

# 원심력을 받는 회전원판내 원공주위 응력집중 최소화를 위한 핀홀위치 최적화

한근조<sup>†</sup>·김태형\*·안성찬\*\*·심재준\*\*\*·한동섭\*\*\*

## Optimization of Pin-hole Location to Minimize Stress Concentration around Hole in Rotating Disc under Centrifugal Force

Geun-jo Han, Tae-hyong Kim, Sung-chan Ahn, Jae-joon Shim and Dong-seop Han

**Key Words:** Optimum design(최적설계), Circular hole(원공), Rotating disc(회전원판), Pin-hole(핀홀), Centrifugal force(원심력)

### Abstract

The objective of this paper is to decide optimal location of pin-hole to minimize stress concentration around hole in rotating disc. The focus of this investigation is to evaluate the effect of pin-hole for stress distribution around hole using optimum design technic and finite element analysis. Design variables are radial and angular location of pin-hole from center of hole, objective function is maximum stress around hole in rotating disc. We use first order method of optimization technic.

### 1. 서 론

#### 기호설명

- $R_i$  : 원판의 내반경  
 $R_o$  : 원판의 외반경  
 $R_h$  : 원공의 반경  
 $R_p$  : 핀홀의 반경  
 $X_1$  : 원공과 핀홀 중심간 거리비  
 $X_2$  : 원공중심에서 핀홀의 각위치  
 $\sigma_{h, \theta mx}$  : 원공 주위의 최대원주방향응력  
 $\sigma_{h, r mx}$  : 원공 주위의 최대반경방향응력  
 $\sigma_{h, emx}$  : 원공 주위의 최대상당응력  
 $\sigma_{p, emx}$  : 핀홀 주위의 최대상당응력

터보기계, 원심분리기 등 고속 회전체는 기계 각 부품에 응력집중부가 존재하게 되면 원심력으로 인해 발생한 응력이 재료의 항복강도를 초과하게 되어 파손에 이르게 되는 경우가 발생한다. 기계 가동 중에 이러한 회전부품의 파손이 발생하게 되면 막대한 재산과 인명의 손실이 초래될 수 있으며, 실제로 이 같은 파손 사례가 보고되고 있다.<sup>(1)</sup> 특히 회전원판에 볼트구멍이나 유체의 유동을 위한 원공이 존재하게 되면, 원공 주위에 응력이 집중되는 현상이 발생하고 원심력이 증대될 경우 균열이 발생하여 파괴에 이르게 된다. 따라서 원공으로 인해 응력집중이 발생할 때 원공보다 작은 핀홀을 원공 주위에 배치하여 응력집중부를 원공에서 핀홀로 이동시킴으로써 원공 주위의 응력집중으로 인한 취성파괴를 예방할 수 있다.

회전원판의 원공에 관한 연구는 Han<sup>(2)</sup> 등이 볼트구멍의 모서리균열에 관하여 연구하였으며, 응력집중완화에 대한 핀홀의 영향에 관한 연구가

<sup>†</sup> 동아대학교 기계산업시스템공학부  
 E-mail : gjhan@daunet.donga.ac.kr  
 TEL : (051)200-7650 FAX : (051)200-6853

\* 경남정보대학 컴퓨터응용기계과

\*\* LG OTIS

\*\*\* 동아대학교 기계공학과 대학원

현재 진행 중에 있다. 본 연구에서는 회전원판내 원공주위에 발생하는 응력집중에 대한 핀홀의 영향을 최적화기법을 사용하여 살펴보고, 최적의 핀홀 위치를 결정하고자 한다.

## 2. 이론 및 해석모델

### 2.1 회전원판에 작용하는 응력

Timoshenko의 탄성학 이론으로부터 평면응력조건하에서 Fig. 1과 같이 각속도  $\omega$ 로 회전하는 원판에 작용하는 원주방향응력(circumferential stress)  $\sigma_\theta$  및 반경방향응력(radial stress)  $\sigma_r$ 은

$$\sigma_\theta(r) = \frac{3+\nu}{8} \rho \omega^2 \left\{ R_o^2 + R_i^2 + \frac{R_o^2 R_i^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu} r^2 \right\} \quad (1)$$

$$\sigma_r(r) = \frac{3+\nu}{8} \rho \omega^2 \left\{ R_o^2 + R_i^2 - \frac{R_o^2 R_i^2}{r^2} - r^2 \right\} \quad (2)$$

이고,  $\rho$ 와  $\nu$ 는 재료의 밀도와 프와송 비이다.

또한 최대 변형률에너지설에 의하면 재료의 파괴여부는 상당응력(von Mises stress)  $\sigma_e$ 로써 판단하게 되며, 응력집중으로 최대응력  $\sigma_{max}$ 이 증가할 경우 취성과파괴를 방지하기 위해 응력확대계수 K를 상당응력과 함께 고려하여야 한다. 회전원판에 존재하는 원공은 원심력으로 인해 Mode I의 하중상태에 있으므로 반경 R을 갖는 원공주위의 응력확대계수 K는 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$K = \sigma \sqrt{2\pi R} \quad (3)$$

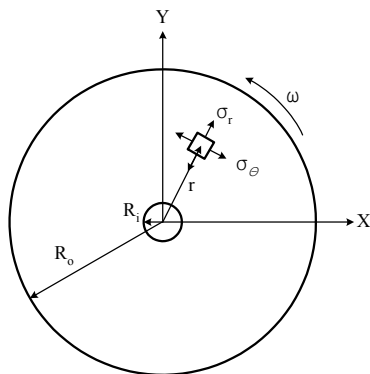


Fig. 1 Stress components of rotating disc under centrifugal force

식(3)으로부터 응력확대계수를 같다고 두면, 응력  $\sigma$ 는  $\sqrt{R}$ 에 반비례하므로 반지름이 작을수록 더 큰 힘을 견딜 수 있게 된다.

### 2.2 해석모델

본 연구에서는 외반경( $R_o$ ) 300mm, 내반경( $R_i$ ) 50mm, 두께( $t$ ) 10mm인 원평평판에 회전 중심에서 175mm 떨어진 곳에 외경의 1/10크기의 원공을 90°간격으로 4개 배열한 모델을 사용하였으며, 해석에 사용된 재질은 STS 304로써 기계적성질은 Table 1과 같다.

Table 1 Mechanical properties of STS 304

Elastic modulus	E	$2.14 \times 10^5$ MPa
Poisson's ratio	$\nu$	0.29
Yield strength	$\sigma_y$	206 MPa
Tensile strength	$\sigma_t$	519 MPa
Density	$\rho$	$8.03 \times 10^{-6}$ kg/mm <sup>3</sup>

### 2.2 해석방법

회전속도에 따라 핀홀이 회전원판내 원공주위 응력분포에 미치는 영향을 평가하기 위한 해석과정은 다음과 같다.

첫 번째, 유한요소해석을 통해 원공의 유무에 따른 회전원판의 응력변화 및 원공주위의 응력분포를 살펴본다. 두 번째, 원공주위에 핀홀을 배치하여 핀홀의 크기에 따른 핀홀의 위치최적화를 수행하여 나타나는 응력변화를 분석함으로써 원공주위의 최대발생응력을 최소화 할 수 있는 핀홀의 위치를 결정한다.

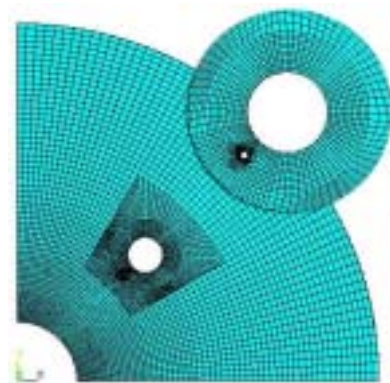


Fig. 2 Meshed shape of rotating disc with hole and pin-hole (1/4 model)

유한요소해석은 8절점 3자유도를 갖는 육면체 요소를 사용하여 1/4만 모델링하였으며, Fig. 2에 모델의 메시된 형상을 나타내었다. 경계조건은 대칭면에 대칭경계조건을 적용하였으며, 원판내부의 두께방향이 고정되고 반경방향과 회전방향은 자유롭게 설정하였다. 하수정화처리용으로 사용되는 원심분리기의 경우 보통 2000~4000rpm 정도로 고속회전하며, 이를 각속도로 환산하면 약 200~400 rad/s이 된다.

따라서 회전속도에 따른 핀홀의 최적위치 추이를 살펴보기 위해 원심력을 발휘시키기 위한 각속도  $\omega$ 는 200, 300, 400rad/s의 3가지로 설정하였으며, 원공반경에 대한 핀홀반경의 비로써 핀홀의 크기비( $R_p/R_h$ )를 정의하고 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3의 6가지로 설정하여 총 18가지 모델에 대하여 해석을 수행하였다.

### 3. 최적설계를 위한 정식화

회전속도와 핀홀의 크기에 따른 핀홀의 최적위치설계를 위해 정식화하면,

$$\mathbf{X} = [X_1, X_2]^T \quad (4)$$

Minimize :

$$F(\mathbf{X}) = \sigma_{h,emx} \quad (5)$$

Subject to :

$$|\sigma_{p,\theta mx} \sqrt{R_p}| - |\sigma_{h,\theta mx} \sqrt{R_h}| \leq 0 \quad (6)$$

$$|\sigma_{p,r mx} \sqrt{R_p}| - |\sigma_{h,r mx} \sqrt{R_h}| \leq 0 \quad (7)$$

$$|\sigma_{p,e mx} \sqrt{R_p}| - |\sigma_{h,e mx} \sqrt{R_h}| \leq 0 \quad (8)$$

이 된다.

최적설계를 위한 설계변수는 원공반경에 대한 원공과 핀홀의 중심간 거리비( $X_1$ ), 핀홀의 각위치( $X_2$ )의 2가지를 선택하였으며, Fig. 3과 같이 원공 중심에 -135°회전한 local 좌표를 설정하고 정의하였다. 설계변수에 대한 초기값 및 범위는 Table 2와 같다.

Table 2 Initial value and range of design variable

D.V.	Initial	Lower	Upper
$X_1$	1.2	1.2	2.0
$X_2$	0°	0°	180°

$$X_1 = \frac{D_{hp}}{R_h} \quad (7)$$

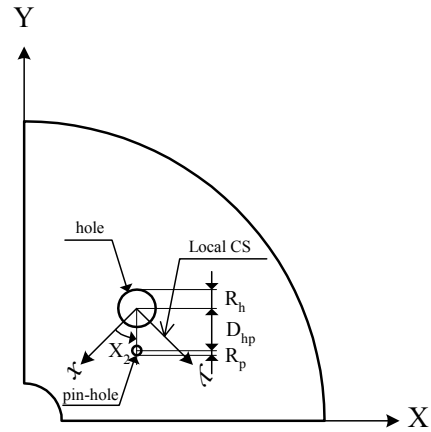


Fig. 3 Relative location between hole and pin-hole in rotating disc

목적함수는 원공주위의 최대상당응력(max. von Mises stress,  $\sigma_{h,emx}$ )으로써, 핀홀의 위치에 따라 발생하는 원공주위의 최대상당응력이 가장 적게 나타날 때의 핀홀의 위치를 최적위치로 정하였다.

제약조건은 핀홀주위의 최대발생응력으로 인한 응력확대계수가 원공주위의 최대응력으로 인한 응력확대계수를 넘지 않도록 정하였다.

해석은 ANSYS 5.7을 이용하여 해석을 수행하였으며, 해석기법으로 global minimum을 가장 적절하게 찾을 수 있는 일계법(first order method)을 적용하였다.

### 4. 해석결과 및 고찰

#### 4.1 원공으로 인한 응력집중

회전원판을 200~400rad/s의 각속도로 회전시킬 때 원공의 유무에 따른 최대응력값을 Table 3에 각각 비교하여 나타내었다.

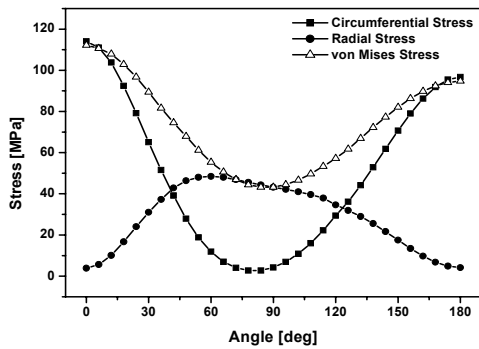
Table 3을 살펴보면, 응력집중에 의한 증가량은 회전속도와 관계없이 원공 주위의 응력집중으로 인해 원공이 없을 때 비해 원주방향응력은 18.3%, 반경방향응력은 47.2%, 상당응력은 18.1%씩 각각 증가하였다. 또한 회전수가 약 4000rpm에 해당하는 각속도  $\omega=400$ rad/s일 때 최대발생응력은 114.06MPa이 되어 재료의 항복강도 206MPa를 감안하면 안전율이 2에 채 미치지 못하게 된다.

**Table 3** Comparison of maximum stress of rotating disc with and without hole

$\omega$ [rad/s]	Items	Without hole [MPa]	With hole [MPa]	Difference [%]
200	$\sigma_{h,\theta mx}$	24.10	28.51	18.3
	$\sigma_{h,r mx}$	8.25	12.15	47.2
	$\sigma_{h,emx}$	23.77	28.04	18.1
300	$\sigma_{h,\theta mx}$	54.22	64.16	18.3
	$\sigma_{h,r mx}$	18.57	27.33	47.2
	$\sigma_{h,emx}$	53.42	63.10	18.1
400	$\sigma_{h,\theta mx}$	96.39	114.06	18.3
	$\sigma_{h,r mx}$	33.01	48.59	47.2
	$\sigma_{h,emx}$	94.98	112.17	18.1

이는 동적 하중상태를 고려할 때 매우 위험한 상태이며, 이에 대한 대처방안이 모색되어야 한다.

각속도 400rad/s로 회전할 때 원공으로 인한 응력집중현상은 원공주위를 따라 각방향응력분포를 나타낸 Fig. 4와 같다. 즉, Fig. 3의 local 좌표계를 참조할 때 각위치가 0°에서 최대응력값이 나타나며, 원주방향응력은 80°를 지나면서 감소하였다가 증가하였고, 반경방향응력은 50°에서 최대를 나타내며 증가하였다가 감소함을 알 수 있다. 상당응력이 원주방향응력을 따라 분포하는 것으로 보아 원공주위에서도 원주방향응력이 지배적인 역할을 담당하고 있음을 알 수 있다.



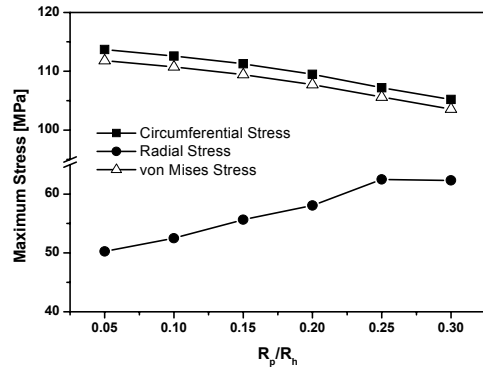
**Fig. 4** Stress distribution of around hole along angular direction as  $\omega=400\text{rad/s}$  (reference local coordination system in Fig. 3)

4.2 핀홀의 위치 최적화

4.2.1 응력집중완화를 위한 핀홀의 최적위치  
각속도  $\omega=400\text{rad/s}$ 일 때 핀홀 위치를 설계변수

**Table 4** Optimization values of the models with respect to  $R_p/R_h$  (as  $\omega = 400\text{rad/s}$ )

$R_p/R_h$	D.V.		Max. Stress [MPa]	
	Items	Value	Items	Value
0.05	$X_1$	1.29	$\sigma_{h,\theta mx}$	113.68
	$X_2$	57.62°	$\sigma_{h,r mx}$	50.25
0.10	$X_1$	1.36	$\sigma_{h,\theta mx}$	112.59
			$\sigma_{h,r mx}$	52.50
	$X_2$	55.55°	$\sigma_{h,emx}$	110.73
0.15	$X_1$	1.44	$\sigma_{h,\theta mx}$	111.27
	$X_2$	56.46°	$\sigma_{h,r mx}$	55.65
0.20	$X_1$	1.52	$\sigma_{h,\theta mx}$	109.49
			$\sigma_{h,r mx}$	58.05
	$X_2$	55.65°	$\sigma_{h,emx}$	107.73
0.25	$X_1$	1.56	$\sigma_{h,\theta mx}$	107.20
	$X_2$	55.23°	$\sigma_{h,r mx}$	62.49
0.30	$X_1$	1.65	$\sigma_{h,\theta mx}$	105.20
			$\sigma_{h,r mx}$	62.33
	$X_2$	53.88°	$\sigma_{h,emx}$	103.56



**Fig. 5** Maximum Stress of the models with respect to  $R_p/R_h$  (as  $\omega = 400\text{rad/s}$ )

로 하고 최대상당응력을 목적함수로 하여 최적화를 수행한 결과를 Table 4에 나타내었으며, 핀홀의 크기비( $R_p/R_h$ )에 따른 최대응력 변화추이를 Fig. 5에 나타내었다.

Table 4를 살펴보면, Fig. 3의 local 좌표계를 참조할 때 핀홀의 최적위치를 살펴보면 반경방향( $X_1$ )으로 원공지름의 1.29~1.65배로 나타났으나 원공과 핀홀의 반경을 뺀 순수한 원공과 핀홀간 떨어진 거리는 원공반경의 0.25~0.35배 정도일 때 최적임을 알 수 있다. 또한 각위치( $X_2$ )는 53~58°인 지점에서 나타났다.

이러한 결과는 Fig. 4를 통해 알 수 있듯이 원주방향응력이 0°에서 최대값을, 반경방향응력이 60°에서 최대값을 각각 나타내므로 이로 인해 응력완화를 위한 핀홀의 최적각위치가 53~58°정도에서 나타나게 되었음을 알 수 있다. 또한 원공과 핀홀사이의 거리가 가까우면 원공과 핀홀사이에서 응력이 더욱 집중되어 역효과가 나며 거리가 멀어지면 핀홀의 영향이 원공에 미치지 못하게 되기 때문에 원공반경의 0.25~0.35정도에서 최적위치가 결정된 것으로 사료된다.

핀홀의 크기비에 따른 최대응력값을 나타낸 Fig. 5를 살펴보면, 핀홀의 크기가 증가함에 따라 원주방향응력과 상당응력은 감소하고 반경방향응력은 증가하고 있다. 이것은 핀홀의 크기가 증가하면서 전체적으로 응력값은 감소하지만, 핀홀의 최적각위치( $X_2$ )가 58°에서 53°로 이동하면서 반경방향응력이 증가하는 결과가 나오게 되었다. 그러나 반경방향응력은 원주방향응력의 절반정도이므로 원주방향응력의 증가는 무시할 수 있다.

4.2.2 핀홀에 의한 응력완화효과

각속도  $\omega=400\text{rad/s}$ 일 때 원공만 있을 경우와 최적화된 핀홀로 인한 원공주위의 최대응력값을 비교하여 Table 5에 나타내었다.

Table 5를 살펴보면, 원공 주위에 핀홀을 적절히 배치할 경우 최대응력이 7.77%감소하는 것을 알 수 있다. 이것은 원공에 집중되었던 응력이 주위에 핀홀이 존재함으로 인해 분산되면서 나타나는 결과로써 핀홀의 크기가 클수록 응력감소량이 증가하게 된다. 그러나 핀홀의 크기를 무한정 키우다가는 오히려 핀홀 주위에서 응력집중으로 인한 취성파괴가 일어날 수 있으므로, 핀홀의 크기와 핀홀 주위에 분포한 응력값에 따른 응력확대계수

**Table 5** Comparison of maximum stress between what has only hole and what has hole and optimized pin-hole in disc with respect to angular velocity (as  $\omega = 400\text{rad/s}$ )

Items	Max. Stress [MPa]		Difference [%]
	Hole	Hole & Pin-hole	
$\sigma_{h,\theta\text{mx}}$	114.06	105.20	- 7.77
$\sigma_{h,r\text{mx}}$	48.59	62.33	28.28
$\sigma_{h,e\text{mx}}$	112.17	103.56	- 7.68

를 고려하여 적절한 핀홀의 크기를 결정하여야 함을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 회전원판에 원공이 존재할 때 발생하는 응력집중효과를 핀홀을 이용하여 완화시키기 위해 핀홀의 위치를 설계변수로 하여 최적화를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 원공으로 인해 회전원판에 발생하는 최대응력의 증가폭은 원주방향응력이 18.3%, 반경방향응력이 47.2%, 상당응력이 18.1%씩 증가하였으며, 최대응력발생위치는 원주방향응력과 상당응력은 0°, 반경방향응력은 60°로 나타났다.
2. 핀홀의 최적위치는 원공중심에서 회전방향( $X_2$ )으로 53~58°, 반경방향( $X_1$ )으로 원공반경의 1.29~1.65배인 지점이며, 원공과 핀홀의 경계간격은 원공과 핀홀의 반경을 뺀 원공반경의 0.25~0.35배로 나타났다.
3. 핀홀로 인한 원공주위의 최대응력 감소폭은 7.77%로 나타났으며, 핀홀의 크기가 클수록 감소폭이 증가하나 핀홀주위에 응력집중으로 인한 취성파괴가 초래될 수 있으므로 응력확대계수를 고려하여 핀홀의 크기를 결정하여야 한다.

참고문헌

- (1) Yukawa, S., Timo, D. P. and Rubio, A., 1969, "Fracture Design Practices for Rotating Equipment," Fracture, Vol. 5, Academic Press.
- (2) S. B. Han, J. H. Lee and Y. J. Kim, 1993, "Finite Element Analysis of a Rotating Disc with a Corner Crack Originating at the Bolt Holes," J. of KSME, Vol. 17, No. 12, pp. 3055~3062.
- (3) S. P. Timoshenko and J. N. Goodier, 1982, "Theory of Elasticity." McGraw-Hill, pp. 80~83.
- (4) J. Kim, K. Ahn, S. Kim, and Y. Kwak, 2001, "Optimal Design of a Variable-Speed Cam for Power Circuit Breaker," J. of KSPE, Vol. 18, No. 12, pp. 47~53.
- (5) Ashok D. Belegundu, 2000, "Optimization Concepts and Applications in Engineering," Prentice Hall, New Jersey, pp. 385~419.