# 볼엔드밀 가공면의 기하학적 특징선 해석

정태성[*] · 최인휴[**] · 양민양[***]

# Analysis of the Characteristic Lines on Geometrical Texture by Ball end Milling

Taesung Jung, Inhugh Choi and Minyang Yang

**Key Words :** Geometrical machining error (기하학적 가공 오차), Cut remainder (잔여 절삭), Surface roughness (표면조도), Characteristic line (특징선), Ball end mill (볼엔드밀)

**Abstract**

An adequate method for the prediction of machining errors is essential to improve productivity and product quality. But it is known that there is a remarkable difference between values calculated by conventional roughness model and measured values of actual machined surfaces under high efficient cutting condition. This paper introduces the theoretical analysis of characteristic lines of cut remainder to evaluate a geometrical surface roughness accurately. In this study, analytic equations of the characteristic lines are derived from the surface generation mechanism of ball end milling considering the actual trochoidal trajectories of cutting edges. The predicted results are compared with the results of conventional roughness model.

기호설명

$R$ : 공구 반경 (mm)
$r$ : 공구 인선 반경 (mm)
$f_p$ 경로 간격 (mm)
$f_t$ : 날당 이송 (mm/tooth)
$\theta$: 공구 회전각 (rad)
$C_1, C_2$ : 공구 인선
$\Phi_1, \Phi_2$ : 인선 궤적
$\psi_C, \psi_R, \psi_L, \psi_V$ : 잔여절삭의 특징선
$r_{eff}$: 유효 인선 반경 (mm)
$H_{max}$ : 최대 표면 거칠기 (mm)

## 1. 서 론

일반적으로 밀링 가공면의 형상 오차는 커터마크(cutter mark), 커습(cusp) 높이와 같은 기하학적 오차와 절삭력에 의한 공구의 휨, 열적 변형, 칩 배출, 채터(chatter), 러빙(rubbing) 등으로 인해 발생되는 오차가 있다. 이 중 기하학적 오차는 경로 생성과 가공 조건 선정을 위한 기준이 되므로 그에 대한 정밀한 해석이 요구된다.

Miyazawa 는 볼엔드밀 가공에서 커터마크 높이의 영향을 고려하여 기하학적 표면 거칠기를 예측할 수 있는 방법에 대하여 연구하였다.(1) Chu 는 공구의 형상 모델을 확장하고 일반적인 엔드밀 가공의 기하학적 오차 계산법을 제시하였다. 또한, 커습 높이와 커터마크 높이의 중첩을 통하여 최종 가공면의 형상을 예측하였으며, 공구 편심(run out)이 가공면에 미치는 영향에 대하여 고찰하였다.(2,3) 고이송 가공에서의 정밀한 표면조도 예측을 위하여 Koreta 는 트로코이드(trochoid) 공구 인선 궤적을 고려하였으며, Z-map 을 이용한 가공 시뮬레이션을 통해 가공될 표면을 예측하고, 이를 바탕으로 표면 품위를 개선할 수 있는 가공 조건을 도출하였다.(4) 그러나, Z-map 을 이용한 시뮬레이션은 공구의 크기, 경로 간격, 이송 속도, 공구의 기울임 등 다양한 가공 조건에서 표면 거칠기를 예측

* 한국과학기술원 기계공학과 대학원
E-mail : larry@kaist.ac.kr
TEL : (042)869-3264 FAX : (042)869-3210
** 한국과학기술원 기계공학과 대학원
*** 한국과학기술원 기계공학과

하고자 할 때 효율적이지 못하다.

본 연구는 볼엔드밀 가공에서의 기하학적 가공 오차를 효율적이고 정밀하게 예측하기 위한 것이다. 본 논문에서는 잔여 절삭(cut remainder)을 대표하는 특징선(characteristic line)들을 능선(ridge)으로 정의하였고, 볼엔드밀 가공의 표면 창성 원리 원리로부터 이들의 지배 방정식을 해석적으로 구하였다.

## 2. 볼엔드밀 가공면의 예측

### 2.1 구면 근사 모델

Fig. 1 은 가공 조건에 따라 예측되는 볼엔드밀 가면의 형상을 보여 준다. 기존의 정삭 가공에서 공구의 이송 속도는 경로 간격에 비하여 월등이 낮은 영역에서 선정되었으므로, 가공물의 표면 거칠기는 Fig. 1(a)와 같이 커습 높이에 의해 지배되었다. 그러나, 최근 들어 가공의 효율성을 높이기 위한 가공 조건들이 쓰이기 시작하면서 Fig. 1(b)에서 보는 바와 같이 커터마크에 의한 영향을 무시할 수 없게 되었다.

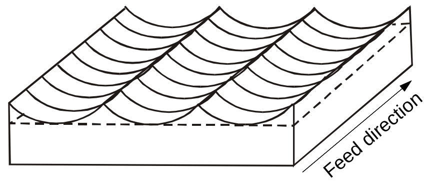
구면 근사 모델은 인선의 궤적면(envelop of cutting edge)을 반구로 가정하고 가공면의 잔여 절삭을 날당 이송 $f_t$ 와 경로 간격 $f_p$ 만큼 떨어진 구형 가공면이 중첩(superposition) 된 것으로 예측하였다. 또한, 자유 곡면 가공에서 최대 가공 오차는 식 (1)과 같이 커습 높이와 커터마크 높이의 합으로 계산된다.

$$H_{\max} = H_{\max,cusp} + H_{\max,cuttermark} = \frac{f_p^{\,2}}{8R}\left(1-\frac{R}{\rho_p + R}\right) + \frac{f_t^{\,2}}{8R}\left(1-\frac{R}{\rho_f + R}\right) \tag{1}$$

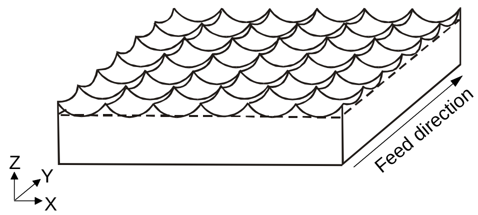
Fig. 1(c)는 최대 표면 거칠기를 결정하는 잔여 절삭의 특징선을 나타내며, 본 연구에서는 이를 능선(ridge)이라 한다.

구면 근사 모델에서 능선은 반경이 $R'$인 원의 일부이며 공구축과 이송 방향 벡터를 포함하는 평면에 대하여 대칭이다. 따라서, 공구 중심점으로부터의 거리가 $X_d$ 인 지점의 잔여 절삭 높이 $H$ 는 다음 식 (2.b)로 표현되며, 구면 근사 모델에서 유효 인선 반경과 능선 궤적 $\psi_C$ 는 식 (2.c)와 식 (2.d)로 쓸 수 있다.

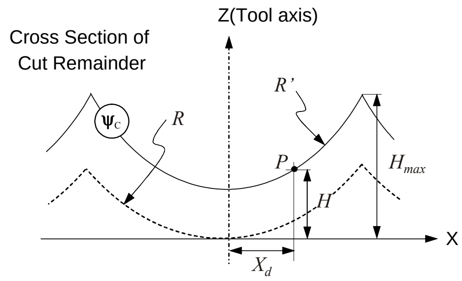
$$R' = \sqrt{R^2 - \left(\frac{f_t}{2}\right)^2} \tag{2.a}$$




(a) conventional machining condition




(b) high efficient machining condition




(c) Characteristic line of cut remainder(Ridge)

**Fig. 1** Prediction of machined surface by sphere tool approximation model

$$H = (R - R') + \left(R' - \sqrt{R'^2 - (X_d)^2}\right) = R - \sqrt{R^2 - r_{eff}^{\,2}} \tag{2.b}$$

$$r_{eff} = \frac{f_t}{2}\sqrt{1-\left(\frac{2X_d}{f_t}\right)^2} \tag{2.c}$$

$$\psi_C = \begin{bmatrix} \pm X_d \\ \frac{f_t}{2}(2n-1) \\ R - \sqrt{R^2 - r_{eff}^{\,2}} \end{bmatrix} \tag{2.d}$$

### 2.2 원판 근사 모델

구면 근사 모델은 볼엔드밀 가공면의 기하학적 형상 오차를 예측하기 위하여 전통적으로 사용되어 온 방법으로 최대 표면 거칠기를 매우 간단하게 계산할 수 있다. 그러나, 점차 공구의 이송 속도가 고속화됨에 따라 실제 가공을 잘 반영하지 못하게 되었으며, 이러한 문제를 해결하기 위하여 많은 연구에서 원판 근사법 모델이 사용되었

다.[4~7]

원판 근사 모델은 Fig. 2(a)에서와 같이 공구 인선의 회전 운동과 병진 운동을 동시에 고려한 해석 방법으로 정밀한 절삭력 예측을 위해 많이 사용되었다. Fig. 2(a)로부터 인선의 반경이 $r$ 인 점 $P$ 의 이동 궤적은 다음 식 (3)으로 표현되며, 수학적으로 트로코이드(Trochoid) 곡선이 된다. 여기서 첨자 $i$ 는 공구 인선 $C_1$, $C_2$를 나타낸다.

$$\boldsymbol{\Phi}_i(\theta)=\begin{pmatrix} r\cos(\theta-(i-1)\pi) \\ -r\sin(\theta-(i-1)\pi) \\ R-\sqrt{R^2-r^2} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 \\ f_t\dfrac{\theta}{\pi} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (3)$$

Fig. 2(b)는 원판 근사 모델을 이용하여 공구 반경 5mm, 날당 이송 0.5mm/tooth, 경로 간격 0.5mm 인 조건에서의 가공면을 예측한 그림이다. 앞서 구면 근사 모델에 의한 가공면의 예측과 비교하면 원판 근사 모델과 기존의 예측법이 확연히 다른 것을 알 수 있다. 또한, 시뮬레이션을 통해 얻은 최대 표면 거칠기는 약 25μmm 로 식 (1)에 의하여 계산된 최대 표면 거칠기 12.5μmm 와 2 배 이상의 차이를 보였다.

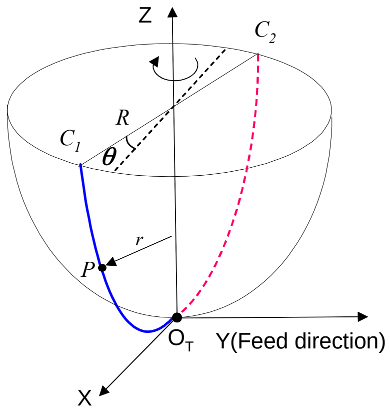
원판 근사 모델을 이용하면 구면 근사 모델 에 비하여 가공면의 형상(texture)을 보다 정밀하게 예측할 수 있다. 일반적으로 가공면의 형상 오차는 최대 표면 거칠기로 표현되며 기존의 원판 근사 모델에서는 이를 시뮬레이션을 통하여 구하였으나, 본 연구에서는 가공면의 특징선을 분석함으로써 이를 해석적으로 구하고자 한다.

## 3. 능선 궤적

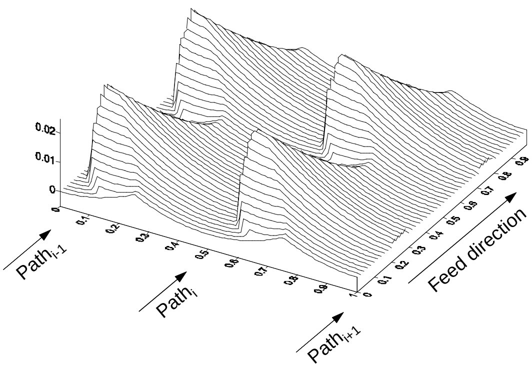
### 3.1 볼엔드밀 가공의 표면 창성원리

밀링 가공면의 최종 형상은 인접한 단위 이송 경로에서 생긴 가공면의 중첩이다. 따라서, 최종 가공면의 잔여 절삭량을 예측하기 위해서는 하나의 가공 경로에서 생긴 가공면의 형상부터 이해할 필요가 있다.

Fig. 3 은 단일 경로에 의한 가공면의 잔여 절삭과 가공면의 특징선을 보여 준다. 기존의 구면 근사법에서는 잔여 절삭을 나타내는 특징선을 최대 잔여 절삭 단면에 존재하는 원호로 가정하였으나, 원판 근사 모델에서의 특징선은 $\psi_L$, $\psi_R$, $\psi_V$ 의 세 가지로 구분할 수 있다. 본 연구에서는 이들의 생성 위치와 원리로부터 각각을 '왼쪽 능선', '오른쪽 능선', '임계속도 능선' 이라 정의하였다. Fig. 4 와 Table 1 은 공구의 중심 위치와 인선의 회전에 따라 가공면이 창성되는 순서를 정리한 것이다.




(a) Disk tool approximation model




(b) Predicted machined surface topology by simulation

**Fig. 2** Analysis of ball end milling process by disk tool approximation model

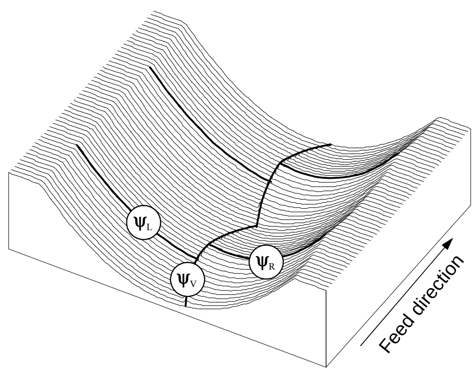



**Fig. 3** Characteristic lines of cut remainder

### 3.2 능선 궤적의 수학적 유도

#### 3.2.1 왼쪽 능선($\psi_L$)

특징선 $\psi_{L,1}$ 은 공구의 중심이 $E_0$ 으로부터 $E_1$ 까지 이동하면서 인선 $C_2$에 의하여 가공된 면 $LS_1$과 공구 중심이 $E_1$ 으로부터 $E_2$ 까지 이동하면서 인선 $C_1$에 의하여 가공된 면 $LS_2$의 교선이다.

따라서, 특징선 '왼쪽 능선' 이 생성되는 원리를

도식화 하면 Fig. 5(a)과 같으며, 이로부터 다음과 같은 수학적 조건으로 유도할 수 있다. 왼쪽 능선 위의 임의의 한 점 $P$ 에 대하여 식 (4.a)를 만족하므로,

$$r_{eff} = r_1 = r_2 \quad (\because Z_1 = Z_2)$$
$$\phi_L = \phi_1 = \phi_2 \quad (\because X_1 = X_2) \tag{4.a}$$

점 $P$ 에서의 유효 인선 반경 $r_{eff}$ 는 다음 식 (4.b)로 계산된다. 따라서, '왼쪽 능선' 의 궤적은 은 식 (4.c)와 같이 $\phi_L$ 의 매개 변수식으로 표현된다.

$$r_{eff} = \frac{\Delta}{2}\sec\phi = f_t\left(\frac{\phi_L}{\pi}\right)\sec\phi_L \tag{4.b}$$

$$\boldsymbol{\psi}_L = \begin{bmatrix} -f_t\left(\frac{\phi_L}{\pi}\right)\tan\phi_L \\ \frac{f_t}{2}(2n-1) \\ R-\sqrt{R^2-\left(f_t\left(\frac{\phi_L}{\pi}\right)\sec\phi_L\right)^2} \end{bmatrix} \tag{4.c}$$

### 3.2.2 오른쪽 능선($\psi_R$)

특징선 $\psi_{R,1}$ 은 가공면 $RS_1$ 과 가공면 $RS_2$ 의 교선이다. 따라서, 앞서의 경우와 마찬가지로 Fig. 5(b)와 같은 창성 원리로부터 특징선 '오른쪽 능선' 의 유효 절삭 반경과 궤적은 각각 식 (5.a)와 식 (5.b)로 유도할 수 있다.

$$r_{eff} = \frac{\Delta}{2}\sec\phi = f_t\left(1-\frac{\phi_R}{\pi}\right)\sec\phi_R \tag{5.a}$$

$$\boldsymbol{\psi}_R = \begin{bmatrix} f_t\left(1-\frac{\phi_R}{\pi}\right)\tan\phi_R \\ \frac{f_t}{2}(2n-1) \\ R-\sqrt{R^2-\left(f_t\left(1-\frac{\phi_R}{\pi}\right)\sec\phi_R\right)^2} \end{bmatrix} \tag{5.b}$$

### 3.2.3 임계속도 능선($\psi_V$)

특징선 $\psi_V$ 는 공구의 이송 속도가 인선의 회전에 의한 속도 보다 빠른 경우에 발생하게 되는 되며, 아래쪽 임계속도 능선 $\psi_{V,IL}$ 은 공구의 중심이 $E_{-1}$ 로부터 $E_0$ 까지 이동하면서 인선 $C_1$ 에 의하여 가공된 면 $RS_1$ 과 공구 중심이 $E_0$ 로부터 $E_1$ 까지 이동하면서 회전한 인선 $C_1$ 의 교선이다.

Fig. 5(c)로부터, 능선 상의 한 점 $P$ 에서 식 (6.a)를 만족하다.

$$r_1\sin\phi_V = r_2\cos\theta_V \quad (\because X_1 = X_2)$$
$$r_1\cos\phi_V + f_t\left(\frac{\phi_V}{\pi}-\frac{1}{2}\right) = -r_2\sin\theta_V + f_t\left(\frac{\theta_V}{\pi}\right) \quad (\because Y_1 = Y_2) \tag{6.a}$$

또한, 점 $P$ 에서 인선 $C_1$ 을 포함하는 평면과 능선이 접하므로, 유효 절삭 반경은 식 (6.b)로 계산된다. 식 (6.a)와 식 (6.b)로부터 $\phi_V$와 $\theta_V$ 의 관계는 식 (6.c)로 정리되며 이를 수치 해석적으로 풀어 해를 구할 수 있다. 따라서, 아래쪽 임계속도 능선의 궤적식은 식 (6.d)로 정리된다.

$$\frac{\partial Y/\partial\theta_V}{\partial X/\partial\theta_V} = \frac{-r_2\cos\theta_V + \frac{f_t}{\pi}}{-r_2\sin\theta_V} = -\tan\theta_V$$
$$\therefore r_2 = \frac{f_t}{\pi}\cos\theta_V$$
$$r_{eff} = r_1 = \frac{f_t}{\pi}\frac{\cos^2\theta_V}{\sin\phi_V} \tag{6.b}$$

$$\phi_V - \theta_V + \cos^2\theta_V\cot\phi_V + \sin\theta_V\cos\theta_V = \frac{\pi}{2} \tag{6.c}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{V,L} = \begin{bmatrix} \frac{f_t}{\pi}\cos^2\theta_V \\ \frac{f_t}{\pi}(\theta_V - \sin\theta_V\cos\theta_V) \\ R-\sqrt{R^2-\left(\frac{f_t}{\pi}\cos^2\theta_V\csc\phi_V\right)^2} \end{bmatrix} \tag{6.d}$$

식 (6.b)으로부터 임계속도 능선은 공구 인선의 반경이 $f_t/\pi$ 보다 작은 공구 정점 부근의 인선들에 의해 만들어 지는 것을 알 수 있다. 또한, 위쪽 임계속도 능선 $\psi_{V,U}$ 는 $\psi_{V,L}$ 와 기하학적 대칭을 이루므로 다음 식 (6.e)로 표현된다.

$$\boldsymbol{\psi}_{V,U} = \begin{bmatrix} \frac{f_t}{\pi}\cos^2\theta_V \\ f_t - \frac{f_t}{\pi}(\theta_V - \sin\theta_V\cos\theta_V) \\ R-\sqrt{R^2-\left(\frac{f_t}{\pi}\cos^2\theta_V\csc\phi_V\right)^2} \end{bmatrix} \tag{6.e}$$

## 4. 예측 결과 및 고찰

Fig. 6(a)는 공구 반경이 5mm 이고, 날당 이송 0.5mm/tooth 인 경우에 예측된 잔여 절삭의 능선을 보여 주고 있으며, Fig. 6(b)는 시뮬레이션을 통해 얻은 결과와 이송 방향으로의 단면 형상을 비교

한 것이다.

**Table 1** Sequence of the surface generation

| Rotation angle ($\theta$) | Tool center position | $C_1$ | $C_2$ |
|---|---|---|---|
| [$-\pi/2 \sim 0$] | [$E_{-1} \sim E_0$] | Generate machined surface $RS_1$ | |
| [$0 \sim \pi/2$] | [$E_0 \sim E_1$] | Generate ridge $\psi_{V,1L}$ | Generate machined surface $LS_1$ |
| [$\pi/2 \sim \pi$] | [$E_1 \sim E_2$] | Generate machined surface $LS_2$<br>Generate ridge $\psi_{L,1}$ | Generate machined surface $RS_3$<br>Generate ridge $\psi_{V,1U}$ |
| [$\pi \sim 3\pi/2$] | [$E_2 \sim E_3$] | Generate machined surface $LS_3$ | Generate machined surface $RS_2$<br>Generate ridge $\psi_{V,2L}$, $\psi_{R,1}$ |
| [$3\pi/2 \sim 2\pi$] | [$E_3 \sim E_4$] | Generate ridge $\psi_{V,2U}$ | Generate machined surface $LS_4$<br>Generate ridge $\psi_{L,2}$ |
| [$2\pi \sim 5\pi/2$] | [$E_4 \sim E_5$] | Generate machined surface $RS_4$<br>Generate ridge $\psi_{R,2}$ | |

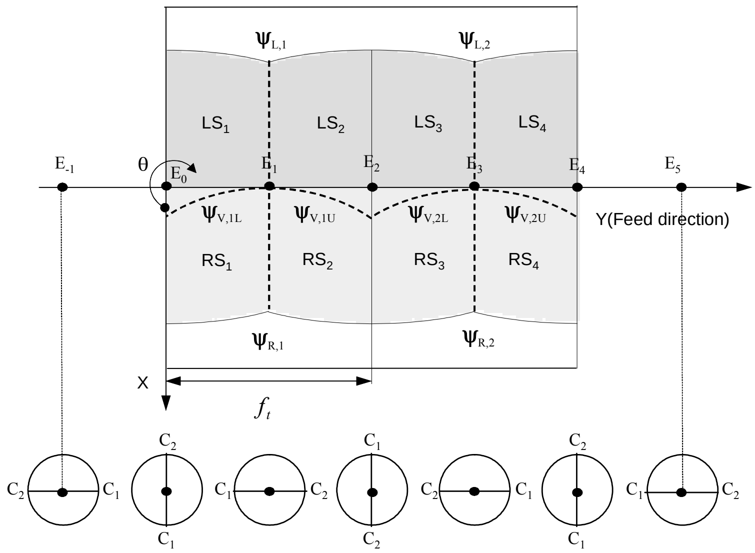



**Fig. 4** Surface generation mechanism of ball end milling (top view)

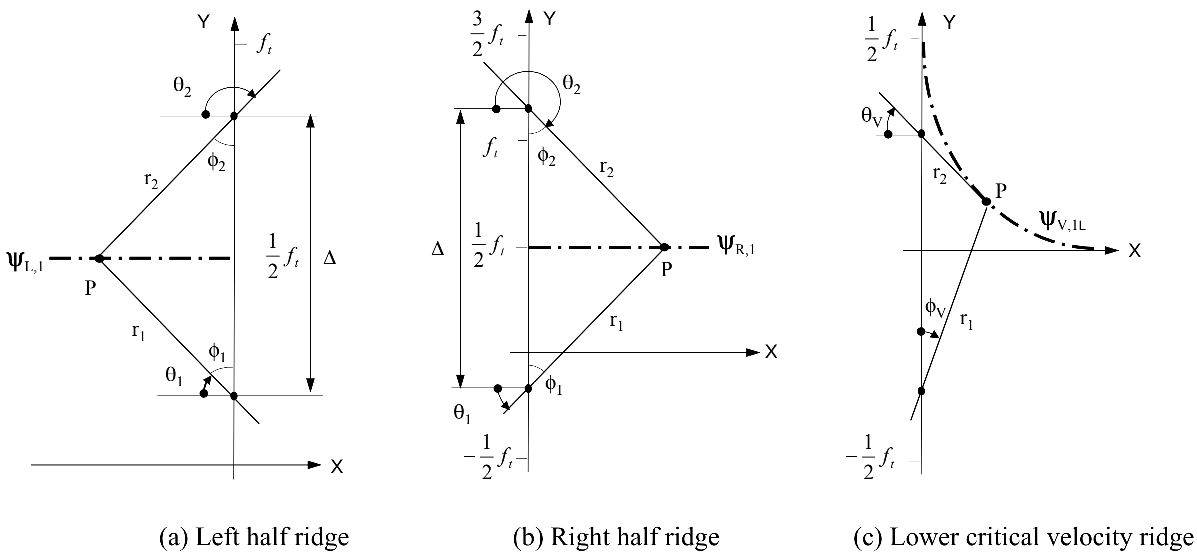
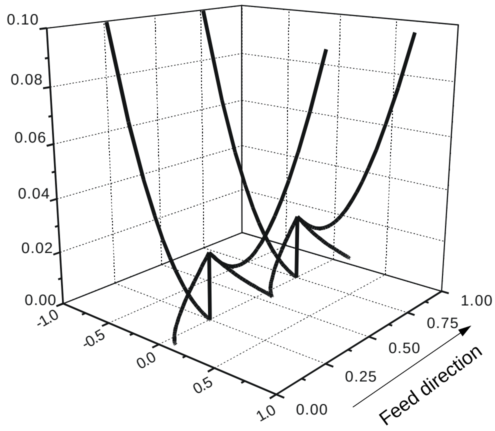
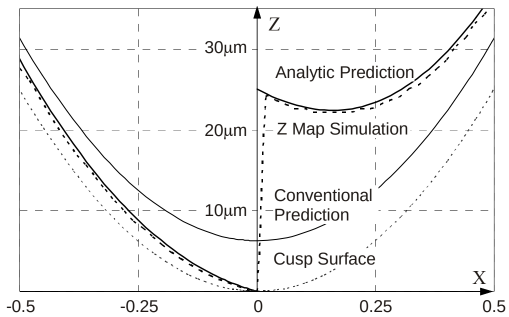



**Fig. 5** Schematic diagram of generation mechanism of Ridges(top view)




(a) Reconstruction of the ridges of cut remainder




(b) Section of cut remainder

**Fig. 6** Prediction of ridges by proposed method

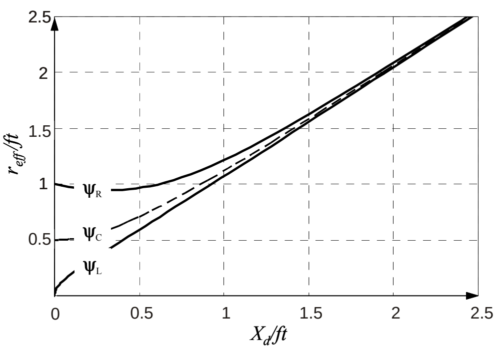



**Fig. 7** Comparison of effective radius

Fig. 7 는 공구 중심으로부터 거리 $X_d$ 와 능선을 형성하는 유효 인선 반경 $r_{eff}$ 을 표시한 것으로, 본 논문에서 제시한 능선법으로 계산한 것과 기존의 방법에 의해 계산된 결과를 보여준다.

그림에서 보는 바와 같이 중심으로부터의 거리 $X_d$ 와 이송 속도 $f_t$ 의 비가 커질수록 두 예측법이 결과가 일치한다는 것을 알 수 있다. 따라서, 이송 속도가 경로 간격에 비해 상대적으로 작으면 가공면의 최대 표면 조도를 기존의 예측법으로 계산할 수 있으나, 근래에 금형 가공에서 주로 사용되는 주로 사용되는 고효율 가공 조건에서는 구면 근사법으로 가공 오차를 예측하기 어렵다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 볼엔드밀 가공의 기하학적 오차를 예측할 수 있는 새로운 방법을 제시하였다. 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 볼엔드밀 가공의 표면 창성 원리로부터 가공면의 표면 거칠기를 결정하는 잔여 절삭의 특징선을 수학적으로 유도하였다.

(2) 해석된 결과로부터 볼엔드밀 가공에서 이송 방향의 오른쪽에 더 많은 잔여 절삭이 생기는 것을 알 수 있다. 따라서, 볼엔드밀 가공면의 능선은 대칭이 되지 않는다.

(3) 공구의 이송 속도와 경로 간격에 따른 유효 인선 반경의 비교를 통해 제시한 방법이 기존의 예측 모델에 비해 다양한 가공 조건에서 가공 오차를 정밀하게 예측할 수 있음을 보였다.

## 참고문헌

(1) Miyazawa, S., and Takada, K., 1981, “Micro Milling of Three-dimensional Surface,” Journal of Japan Society for Precision and Engineering, Vol. 47, No. 2, pp. 94-99 (in Japanese).

(2) Kim, B. H., and Chu, C. N., 1994, “Effect of cutter mark on surface roughness and scallop height in sculptured surface machining,” Computer-Aided Design, Vol. 26, No. 3, pp. 179-188.

(3) Kim, B. H., and Chu, C. N., 1999, “Texture Prediction of milled surface using texture superposition method,” Computer-Aided Design, Vol. 31, No. 3, pp. 485-484.

(4) Koreta, N., Egawa, T., et al., 1993, “Analysis of surface roughness generation by ball endmill machining,” Journal of Japan Society for Precision and Engineering, Vol. 59, No. 9, pp. 129-134 (in Japanese).

(5) Naito, K., Ogo, K., Konaga, T., Abe, et al., 1994, “Development of ball end milling for fine high-efficiency finishing,” International Journal of Japan Society for Precision and Engineering, Vol. 28, No. 2, pp. 105-110.

(6) Elbestawi, M. A., Ismail, F., and Yuen, K. M., 1994, “Surface topology characterization in finish milling,” International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 34, No. 2, pp. 245-255.

(7) Ikua, B.,W., Tanaka, H., et al., 2001, “Prediction of cutting forces and machining error in ball end milling of curved surface-I theoretical analysis,” Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, Vol. 25, No. 4, pp. 266-273.