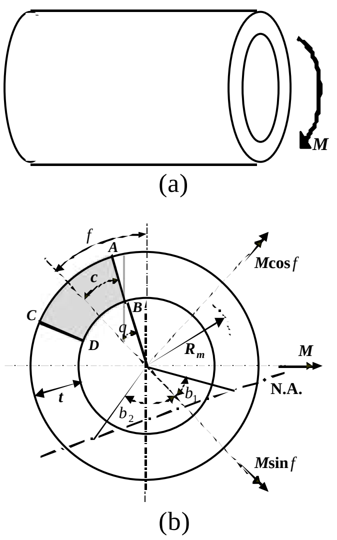

Fig. 1 Schematic illustration of a cylinder with an off-centred circumferential through-wall crack under bending

적용이 가능하며, 일반적인 경우에 대한 적용은 불가능하다. 하지만, 이와 같이 특정한 경우에 대한 계산식을 도출하기 위해서도 많은 유한요소해석(105가지)을 수행하였다. 다양한 배관형상에 대해서도 이와 같은 계산식을 제시하기 위해서는 매우 많은 유한요소해석을 수행해야 할 것이다. 또한, 이 방법에서는 해석시 입력조건으로 사용되는 Ramberg-Osgood 상수가 응력-변형률 곡선의 곡선적합 구간 및 방법에 민감하기 때문에 해석 결과도 크게 영향을 받는다.[7] 반면, 참조응력법(reference stress method)[8]에서는 앞서 서술한 방법의 단점이 보완되며, 사용이 매우 편리하여 복잡한 형상이나 하중형태에 적용이 용이하다. 최근 저자들은 원주방향 관통균열이 존재하는 배관의 *J*-적분 계산을 위한 새로운 공학적 계산식을 제시한 바 있다.[9] 이 계산식은 참조응력법에 기초한 식으로서, 그 결과가 유한요소해석결과 및 실험결과와 잘 일치하였다.[7,9]

본 논문의 목적은 참조응력 접근법을 이용하여 비대칭 원주방향 관통균열이 존재하는 배관에 굽힘모멘트가 작용하는 경우에 대한 공학적 *J*-적분 계산식을 제시하는 것이다. 이를 위해 먼저 비대칭 관통균열 배관에 대한 한계하중해석을 수행하였다.

2. 비대칭 관통균열 배관에 대한 실단면 한계하중 해석

2.1 응력평형에 기초한 한계해석

Fig. 1(a)는 평균반경이 R_m, 두께가 t 인 배관에

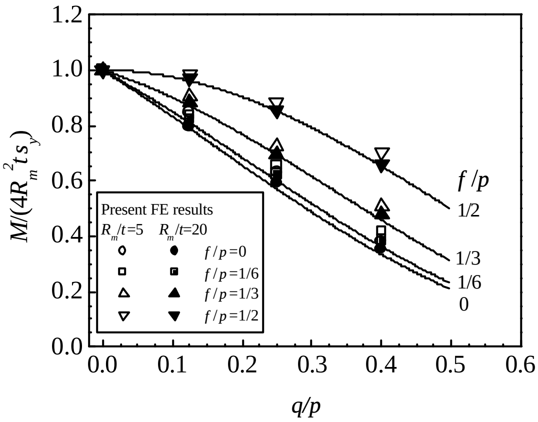

Fig. 2 Comparison of analytical limit moments, Eqs. (1) and (2), with the results from FE limit analysis for cylinders with off-centred circumferential through-wall cracks under bending

관통균열이 존재하고, 배관이 굽힘모멘트 *M*을 받고 있는 경우를 도시한 것이다. 균열크기는 원주방향 길이 $2c$ 또는 각도 $2q$로 나타내었으며, 비대칭 각도는 f로 나타내었다.

실단면(net-section) 한계하중 해석을 위해 전역평형(global equilibrium)을 만족하는 응력장, 즉, 탄성완전소성(elsatic-perfectly-plastic) 재료의 항복응력 s_y가 중립축 윗부분 및 아래부분에 각각 인장과 압축으로 작용하는 응력장을 이용하였다(Fig. 1(b)). 중립축은 두개의 각도, b_1과 b_2로 나타낼 수 있다. 굽힘모멘트가 작용하는 경우에 대한 한계굽힘모멘트는 다음과 같다.

$$\frac{M}{4R_m^2 t s_y} = m = \frac{1}{2\cos f}\left(\sin b_1 + \sin b_2 - \sin q\right) \quad (1)$$

$$b_1 = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{4A^2(A^2+B^2-C^2)} - 2BC}{2(A^2+B^2)}\right)$$
$$A = \tan f\left(1+\cos q\right) + \sin q$$
$$B = 1 + \cos q - \tan f \sin q \quad (2)$$
$$C = \tan f \sin q$$
$$b_2 = p - q - b_1$$

Fig. 2는 굽힘모멘트가 작용하는 비대칭 관통균열 배관에 대한 m을 q/p에 대하여 도시한 것으로, 4가지 비대칭 각도(f/p)를 고려하였다. Fig. 2에 나타난 바와 같이 f가 증가할수록 한계굽힘모멘트가 증가하였다.

2.2 유한요소한계해석 결과와 비교

2.1절에서 도출한 한계해석 결과를 검증하기 위해 범용 해석 프로그램인 ABAQUS[10]를 이용하여

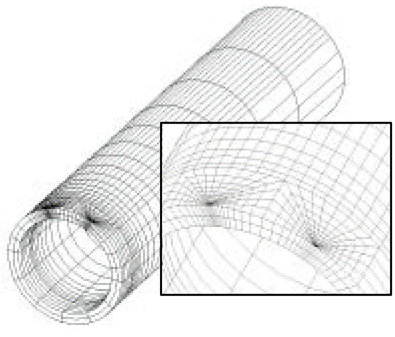

Fig. 3 A typical 3-D FE mesh for the cylinder with an off-centred circumferential through-wall crack with θ/π=0.125, employed in the present work

탄성완전소성 재료에 대한 3차원 유한요소해석을 수행하였다. Fig. 3은 해석에 사용된 유한요소모델의 예를 나타낸 것이다. 해석모델의 대칭성을 고려하여 1/4모델링을 하였으며, 20절점 등계수 사각주요소(C3D20R)를 사용하였다. 또한, 해석과정에서 발생하는 수렴 문제를 고려하여 ABAQUS 내에서 지원하는 RIKS 옵션을 사용하였으며, 이를 통해 한계굽힘모멘트를 계산하였다.

Fig. 2는 식 (1)과 식 (2)를 이용하여 해석적으로 산출한 결과와 유한요소해석 결과를 도식적으로 비교한 것이다. R_m/t=20인 경우, θ/π가 증가할수록 두 결과의 차이가 증가하였으나, ϕ가 증가할수록 차이가 감소하였다. 하지만, 모든 경우에 대하여 최대오차는 5% 이내였다. R_m/t=5인 경우에는 $R_m \gg t$가 만족되지 못하므로 두 결과의 차이가 최대 12%까지 나타나지만, 유한요소해석 결과의 전체적인 경향은 R_m/t=20인 경우와 일치하였다.

3. 참조응력에 기초한 *J*-적분 계산식

3.1 대칭 관통균열 배관에 대한 *J*-적분 계산식

재료가 Ramberg-Osgood 관계식을 따른다고 가정하면, 재료의 응력-변형률 관계는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\varepsilon}{(\sigma_y/E)} = \frac{\sigma}{\sigma_y} + \alpha\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^n \quad (3)$$

여기서, E는 탄성계수, α와 n은 각각 상수와 가공경화지수이다. 대칭 관통균열 배관에 굽힘모멘트가 작용하는 경우에 대한 J-적분의 소성성분(J_p)과 탄성성분(J_e)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.[2,11]

$$J_p = \alpha\left(\frac{\sigma_y^2}{E}\right) R_m \theta \left(1-\frac{\theta}{\pi}\right) \cdot h_1\left(\frac{\theta}{\pi}, n, \frac{R_m}{t}\right) \cdot \left[\frac{M}{M_L}\right]^{n+1} \quad (4)$$

$$J_e = \left(\frac{\sigma_y^2}{E}\right) R_m \theta \left(1-\frac{\theta}{\pi}\right) h_1(n=1) \cdot \left[\frac{M}{M_L}\right]^2 \quad (5)$$

여기서, M_L은 대칭 관통균열에 대한 한계굽힘모멘트로서, 식 (1)과 식(2)에서 ϕ=0인 경우이다.[12]

$$M_L = 4R_m^2 t \sigma_y \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{\sin\theta}{2}\right] \quad (6)$$

한편, 식 (4)에서 h_1은 소성영향함수로, 배관형상, 균열형상 및 가공경화지수의 함수이며 유한요소해석으로부터 그 값을 계산할 수 있다.[2,4] 식 (5)에서 $h_1(n=1)$은 탄성재료에 대한 h_1값을 의미한다. 식 (4)을 식 (5)를 이용하여 무차원화하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{J_p}{J_e} = \alpha \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)}\left(\frac{M}{M_L}\right)^{n-1} \quad (7)$$

식 (7)에서 $h_1(n)/h_1$ (n=1)은 θ/π와 n의 영향을 크게 받는다.[9] 저자들은 이 영향을 최소화하기 위해 최적참조모멘트 M_{OR}을 제시하였다.[7,9]

$$M_{OR} = \gamma(\theta) M_L$$
$$\gamma = 0.82 + 0.75\left(\frac{\theta}{\pi}\right) + 0.42\left(\frac{\theta}{\pi}\right)^2 \quad \text{for } \theta/\pi \le 0.5 \quad (8)$$

식 (8)과 식 (6)을 이용하여 식 (7)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{J_p}{J_e} = \alpha H_1\left(\frac{\theta}{\pi}, n, \frac{R_m}{t}\right)\left(\frac{M}{M_{OR}}\right)^{n-1}$$
$$\text{with } H_1 = \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \cdot \left(\frac{M_{OR}}{M_L}\right)^{n-1} = \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \cdot \gamma^{n-1} \quad (9)$$

H_1은 θ/π와 n의 값에 큰 영향을 받지 않으며, 그 값은 공학적인 관점에서 보면 1에 가깝다.[9] 이를 근거로 식 (9)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{J_p}{J_e} \approx \alpha\left(\frac{M}{M_{OR}}\right)^{n-1} \quad (10)$$

Ramberg-Osgood 재료에서 소성변형률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_p = \alpha \frac{\sigma}{E}\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^{n-1} \quad (11)$$

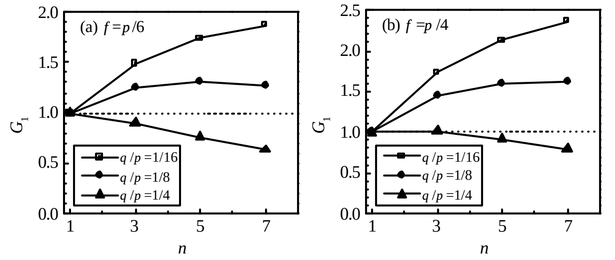

Fig. 4 Variations of G_1 for off-centred cracks with n for the crack front A-B

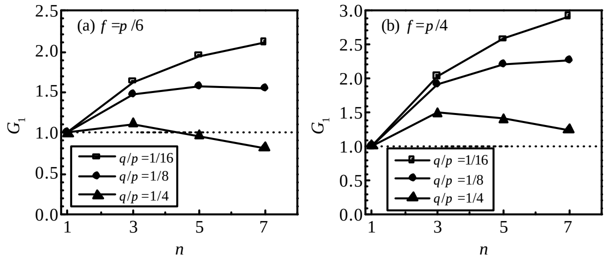

Fig. 5 Variations of G_1 for off-centred cracks with n for the crack front C-D

따라서, 식 (10)은 참조응력(s_{ref})과 참조변형률(e_{ref})을 이용하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{J_p}{J_e} \cong \frac{Ee_{ref}}{s_{ref}} \;\; ; \; s_{ref} = \frac{M}{M_{OR}} s_y \tag{12}$$

소규모항복을 고려한 소성보정성분을 포함한 J-적분 계산식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.(13)

$$\frac{J}{J_e} = \frac{Ee_{ref}}{s_{ref}} + \frac{1}{2}\left(\frac{s_{ref}}{s_y}\right)^2 \frac{s_{ref}}{Ee_{ref}} \;\; ; \;\; s_{ref} = \frac{M}{M_{OR}} s_y \tag{13}$$

3.2 비대칭 관통균열 배관에 대한 J-적분 계산식

Firmature과 Rahman(6)은 비대칭 관통균열 배관에 대하여 다음과 같은 보정계수를 이용하여 J-적분 계산식을 제안하였다.

$$K_{e,f} = \frac{J_{e,f}}{J_{e,f=0}} \cdot \;\; ; \;\; K_{p,f} = \frac{J_{p,f}}{J_{p,f=0}} \tag{14}$$

여기서, 하첨자 f와 f=0는 각각 비대칭 균열과 대칭 균열에 대한 값을 의미한다. 식 (14)를 이용하여 비대칭 균열에 대한 J-적분의 탄성성분($J_{e,f}$)과 소성성분($J_{p,f}$)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J_{e,f} = \left(\frac{s_y^2}{E}\right) R_m q \left(1 - \frac{q}{p}\right) h_1(n=1) \cdot K_{e,f} \left[\frac{M}{M_L}\right]^2 \tag{15}$$

$$J_{p,f} = a \left(\frac{s_y^2}{E}\right) R_m q \left(1 - \frac{q}{p}\right) \cdot h_1\left(\frac{q}{p}, n, \frac{R_m}{t}\right) \cdot K_{p,f} \left[\frac{M}{M_L}\right]^{n+1} \tag{16}$$

참고문헌 (6)에서는 R_m/t=10, q/p=0.0625, 0.125, 0.25, f=0, p/12, p/6, p/4, p/3, 5p/12, p/2 및 n=3, 5, 7, 10에 대하여 $K_{e,f}$와 $K_{p,f}$를 균열선단 A-B 와 C-D (Fig. 1(b))에 대하여 각각 제시하였다. 한편, 식 (15)와 식 (16)에서의 M_L은 대칭 균열에 대한 한계굽힘모멘트이다.

식 (15)를 이용하여 식 (16)을 무차원화하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{J_{p,f}}{J_{e,f}} = a \, \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \cdot \frac{K_{p,f}}{K_{e,f}} \left(\frac{M}{M_L}\right)^{n-1} \tag{17}$$

식 (17)을 식 (1)과 식(2)에 주어진 비대칭 균열에 대한 한계굽힘모멘트($M_{L,f}$)를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{J_{p,f}}{J_{e,f}} = a \left[\frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \cdot \frac{K_{p,f}}{K_{e,f}} \left(\frac{M_{L,f}}{M_L}\right)^{n-1}\right] \left(\frac{M}{M_{L,f}}\right)^{n-1} = aG_1 \left(\frac{M}{M_{L,f}}\right)^{n-1} \tag{18}$$

Fig. 4와 Fig. 5는 각각 다양한 q/p, n, f에 대하여 균열선단 A-B 및 C-D에 대하여 계산된 G_1 값을 나타낸 것으로, G_1 값은 q/p, n, f에 따라 많은 차이를 나타내었다.

대칭 균열에 대해서는 최적참조모멘트(식 (8))를 제안하여 q/p와 n이 J-적분 계산에 미치는 영향을 최소화 하였다. 이와 마찬가지로, 비대칭 균열에 대해서도 최적참조모멘트를 제시하여 Fig. 4와 Fig. 5에 나타낸 q/p, n, f의 영향을 최소화할 수 있을 것이다. 본 논문에서는 비대칭 균열에 대한 최적참조모멘트를 다음과 같이 제안하였다.

$$M_{OR} = y(f) \cdot g\left(\frac{q}{p}\right) M_{L,f} \tag{19}$$

여기서, g 는 식 (8)에 나타나 있으며, y 는 참고문헌 (6)의 유한요소해석 결과를 이용하여 도출한 식으로 다음과 같다.

$$y = 1 + 0.0352 f - 0.1307 f^2 \;\; \text{for } f/p \le 0.5 \tag{20}$$

식 (19)에서 y 는 f만의 함수이며, g 는 q/p만의 함수이다. 식 (19)의 M_{OR}을 식 (18)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

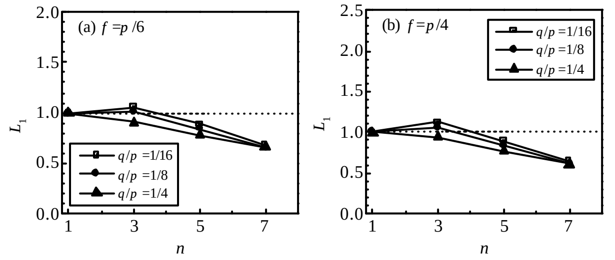

Fig. 6 Variations of L_1 for off-centred cracks with *n* for the crack front *A-B*

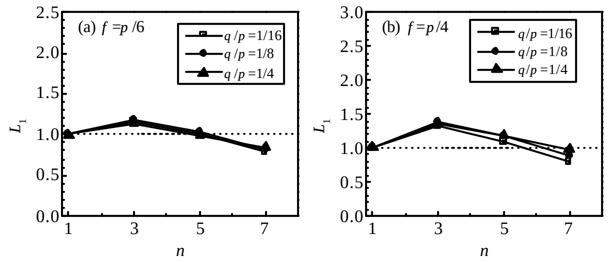

Fig. 7 Variations of L_1 for off-centred cracks with *n* for the crack front *C-D*

$$\frac{J_{p,f}}{J_{e,f}} = a\left[G_1 y^{\,n-1} g^{\,n-1}\right]\left(\frac{M}{M_{OR}}\right)^{n-1} = \Lambda_1\left(\frac{M}{M_{OR}}\right)^{n-1} \quad (21)$$

Fig. 6과 Fig. 7은 각각 다양한 q/p, n, f에 대하여 균열선단 *A-B* 및 *C-D*에 대하여 계산된 L_1 값을 나타낸 것으로, G_1 값에서 나타난 q/p, n, f의 영향이 상당히 줄어든 것을 볼 수 있다. 또한, 공학적인 관점에서 보면, 모든 경우에 대하여 L_1 값은 1에 가깝다고 가정할 수 있다.

따라서, 비대칭 관통균열 배관에 순수굽힘모멘트가 작용하는 경우에 대한 *J*-적분 계산식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{J}{J_e} = \frac{Ee_{ref}}{s_{ref}} + \frac{1}{2}\left(\frac{s_{ref}}{s_y}\right)^2 \frac{s_{ref}}{Ee_{ref}} \;\; ; \;\; s_{ref} = \frac{M}{M_{OR}} s_y \quad (22)$$

여기서, M_{OR}은 식 (19)에 나타내 었다.

참고문헌 (6)에서 제안한 *J*-적분 계산방법은 R_m/t=10인 경우에 대해서만 적용이 가능하다. 반면, 본 논문에서 제안한 계산식은 최적화된 한계모멘트를 사용함으로써 R_m/t의 영향을 최소화하여 다양한 R_m/t에 대해 적용이 가능하다.

3.3. 유한요소해석을 이용한 계산식의 검증

제안된 *J*-적분 계산식을 검증하기 위하여 비대칭 관통균열 배관에 대하여 3차원 유한요소해석을 수행하였다. 해석에 사용된 재료는 SA312 TP304 (T=50°C)로서, 탄성계수 E=204*GPa*, 포아송비 n=

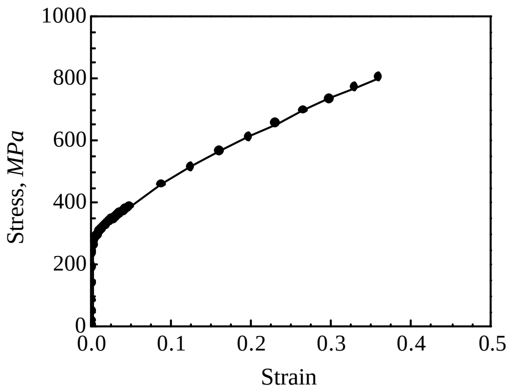

Fig. 8 Stress-strain curve for SA312 Type 304 (50℃) stainless steel

0.3, 항복응력 s_y=269*MPa*, 인장강도 s_u=558*MPa*이다. Fig. 8은 SA312 TP304에 대한 응력-변형률 선도를 나타낸 것이다. 배관형상에 대해서는 R_m/t=5, 10, 20인 경우를 고려하였으며, 원주방향균열길이는 LBB 해석에서 주로 적용되는 q/p=0.125인 경우를 고려하였다. 모든 경우에 대해서 4가지 비대칭 각도 f=0, p/6, p/4, p/3를 고려하였다. Fig. 3은 해석에 사용된 모델이며, 모든 경우에 대해 탄소성해석을 수행하였다. 해석으로부터 작용모멘트에 따른 *J*-적분 값을 도출하였으며, 본 논문에서는 두께방향으로 계산된 *J*-적분값의 평균값을 사용하였다.

Fig. 9~11은 각각 R_m/t=5, 10, 20인 경우에 대한 유한요소해석 결과를 제안된 식(식 (22))과 비교한 것이다. *J*-적분과 모멘트는 각각 탄성 *J*-적분(J_e)과 식 (19)로부터 계산된 최적참조모멘트(M_{OR})를 이용하여 무차원화하였다. Fig. 9-11에서 유한요소해석결과는 f와 무관하게 하나의 선상으로 대표되었다. 모든 경우에 대하여 본 논문에서 제안한 계산식의 결과가 유한요소해석 결과와 잘 일치하였다. 본 논문에서 제시한 *J*-적분 계산방법은 사용이 간단하고 실제 문제에 적용이 용이함으로 비대칭 관통균열 배관에 대한 파괴역학해석에 유용하게 사용될 것으로 판단된다.

5. 결 론

본 논문에서는 굽힘모멘트가 작용하는 비대칭 원주방향 관통균열 배관에 대한 공학적 *J*-적분 계산식을 제안하였다. 제안된 계산식에서는 굽힘하중이 작용하는 비대칭 관통균열에 대한 기존의 유한요소 해석결과를 이용하여 다양한 경우, 즉 다양한 배관형상에 대해 적용이 가능한 최적참조하중을 정의하였다. 다양한 배관형상에 대한 제안식의 결과는 유한요소해석 결과와 모두 잘 일치하여,

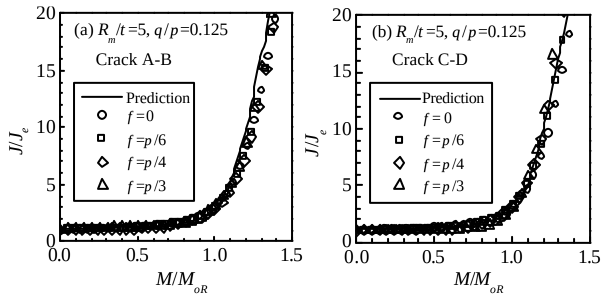

Fig. 9 Comparison of the proposed reference stress based J estimates with the FE results for off-centred cracks under bending with R_m/t=5

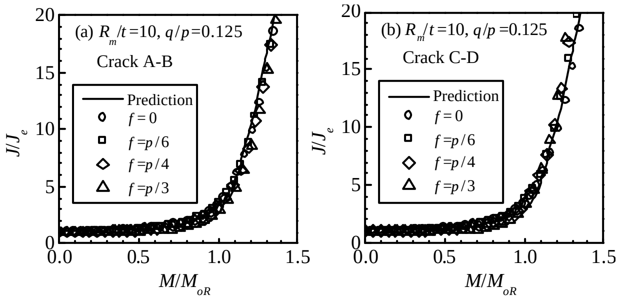

Fig. 10 Comparison of the proposed reference stress based J estimates with the FE results for off-centred cracks under bending with R_m/t=10

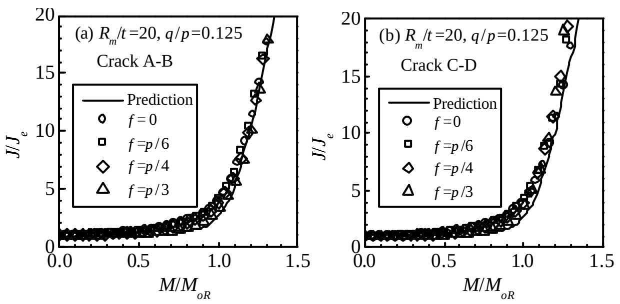

Fig. 11 Comparison of the proposed reference stress based J estimates with the FE results for off-centred cracks under bending with R_m/t=20

제안된 계산식의 타당성을 입증하였다. 본 논문에서 제시한 방법은 사용이 간단하고 실제 문제에 적용이 용이함으로 비대칭 관통균열 배관에 대한 파괴역학해석, 특히 LBB 해석에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참고문헌

(1) NUREG 1061, 1984, "Evaluation of Potential for Pipe Break," Vol. 3, USNRC.

(2) Rahman, S., Brust, F., Ghadiali, N. and Wilkowski, G., 1998, "Crack-Opening-Area Analyses for Circumferential Through-Wall Cracks in Pipes-Part I: Analytical Models," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 75, pp. 357~373.

(3) Rahman, S., Brust, F., Ghadiali, N. and Wilkowski, G., 1998, "Crack-Opening-Area Analyses for Circumferential Through-Wall Cracks in Pipes-Part II: Model Validation," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 75, pp. 375~396.

(4) Rahman, S., Brust, F., Ghadiali, N. and Wilkowski, G., 1998, "Crack-Opening-Area Analyses for Circumferential Through-Wall Cracks in Pipes-Part III: Off-Center Crack, Restraint of Bending, Thickness Transition and Weld Residual Stresses," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 75, pp. 397~415.

(5) Rahman, S., Ghadiali, N., Wilkowski, G. and Bonora, N., 1997, "Effects of Off-Centred Crack and Restraint of Induced Bending Due to Pressure on the Crack Opening Area Analysis of Pipes," *Nuclear Engineering Design*, Vol. 167, pp. 55~67.

(6) Firmature, F. and Rahman, S., 2000, "Elastic-Plastic Analysis of Off-Center Cracks in Cylindrical Structures," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 66, pp. 15~39.

(7) Kim, Y.J., Huh, N.S. and Kim, Y.J., 2001, "New Engineering Estimation Method of *J*-Integral and COD for Circumferential Through-Wall Cracked Pipes," *Transaction of the KSME* (*A*), Vol. 25, No. 3, pp. 548~553.

(8) Ainsworth, R.A., 1984, "The Assessment of Defects in Structures of Strain Hardening Materials," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 19, pp. 633~642.

(9) Kim, Y.J. and Budden, P.J., 2002, "Reference Stress Approximations for *J* and COD of Circumferential Through-Wall Cracked Pipes," *International Journal of Fracture*, Vol. 116, pp. 195~218.

(10) 2001, "ABAQUS User's manual," Hibbitt, Karlson & Sorensen, Inc.

(11) Kumar, V. and German, M.D., 1988, "Elastic-Plastic Fracture Analysis of Through-Wall and Surface Flaws in Cylinders," EPRI Report, NP-5596.

(12) Miller, A.G., 1988, "Review of Limit Loads of Structures Containing Defects," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 32, pp. 191~327.

(13) 2001, "R6: Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects," Revision 4, British Energy Generation Ltd.