

정밀 위치제어 시스템을 위한 개선된 마찰 모델

최정주[†] 한성익^{*} 김한메 김종식^{**}

An Improved Friction Model for Precise Tracking Control Systems

J. J. Choi, S. I. Han, H. M. Kim and J. S. Kim

Key Words : Hysteresis(히스테리시스), Preisach model(프라이자흐모델), Tracking control(서보시스템).

Abstract

Friction phenomenon can be described as two parts which are pre-sliding and sliding regions. In motion of the sliding region, friction forces depend on the velocity of the system and are known as Coulomb, stick-slip, stribek effect and viscous friction. The pre-sliding region, which is before breakaway, depends on the position of the system. The motion of friction in the sliding region can be described as the LuGre model. But the pre-sliding motion of friction, which has hysteresis characteristics in general, is not known widely. Therefore, an improved friction model, which can describe the motion of friction in the pre-sliding region, is proposed in this paper. And simulation and experimental results show the effectiveness of the proposed friction model for precise tracking control systems.

1. 서 론

마찰현상은 기계시스템이 가지는 고유한 특성으로서 서보시스템의 동작특성에 악영향을 미치는 요소이다. 이를 극복하기 위하여 마찰현상에 대한 많은 선행 연구가 이루어져 왔다.[1][2][3] 마찰에 대한 고전적인 모델은 쿨롱마찰과 점성마찰을 고려한 속도와 마찰력 사이의 정적인 관계로 표현하였다. 그러나, 이 두가지 마찰 특성만을 고려해서는 저속의 정밀 시스템에서 일어나는 복잡한 마찰현상을 표현하기에는 너무 단순한 형태이다. 따라서 저속의 정밀 기계시스템의 해석에 있어서는 마찰의 거동을 마찰이 미소 변위의 함수로 간주하는 프리슬라이딩(pre-sliding) 영역과 슬라이딩 속도의 함수로 표현되는 슬라이딩(sliding) 영역으로 나누어 해석할 필요가 있다.

프리슬라이딩 영역에 대한 마찰 거동은 접촉한 두 물체의 표면을 수많은 강모로 해석해서 마찰현상을 고려한 Dahl 모델이 제안되었다.[1] 그러나 이 모델은 스트라이백(stribeck) 현상을 잘 나타낼 수 없었다. 그래서 Canudas 는 이러한 단점을 보완한 마찰 모델인 LuGre 모델을 제안하였다. LuGre 모델은 프리슬라이딩 변위, 스틱슬립(stick-slip), 그리고 스트라이백 현상과 같은 잘 알려진 마찰현상에 대한 거동 특성을 잘 묘사하고 있다.[2] 그러나, LuGre 모델 또한 마이크로 단위 슬라이딩변위 영역에서 나타나는 난로칼 메모리(non-local memory) 특성과 히스테리시스 현상에 대해서는 그 현상을 묘사할 수 없다. 따라서, 본 논문에서는 마이크로 단위의 서보시스템에 대해 Preisach 모델[4]을 이용하여 프리슬라이딩 영역에서 일어나는 마찰의 히스테리시스 현상을 모델링하여 정밀 위치제어 시스템의 성능을 향상하고자 한다.

2. Preisach 모델

2.1 Preisach 모델을 이용한 히스테리시스 모델
프리슬라이딩 영역에서 발생하는 히스테리시스 현

[†] 부산대학교 대학원 지능기계공학과
E-mail : jeongju@hotmail.com
TEL : (051)510-3077

^{*} 순천제일대학 기계전기제어과

^{**} 부산대학교 기계공학부

상을 규명하기 위해서 Preisach 모델을 이용하기로 한다. Preisach 모델은 Fig. 1 에 표시된 바와 같이 입출력의 관계가 멀티 브랜치(multi-branch)의 비선형으로 구성된 히스테리시스 연산자들로 구성된다. 브랜치에서 브랜치로의 전이(transition)는 입력의 극값에 따라 결정되며, 각 연산자 함수는 스위칭 변수 (α, β) 를 가지며 +1 또는 -1 의 두개의 출력 값을 가진다. 마찰 히스테리시스 연산자에 변위가 증가함에 따라 입력 변위 α 에서는 -1 에서 +1 로 스위칭되고, 입력 변위가 감소할 때는 +1 에서 -1 로 스위칭된다. 따라서, 입출력 히스테리시스 연산자를 이용한 출력 마찰력 $f_h(t)$ 는 α, β 평면에서 $\gamma_{\alpha\beta}$ 의 분포를 입력 변위 $z(t)$ 에 따라 주어진 분포함수로 정의한다.

Fig. 2 는 변위에 대한 마찰력의 관계를 α, β 평면으로 등가시킨 Preisach 평면을 나타낸다. Preisach 평면에서 입력 변위 $z(t)$ 의 구간 $[\alpha+d\alpha]$ 와 $[\beta+d\beta]$ 에 속하는 단위 히스테리시스 연산자수는 $\mu(\alpha, \beta)d\alpha d\beta$ 에 의해서 결정된다. 여기서 $\mu(\alpha, \beta)$ 는 분포함수이다. 따라서 출력 마찰력 $f(t)$ 는 α, β 평면에서 식 (1)과 같이 분포함수 $\mu(\alpha, \beta)$ 를 $\alpha \geq \beta$ 인 전체영역에서 $\mu(\alpha, \beta)$ 와 함께 적분함으로써 구할 수 있다.

$$f_h(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta} z(t) d\alpha d\beta \quad (1)$$

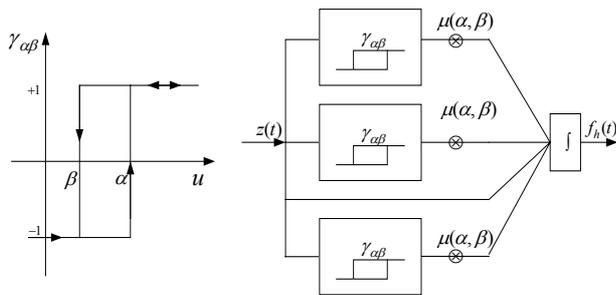


Fig. 1 Schematic of the Preisach model for hysteresis

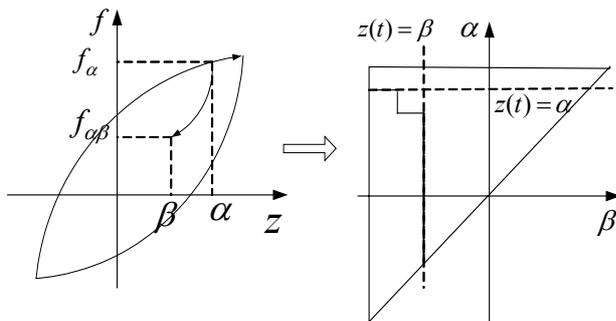


Fig. 2 Mapping to the Preisach plane

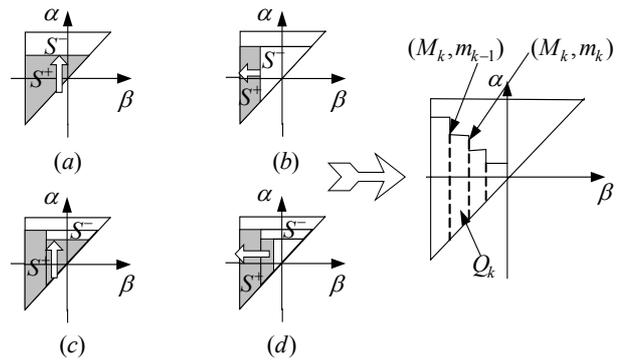


Fig. 3 Geometric analysis of the Preisach model

Preisach 모델에서 변위의 증가 감소에 따른 마찰 히스테리시스 현상은 Preisach 평면에서 Fig. 3 과 같이 기하학적으로 해석할 수 있다. 따라서 변위의 증가 감소에 따른 마찰력은 식 (2)와 같다. Fig. 3 에서 (a), (c)는 입력이 증가함에 따라 출력 연산자가 -1 에서 +1 로 스위칭 되는 것을 α, β 평면에 S^+ 로 나타내고, (b), (d)는 입력의 감소에 따라 출력 연산자가 +1 에서 -1 로 스위칭 되는 것을 S^- 로 나타내었다. Fig. 3 에서 S^+ 는 몇 개의 평행사변형 Q_k 로 나누어지므로 식 (4)는 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$f_h(t) = 2 \iint_{S^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_T \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (2)$$

여기서,

$$\iint_T \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = F(\alpha, \beta) \quad (3)$$

$$\iint_{S^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = \sum_{k=1}^{n(t)} \iint_{Q_k} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (4)$$

$$\iint_{Q_k} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = \iint_{T(M_k, m_{k-1})} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{T(M_k, m_k)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (5)$$

그리고 T 는 Preisach 평면의 전체영역에 해당한다.

따라서 프리슬라이딩 영역에서 발생하는 마찰 히스테리시스 곡선에 대한 출력 마찰 토크는 식 (6)과 같다.

$$f_h(t) = -F(\alpha_0, \beta_0) + 2 \sum_{k=1}^{n(t)} \{F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k)\} \quad (6)$$

여기서,

$$F(M_k, m_k) = \iint_{T(M_k, m_k)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (7)$$

$$F(M_k, m_{k-1}) = \iint_{T(M_k, m_{k-1})} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (8)$$

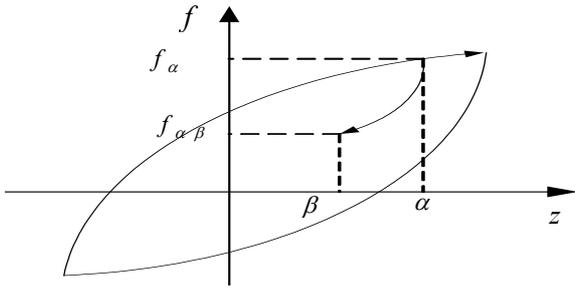


Fig. 4 Hysteresis transition curve

식 (6)은 최종단의 입력 변위가 상승이나 하강이냐에 따라 다시 식 (9)와 (10)으로 나타낼 수 있다.

$$f_h(t) = -F(\alpha_0, \beta_0) + 2 \sum_{k=1}^{n(t)-1} \{F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k)\} + 2\{F(M_n, m_{n-1}) - F(M_n, z(t))\} \quad (9)$$

$$f_h(t) = -F(\alpha_0, \beta_0) + 2 \sum_{k=1}^{n(t)-1} \{F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k)\} + 2F(z(t), m_{n-1}) \quad (10)$$

식 (9), (10)의 $F(\alpha, \beta)$ 는 Fig. 2의 히스테리시스 전이 곡선에 의해 식 (11)과 같이 표현될 수 있다.

$$F(\alpha, \beta) = \frac{1}{2}(f_\alpha - f_{\alpha\beta}) \quad (11)$$

2.2 Preisach 모델을 위한 분포함수 결정

Preisach 모델을 구성하기 위해서는 실험적으로 구한 분포함수 $\mu(\alpha, \beta)$ 를 이용하여야 한다.

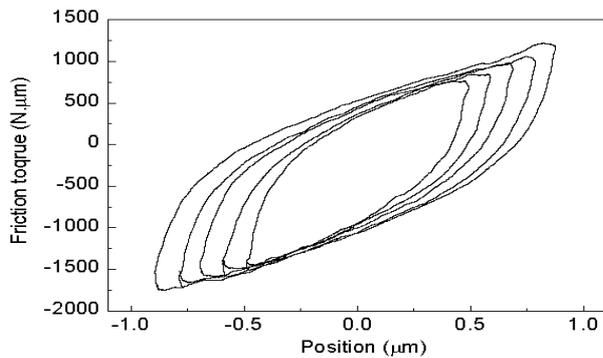


Fig. 5 Measured hysteresis curve

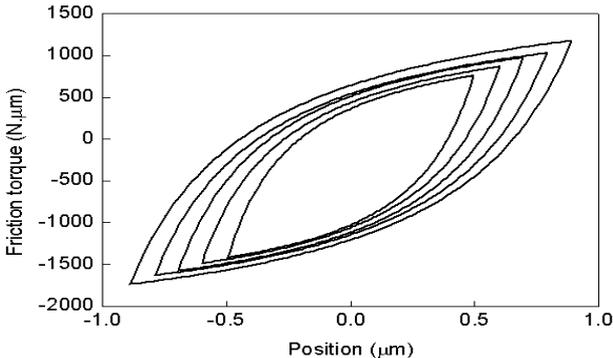


Fig. 6 Estimated hysteresis curve

이를 위해서는 입력 변위의 증가 감소에 따른 히스테리시스 전이 곡선 Fig. 4와 식 (11)을 이용하여 구할 수 있다. 그러나 이러한 방법을 통해서 α, β 평면을 완성하기 위해서는 수 많은 마찰 실험과 근사화된 식을 이용하여야 한다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 논문에서는 Brian이 제안한 개선된 Dahl 모델식[5]을 이용하여 분포함수를 구하였다. Fig. 5는 실험적으로 구한 히스테리시스 곡선이고, Fig. 6은 개선된 Dahl 모델식을 이용한 근사화된 히스테리시스 곡선이다.

2.3 개선된 마찰 모델식

Canudas에 의해 제안된 LuGre 모델[3]식은 식 (13)과 같은 프리슬라이딩 변위 z 에 대한 일차 미분방정식을 이용하여 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + f_v v \quad (12)$$

여기서,

$$\dot{z} = v \left\{ 1 - \frac{z}{g(v)} \text{sgn}(v) \right\} \quad (13)$$

$$g(v) = \frac{1}{\sigma_0} \left\{ f_c + (f_s - f_c) \exp\left(-\left(\frac{v}{v_s}\right)^2\right) \right\} \quad (14)$$

그리고 z 는 프리슬라이딩 변위, $g(v)$ 는 스트라이벡과 스틱 마찰, 쿨롱마찰을 포함한 정상상태 마찰 거동 함수, σ_0, σ_1 은 프리슬라이딩 등가강성, 점성계수이고, f_v, f_s, f_c 는 각각 점성, 정적, 쿨롱 마찰력이다. 식 (13)과 같이 표현되는 마찰모델은 프리슬라이딩 변위, 마찰 지연(frictional lag), 이탈힘의 변동, 스틱-슬립(stick-slip)과 같은 마찰의 잘 알려진 거동을 대부분 수용하지만, 프리슬라이딩 영역에서 발생하는 난로칼 메모리 히스테리시스 현상을 잘 나타내지 못한다.

따라서, 본 논문에서는 프리슬라이딩 영역에서 나타나는 마찰의 난로칼 메모리 현상을 잘 표현할 수 있도록 식 (15)와 같이 기존의 LuGre 모델을 개선하였다.

$$f_p = f_h(z) + \sigma_1 \dot{z} + f_v v \quad (15)$$

여기서, $f_h(z)$ 는 2.2절에서 설명한 Preisach 모델을 이용하여 난로칼 메모리 특성을 나타내는 비선형 히스테리시스 함수이다. 그리고, 식 (13)과 같은 LuGre 모델의 일차 미분방정식은 식 (16)과 같이 수정하였다.

$$\dot{z} = v \left\{ 1 - \frac{f_h(z)}{S(v)} \text{sgn}(v) \right\} \quad (16)$$

여기서,

$$S(v) = f_c + (f_s - f_c) \exp\left(-\left(v/v_s\right)^\delta\right)$$

그리고 $S(v)$ 는 LuGre 모델의 $g(v)$ 와 같이 정상상태 마찰 거동을 나타내는 함수이고, δ 는 설계 파라미터이다.

따라서, 본 논문에서 제안한 마찰 모델식을 이용함으로써, 프리슬라이딩 영역과 슬라이딩 영역으로 나누어서 마찰의 거동 특성을 살펴 보면, 프리슬라이딩 영역($\dot{z} \neq 0, v = 0$)에서는 식 (15)의 마찰 모델식을 식 (17)과 같이 난로칼메모리 특성을 나타내는 Preisach 모델로 나타낼 수 있다.

$$f = f_h(z) \tag{17}$$

그리고, 슬라이딩 영역($\dot{z} = 0, v \neq 0$)에서, 즉

$$\dot{z} = 0 = v \left\{ 1 - \frac{f_h(z)}{S(v)} \operatorname{sgn}(v) \right\} \tag{18}$$

또는,

$$f_h = S(v) \operatorname{sgn}(v) \tag{19}$$

정상상태 마찰거동은 식 (20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f = \begin{cases} S(v) + f_v v \\ f_c + (f_s - f_c) \exp\left(-\left(v/v_s\right)^\delta \right) \operatorname{sgn}(v) + f_v v \end{cases} \tag{20}$$

여기서 $S(v)$ 는 저속에서는 스트라이백 효과를 만들어 내고 $f_v v$ 는 정상상태 거동특성에 기여한다.

3. 시뮬레이션 및 실험

개선된 마찰모델에 대한 검증은 1 축 구동 볼스크류 시스템을 이용하여 실시하였다. 실험에 사용된 볼나사의 피치는 2mm 이고 LM 가이드로 안내되며 1000 pulse/rev 의 엔코더가 부착된 DC 서보 모터로 구동하도록 Fig. 7 과 같이 구성하였다. 그리고 이송테이블 및 부하가 부착되었다.

3.1 마찰 모델 파라미터 규명

슬라이딩 영역에서의 마찰 파라미터들을 구하기 위하여 일정한 속도입력에 대한 토크를 Fig. 8 과 같이 나타내었고 이를 이용하여 구한 마찰 파라미터들은 Table 1 과 같다.

프리슬라이딩 영역에서의 마찰모델식은 프리슬라이딩 영역에서 슬라이딩 영역으로 변동하는 이탈(break-away)변위를 측정하고, Preisach 모델을 이용하여 마찰 거동을 묘사하였다. 프리슬라이딩 영역에서는 와이핑아웃(wiping-out)과 히스테리시스

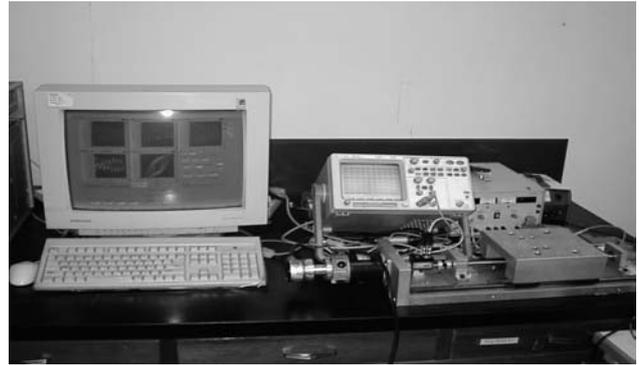


Fig. 7 Photograph of the ball-screw system

Table 1 Identified friction parameters

Parameter	Identified value	Unit
f_s	4582	N. μm
f_c	2663	N. μm
f_v	2621	N.sec
v_s	9.321	$\mu\text{m} / \text{sec}$
δ	0.929	

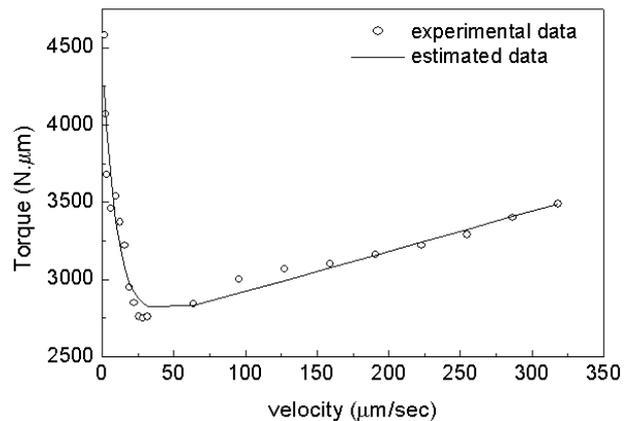


Fig. 8 Measured average friction torque for different constant velocity and identified model

루프의 합동성(congruency) 특성과 같은 난로칼 메모리 현상이 있다. 그러나 현재까지 잘 알려진 LuGre 모델은 Fig. 9 와 같이 실제 프리슬라이딩 영역에서 발생하는 난로칼메모리 현상에 대해 Fig. 10 과 같이 그 특성을 잘 나타내지 못한다.

따라서 본 논문에서는 프리슬라이딩 영역에서의 마찰 특성을 Preisach 모델을 이용함으로써 Fig. 10 과 같이 실제 프리슬라이딩 영역에서 발생하는 난로칼 메모리 특성을 잘 묘사할 수 있도록 마찰모델을 개선하였다. Fig. 11 은 프리슬라이딩 영역에서 실제 나타나는 난로칼 히스테리시스 현상 중의 하나인 와이핑 아웃 현상을 실험적으로 구한 것이고, Fig. 12 는 본 논문에서 제안한 마찰 모델식을 이용하여 난로칼 메모리 히스테리시스 시뮬레이션의 결과이다.

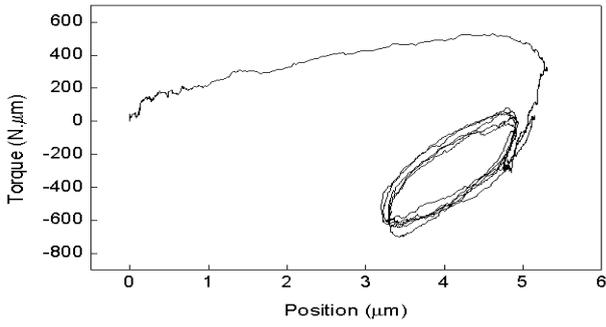


Fig. 9 Measured torque and position

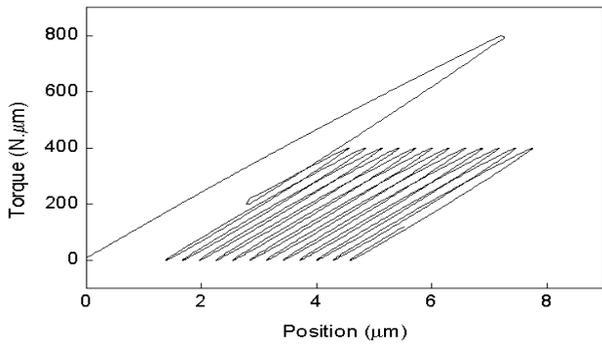


Fig. 10 Simulated torque and position using the LuGre model

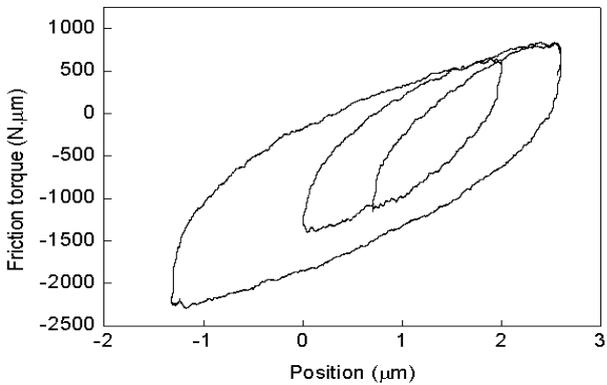


Fig. 11 Measured hysteresis curve

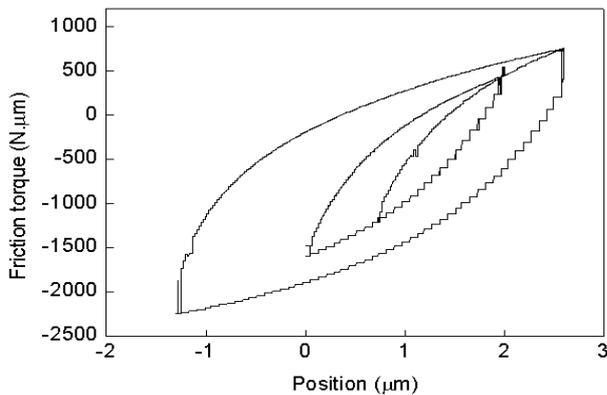


Fig. 12 Estimated hysteresis curve

3.2 정밀 위치제어 실험

개선된 마찰 모델을 이용하여 프리슬라이딩 영역에서의 정밀한 위치제어 실험을 수행하였다. 실험을 위해 명령위치 입력은 프리슬라이딩 영역에서 최대 $7\ \mu\text{m}$ 진폭과 0.5rad/sec 의 주파수를 갖는 가변 진폭 사인파를 인가하였다. Fig. 13에는 PID 제어만을 수행한 경우와 동일한 계인을 갖는 PID 제어기에 마찰 피드포워드 보상을 결합한 경우에 대한 위치 응답이다. 그리고, Fig. 14는 그때 발생한 추종오차를 나타내었다. 결과에서와 같이 PID 제어기만을 사용한 경우에 비해 제안한 마찰 제어가 최대오차 7% 이내인 $0.5\ \mu\text{m}$ 이하로 감소하는 우수한 명령추종 성능을 보이고 있음을 알 수 있다.

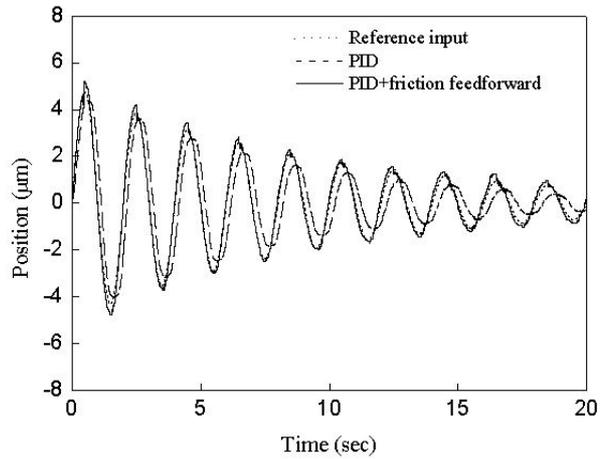


Fig. 13 Reference input and responses of PID and PID+feedforward control systems

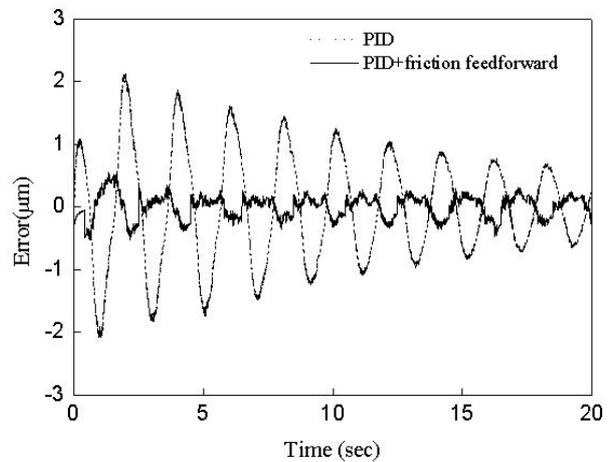


Fig. 14 Position tracking errors for PID and PID+feedforward control systems

4. 결론

정밀 위치 제어시스템을 구축하기 위하여 기존의 LuGre 마찰모델식을 프리슬라이딩 영역에서의 마찰 거동을 묘사할 수 있는 개선된 마찰 모델식을 제안하였다. 제안된 마찰 모델식은 프리슬라이딩 영역에서 발생하는 난로칼 메모리 현상을 Preisach 모델식을 이용하여 묘사하였고, 슬라이딩 영역에서 발생하는 스틱마찰, 쿨롱마찰, 점성마찰 등의 일반적으로 알려진 마찰 거동 또한 잘 묘사하도록 개선하였다. 그리고 실험을 통해 제안된 마찰 모델식이 μm 단위의 정밀 위치 서보 시스템에서 우수한 성능을 보이는 것일 확인할 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단에서 지원하는 목적 기초연구 지역대학 우수과학자 지원연구 사업(과제 번호 R05-2002-000-00845-0)에 의하여 수행하였음.

참고문헌

- (1) P. Dahl, 1968, "A Solid Friction Model," The Aerospace Corporation, Rep. AFO4695-67-C-D1588, pp. 3107~3118.
- (2) B. Armstrong, P. Dupont, and C. Canudas, 1994, "A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction," *Automatica*, Vol. 30, No. 7, pp. 1083~1138.
- (3) C. Canudas, H. Olsson, K. Astrom, 1995, and P. Lischinsky, "A new Model for Control of Systems with friction," *IEEE Trans. A. C.*, Vol. 40, pp. 419~425.
- (4) I. D. Mayergoyz, 1991, *Mathematical Models of Hysteresis*, Springer-verlag.
- (5) B. A. Awabdy, W. C. Shih, and D. M. Auslander, 1998, "Nanometer Positioning of Linear Motion Stage Under Static Loads," *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, Vol. 3, No. 2, pp. 113~119.