

운활-구조물 연계 해석을 이용한 왕복동형 압축기의 피스톤 거동 해석

문승주* · 조진래† · 류성현*

Coupled Oil-Structure Analysis for Piston Motion in Reciprocating Compressors

Seung-Ju Moon, Jin-Rae Cho and Sung-Hyon Ryu

Key Words: Reciprocating Compressor(왕복동형 압축기), Coolant Circulation(냉매순환), Piston Slap(피스톤 슬랩), Fluid Film Pressure(운활압력), Finite Element Analysis(유한요소 해석)

Abstract

The piston slap phenomenon is one of the major noise source of reciprocating compressors used in household electric appliances. In response to public demand, strict regulations are increasingly being imposed on the allowable noise level which is caused mostly by household electric appliances. In this paper, the dynamic behavior of suction and discharge valves are analytically calculated and the lubricant behavior between piston and cylinder are investigated using two-dimensional Reynolds equation. And the piston slap caused by the piston secondary motion is investigated by the finite element method.

1. 서 론

오늘날 냉장고나 냉방기와 같은 가전제품의 소비의 증가와 함께 이에 대한 저진동, 저소음에 대한 공학적 연구가 중요시되고 있다. 이런 가전제품의 주소음원은 압축기로 보고되고 있어 이에 대한 공학적 연구가 활발히 진행되고 있다.⁽¹⁾ 냉방용 가전제품에 주로 쓰이는 압축기는 냉각용 압축기로 가장 오랫동안 흔히 사용되어 온 구조는 왕복동식이다.⁽²⁾

왕복동형 압축기에서 커넥팅로드의 기울어짐에 의해 발생하는 측력과 피스톤 간극에 의한 피스톤과 실린더의 충돌 현상을 슬랩현상이라고 하는데, 이는 실린더 벽면의 마모시켜 압축기의 전체적인 효율의 저하를 가져오고 진동, 소음의 원인이 되는 중요한 인자중 하나이다.⁽³⁾

본 논문에서는 냉매의 순환을 고려하여 흡입, 토출밸브의 거동을 동역학적으로 기술한 후 압축실의 압력을 구하고 실린더와 피스톤 사이의 운활압력을 계산하여 피스톤에 작용하는 힘을 이론적으로 계산하였다. 그리고 ANSYS/LS-DYNA를 기반으로 한 유한요소법을 적용하여 피스톤의 운동궤적을 해석적으로 구하고자 하였다.

2. 수식화

2.1 압축실 내부 압력

* 부산대학교 대학원 기계설계공학과

† 책임저자, 정회원, 부산대학교 기계공학부

E-mail : jrcho@hyowon.pusan.ac.kr

TEL : (051) 510-2467 FAX : (051) 514-7640

2.1.1 흡입밸브의 수학적 모델링

Fig. 1은 흡입밸브를 1자유도계의 질량-스프링-감쇠계로 이상화하여 나타낸 것⁽⁴⁻⁵⁾으로써 P_1 과 P_2 는 흡입부와 실린더 내에서의 압력, m 은 밸브의 질량, c 는 감쇠계수, k 는 스프링 상수, y_s 는 흡입밸브의 변위이고 w_1 과 w_2 는 각각 밸브 전후에서의 냉매의 속도를 나타낸다. 이러한 변수들로 흡입밸브의 거동을 표현할 수 있으며, 식 (1)과 같은 운동방정식으로 나타낼 수 있다.

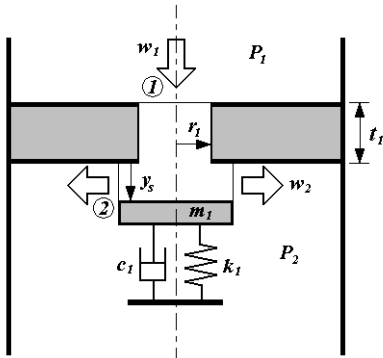


Fig. 1 Modeling of suction port

$$m_1 \ddot{y}_s + c_1 \dot{y}_s + k_1 y_s = \pi r_1^2 (P_1 - P_2(t)) \quad (1)$$

유선에 따른 비정상(unsteady) 무마찰 유체흐름에 대한 베르누이 방정식은 식 (2)와 같다.

$$\frac{\partial w}{\partial t} ds + \frac{\partial P}{\rho} + w dw + g dz = 0 \quad (2)$$

여기서 w 는 유선을 따른 유체의 속도이고, P 는 유체의 압력, g 는 중력가속도, 그리고 z 는 유체상승을 나타낸다.

Fig. 1의 검사표면 ①과 ② 사이에 손실이 없고, 유체상승을 무시하면 식 (2)는 다음과 같은 적분형태로 나타낼 수 있다.

$$\int_1^2 \frac{\partial w(s, t)}{\partial t} ds + \frac{P_2(t) - P_1}{\rho_s} + \frac{w_2(t)^2 - w_1(t)^2}{2} = 0 \quad (3)$$

여기에서 $w(s, t)$ 는 유체의 유동속도로써 식 (4)와 같고 ρ_s 는 흡입 밸브를 통과하는 냉매의 밀도로써 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$w(s, t) = \frac{A_2(t) w_2(t)}{A(s)} \quad (4)$$

$$\rho_s = \begin{cases} \frac{P_1}{RT_1} & (w_2 > 0) \\ \frac{m_g(t)}{V(t)} & (w_2 < 0) \end{cases} \quad (5)$$

식 (4)에서 $A(s)$ 는 평균유선에 따른 유동의 단면적이며 식 (5)에서 R 은 냉매의 기체상수, T_1 은 흡입부에서의 냉매온도이고 $m_g(t)$ 와 $V(t)$ 는 실린더 내부에 있는 냉매의 질량과 체적이다.

식 (4)를 식 (3)에 대입하면 다음과 같이 압력과 유속에 대한 지배방정식을 얻을 수 있다. 여기에서 r_{1s} 는 흡입밸브의 반경을 나타낸다.

$$\begin{aligned} & \frac{2r_{1s}t_1}{r_1^2} \{ \dot{y}_s(t) w_2(t) + y_s(t) \dot{w}_2(t) \} \\ & + \left(\ln r_{1s} - \ln \frac{r_1}{3} \right) r_{1s} \dot{w}_2(t) + \frac{P_2(t) - P_1}{\rho_s} \\ & + \frac{w_2(t)^2 - w_1(t)^2}{2} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

2.1.2 토출밸브의 수학적 모델링

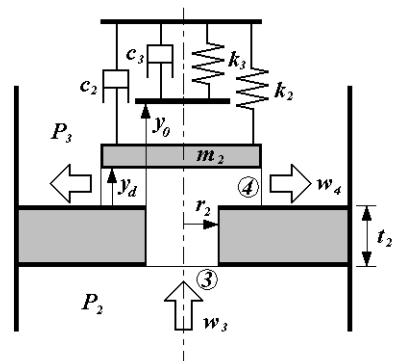


Fig. 2 Modeling of discharge port

Fig. 2에 토출밸브를 1자유도계의 질량-스프링-감쇠계로 이상화한 모델이 나타나 있다. 전체적으로 흡입부와 유사한 구조이지만 토출밸브의 변위를 제한하기 위한 멈추개(stopper)가 추가되어 있으며 밸브판과 멈추개 사이의 거리는 y_0 이다. 토출밸브의 운동방정식은 식 (7)과 같다.

$$m_2 \ddot{y}_d + G(y) \dot{y}_d + kH(y)y_d = \pi r_2^2 (P_2(t) - P_3) \quad (7)$$

여기에서 $G(y)$ 와 $H(y)$ 는 다음과 같다.

$$G(y) = \begin{cases} c_2 & (y_d \leq y_0) \\ c_2 + c_3 & (y_d > y_0) \end{cases} \quad (8)$$

$$H(y) = \begin{cases} k_2 & (y_d \leq y_0) \\ k_2 + k_3 & (y_d > y_0) \end{cases}$$

흡입부와 동일하게 베르누이의 방정식을 적용하면 식 (9)와 같이 토출부에서의 압력과 유속에 대한 지배방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{2r_{vd}t_1}{r_2^2} \{ \dot{y}_d(t) w_4(t) + y_d(t) \dot{w}_4(t) \} \\ & + \left(\ln r_{vd} - \ln \frac{r_2}{3} \right) r_{vd} \dot{w}_4(t) + \frac{P_3 - P_2(t)}{\rho_d} \quad (9) \\ & + \frac{w_4(t)^2 - w_3(t)^2}{2} = 0 \end{aligned}$$

여기에서 ρ_d 는 토출밸브를 통과하는 냉매의 밀도로써 다음과 같다.

$$\rho_d = \begin{cases} \frac{P_3}{RT_3} & (w_4 > 0) \\ \frac{m_g(t)}{V(t)} & (w_4 < 0) \end{cases} \quad (10)$$

2.2 윤활압력

Fig. 3은 윤활해석을 위한 피스톤과 실린더의 이론모델로 원통형의 피스톤이 실린더 내를 일정 속도 v_p 로 직선운동하고 있는 것을 나타낸 것이다. 윤활면의 크기에 비해 윤활막이 충분히 얇을 경우에는 유막두께 방향의 압력 구배, 피스톤의

곡률 그리고 유체의 체적력, 관성력에 의한 효과를 무시할 수 있다. 또한 유체가 정상상태 비압축성 층류유동을 한다고 가정한다면 윤활막에서의 압력은 식 (11)과 같은 레이놀즈 방정식으로 표현할 수 있다.⁽⁶⁾

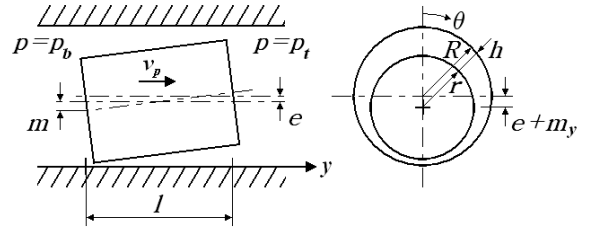


Fig. 3 Geometry of piston and cylinder

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \quad (11) \\ & = -6\mu v_p \frac{\partial h}{\partial x} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \end{aligned}$$

이 식에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{cases} y=0, p=p_b ; y=l, p=p_t \\ \theta=0, \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 ; \theta=\pi, \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

한편 피스톤이 실린더축에 대하여 균일하게 e 만큼 편심되고 반시계방향으로 m 만큼 틸팅될 경우 유막두께 h 는 식 (13)과 같이 표현된다.

$$h = c_0 - (e + m_y) \cos \theta \quad (13)$$

$$\begin{cases} m_y = m \left(1 - 2 \frac{y}{l} \right) \\ c_0 = R - r \end{cases} \quad (14)$$

2.3 피스톤에 작용하는 힘

Fig. 4에 피스톤 기구부의 동역학적 해석 모델이 나타나 있는데, 여기서 $V(\theta)$, $P(\theta)$ 는 크랭크샤프트의 임의의 각도 θ 에서의 체적과 압력이다. 크랭크샤프트의 회전각도 θ 에 따른 피스톤의 변위와 속도는 다음과 같다.

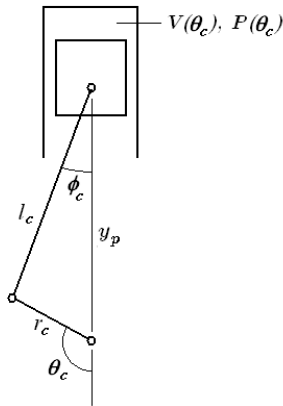


Fig. 4 Kinematic diagram of reciprocating compressor

$$y_p(\theta_c) = l_c \cos \phi_c - r_c \cos \theta_c \quad (15)$$

$$= r_c \left(\sqrt{\frac{l_c^2}{r_c^2} - \sin^2 \theta_c} - \cos \theta_c \right)$$

$$v_p(\theta_c) = r_c \omega \sin \theta_c \left(\frac{\cos \theta_c}{c} - 1 \right) \quad (16)$$

식 (16)에서 c 는 다음과 같다.

$$c = \left(\frac{l_c^2}{r_c^2} - \sin^2 \theta_c \right)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

피스톤의 속도를 5점 중점 공식(five-point midpoint formula)에 적용시키면 피스톤의 가속도를 식 (18)과 같이 구할 수 있다.

$$a_p(\theta_c) = \frac{1}{12\Delta t} [v_p(\theta_c - 2\Delta\theta_c) - 8v_p(\theta_c - \Delta\theta_c) + 8v_p(\theta_c + \Delta\theta_c) - v_p(\theta_c + 2\Delta\theta_c)] \quad (18)$$

여기서 Δt 는 크랭크축이 $\Delta\theta_c$ 만큼 회전할 때 소요되는 시간이다.

Fig. 5에 피스톤에 작용하는 힘들이 나타나 있는데 F_g 는 압축실의 압력에 의한 힘이며 F_h 와 F_f 는 윤활압력에 의한 힘과 윤활유의 유체저항

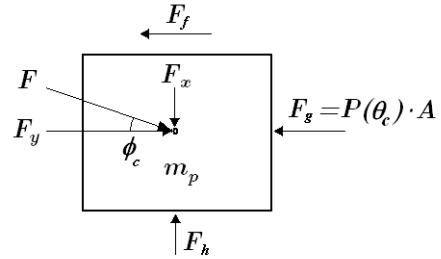


Fig. 5 Forces acting on piston

에 의한 점성마찰력으로 다음과 같다.

$$F_h = \int_0^{2\pi} \int_0^l p \cos \theta_c R d\theta dy \quad (19)$$

$$F_f = - \int_0^{2\pi} \int_0^l \left(\frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \frac{v_p}{h} \right) R d\theta dy \quad (20)$$

커넥팅로드로부터 전달되는 F_x 와 F_y 는 피스톤 핀이 위치한 부분에 작용하며 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_y(\theta_c) = F_g(\theta_c) + F_f(\theta_c) + m_p a_p(\theta_c) \quad (21)$$

$$F_x(\theta_c) = F_y(\theta_c) \tan \phi = F_y(\theta_c) \frac{\sin \theta_c}{c} \quad (22)$$

3. 수치해석 근사화

3.1 해석 대상

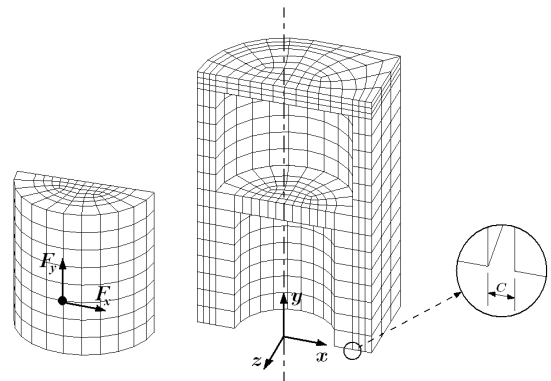


Fig. 6 Analysis model and FEM mesh

Fig. 6에 유한요소 해석에 사용된 모델의 형상과 요소들이 나타나 있다. 형상과 경계조건이 대칭이므로 절반모델을 사용하였다. 피스톤의 주운동 방향은 y 방향이며 슬랩현상은 x 방향으로 나타나게 된다. 피스톤 핀의 위치는 그림에서와 같이 피스톤 중앙 아래의 노드로 하였고 피스톤과 실린더의 단면에 대칭경계조건을 적용하였으며 실린더의 우측면을 고정하여 해석을 하였다.

3.2 해석 방법

압축실 내부에서의 압력을 구하기 위해 식 (23)과 같은 중앙차분법(central differential method)을 적용하였다.

$$\dot{y}_s^n = \frac{1}{2\Delta t}(y_s^{n+1} - y_s^{n-1}) \quad (23)$$

$$\ddot{y}_s^n = \frac{1}{\Delta t^2}(y_s^{n+1} - 2y_s^n + y_s^{n-1})$$

유효압력의 계산에 있어서는 해석의 수행을 간단하게 하기 위해 식(11)을 무차원화하여 나타낸다. 그리고 일반적인 경우 2차원 레이놀즈 방정식의 해석적인 해는 구하기가 어려우므로 수치해석적 방법인 유한차분법(finite differential method)을 이용하여 구한다.⁽⁷⁾

압축실의 압력은 크랭크 샤프트의 회전각도에 따라 정해져 있는 변수이다. 그러나 유효압력은 피스톤의 이동에 따라 변하는 값이기 때문에 ANSYS/LS-DYNA를 이용한 동해석시 계속적으로 업데이트시켜 주어야 한다. 본 해석에서는 크랭크 샤프트가 0.1° 회전할 때마다 유효압력을 재계산하여 해석을 수행하였다.

4. 해석 결과 및 고찰

Fig. 7에 피스톤 상부에 작용하는 압력이 나타나 있다. 흡입부에서의 압력(P_1)은 101,325Pa, 토출부에서의 압력(P_3)은 0.8MPa로 가정하였다. Fig. 8을 보면 크랭크샤프트의 회전각도가 150°에서 토출밸브가 열리며 260°에서 흡입밸브가 열리기 시작하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 9에는 피스톤에 작용하는 힘을 나타내었는데 y 방향의 힘은 식(21)의 우측항에 피스톤의 관

성향이 고려되었으므로 90° ~270°에서는 압축실의 압력에 의한 힘보다 크고 나머지 영역에서는 적게 나온다. x 방향으로 작용하는 힘을 보면 180°를 기준으로 커넥팅로드에서 작용하는 힘의 방향이 바뀌어지므로 흡입행정과 토출행정에서의

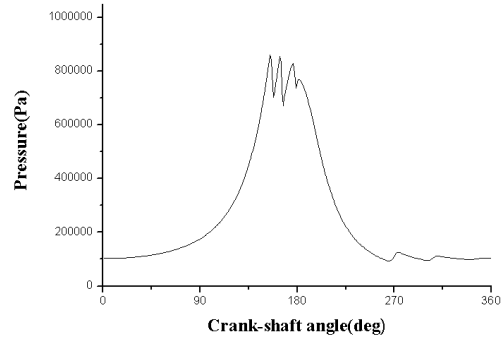


Fig. 7 Pressure on the piston top

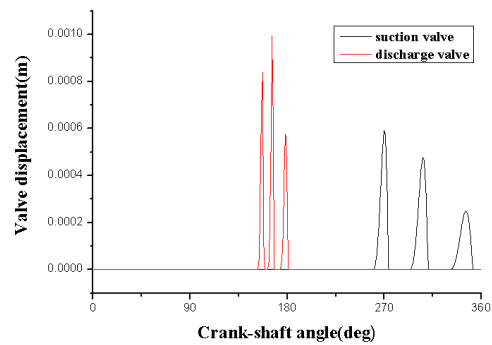


Fig. 8 Displacement of the valve

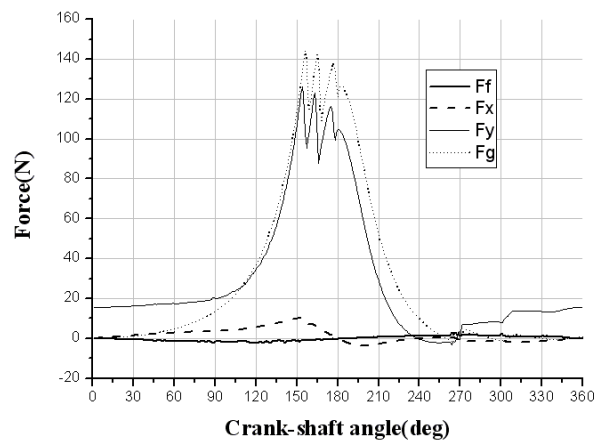


Fig. 9 Forces acting on piston

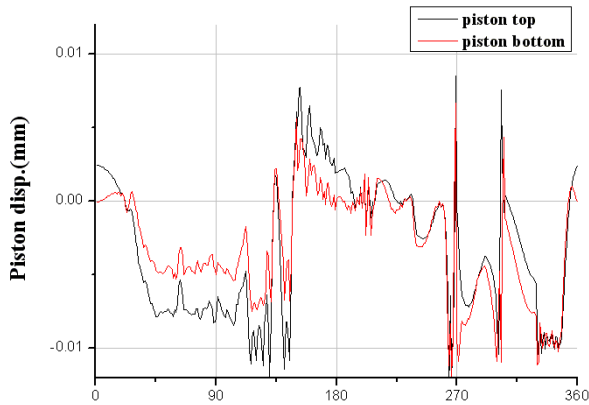


Fig. 10 Piston displacement in the x -direction

힘의 방향이 바뀌는 것을 알 수 있다. 그리고 윤활유의 유체 저항에 의한 점성마찰력은 다른 힘들에 비해 크기가 적음을 알 수 있다.

Fig. 10에 크랭크샤프트 회전각도에 따른 피스톤의 상부와 하부에서의 x 방향으로의 이동변위가 나타나 있다. x 방향의 힘이 0이 되는 0° 와 180° 에서는 피스톤도 실린더의 중간에 위치하게 되고 나머지 영역에서는 주로 (-)방향으로 변위가 발생함을 알 수 있다. 이는 피스톤 핀의 위치가 피스톤의 질량중심보다 낮은 곳에 있으므로 피스톤의 좌측보다 우측에서 윤활압력이 크게 발생하기 때문이다. 그리고 압축실의 압력이 크게 상승하는 구간과 흡입, 토출밸브가 개폐되는 구간에서 슬랩현상이 발생하는 결과를 보였다.

5. 결론

본 논문에서는 피스톤과 실린더 사이의 윤활압력과 밸브에서의 냉매의 순환을 고려하여 이론적으로 피스톤핀에 작용하는 힘을 계산해 보았다. 윤활압력의 계산에는 유한차분법을 이용하였으며 압축실의 압력에는 중앙차분법을 적용하였으며 이를 이용하여 피스톤 슬랩현상을 유한요소해석을 통하여 조사해 보았다.

밸브가 개폐될 때와 같이 실린더 내부의 압력이 급격히 변화할 때 피스톤의 슬랩현상이 발생한다는 결과를 보였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호 : R01-2001-00383)지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Kim, S. J., Kang, K. S. and Sim, J. S., 1997, "Indirect Method for Measurement of Exciting Force acting on Small Reciprocating Compressors Shell", *Transactions of KSNVE*, Vol. 7, No. 6, pp. 899~908.
- (2) Kim, J. H., 1998, "The Latest Topic and Coming of Age about Noise and Vibration on Hermetic Reciprocating Compressors", *Proceedings of KSNVE*, pp. 17~24.
- (3) Wrede, F. and Kruse, H., 1976, "Computer Simulation of Lubrication Conditions of Trunk Pistons in Refrigeration Compressors", *Proceedings of PCTC*, pp. 155~163.
- (4) Koh, J. C., Joo, J. M. and Pak, C. H., 1997, "Prediction of the Performance of a Reciprocating Compressor taking Fluid-Solid Interaction into Account", *Transactions of SAREK*, Vol. 9, No. 1, pp. 33~42.
- (5) Lee, S. W., Hong, S. C., Joo, J. M. and Pak, C. H., 1998, "Valve Dynamics and Gas Pressure Pulsation of a Reciprocating Compressor", *Proceedings of KSNVE*, pp. 130~135.
- (6) Prata, A. T., Fernandes, J. R. S. and Fagotti, F., 2000, "Dynamic Analysis of Piston Secondary Motion for Small Reciprocating Compressors", *Transactions of the ASME*, Vol. 122, pp. 752~760.
- (7) Park, T. J. and Lee, C. O., 1992, "Analysis of Hydrodynamic Lateral Forces Acting on Grooved Pistons in Hydraulic Piston Pumps", *Journal of KSTLE*, Vol. 8, pp. 44~49.