

Randomized Hough 변환을 이용한 타원형 액적의 형상 검출

추 연준*, 강 보선†

Shape Detection of Ellipsoidal Droplets Using Randomized Hough Transform

Yeon-Jun Choo and Bo-Seon Kang

Key Words: Randomized Hough Transform(무작위 하프 변환), Image Processing(영상 해석)
Ellipsoidal Liquid Droplets(타원형 액적), Shape Detection(형상 검출).

Abstract

In this study, the image processing program for deducing parameters of the elliptic shape of the partially overlapped liquid droplets was developed using the randomized Hough transform and the parameter decomposition. The procedure for the shape detection consists of three steps. For the first step, the candidate centers of ellipses are determined by the geometric property of the ellipse. Next, the rest parameters are estimated by the randomized Hough transform. In the final step for the post-processing, optimally approximated parameters of ellipses are determined. The developed program was applied to the simulated overlapped ellipses, real overlapped droplets, and real spray droplets. The shape detection was very excellent unless there existed inherent problems in original images. Moreover, this method can be used as an effective separating method for the overlapped small particles.

기호설명

a, b : 타원의 장축과 단축의 길이

$H(n_1, n_2, \dots)$: Hough 공간

$I(x, y)$: 영상 공간

I_{sub} : 보조 영상

n, N : Hough 공간의 차원과 해상도

$O(x_o, y_o)$: 타원 중심 좌표

θ : 타원의 회전각

1. 서론

미립화 기구에 의해 형성되는 분무, 이상 유동,

입자의 제조 및 화학 공정, 대기 오염 등의 다양한 분야에서 입자(particle, powder, droplet, etc.)의 크기, 속도 및 공간 분포, 밀집도, 개별 입자들의 형상 등과 같은 특성은 매우 중요하다. 따라서, 이러한 특성을 계측하기 위한 다양한 방법들이 제안, 이용되고 있으며, 기계적인 입자 포집법부터, 근래에는 레이저에 의한 입자의 산란을 이용한 광학적 방법이 많이 이용되고 있다. 입자의 산란을 이용한 광학적 계측법은, 비접촉식이며, 많은 양의 샘플링을 할 수 있는 장점이 있는 반면, 시스템 구성에 많은 비용이 들고, 측정 영역의 가시화가 되지 않는 등의 단점이 있다. 이에 비해, 입자 이미지를 획득, 해석함으로써 입자군의 특성을 파악하는 입자 이미지 기법은, 시스템 구성이 간단하고 비용이 저렴하며, 측정 영역의 가시화가 가능하여 측정자의 직관성을 높일 수 있어, 비교적 정확한 측정을 가능하게 한다. 또한, 최근에는 고성능의 CCD 카메라와 프로세서의 개발로 인하여, 영상 처리 관련 분야의 적용 범위와 효율성이 매우 높아지고 있다.

† 회원, 전남대학교 기계시스템공학부

E-mail : bskang@chonnam.ac.kr

TEL : (062)530-1683 FAX : (062)530-1689

*회원, 전남대학교 대학원 기계공학과

이미지를 이용한 입자의 입경 측정과 관련된 연구는 이미지 처리 분야 중에서도 형상 인식과 밀접한 관계가 있다. 이와 관련된 연구로서, Kim 등⁽¹⁾은 입자 영상을 분석하여 원형의 경우 외심을 이용한 입자의 중심과 반경을 계산하였고, 중복 입자의 경우 최소 블록다각형을 이용하여 중복 입자를 분리하였으며, 비원형 타원체 계산 기법을 개발하였다. 또한 Kim 등⁽²⁾은 원에 대한 Hough 변환을 이용하여, TEM에 의해 획득된 아주 작은 원형 입자의 형상을 인식하였다.

본 연구에서는 미립화 기구에 의해 발생하는 액적의 크기 측정 및 중복 입자의 분리를 위한 형상 인식에 목표를 두었다. 실제 노즐에서 분사되는 작은 액적들은 타원에 가깝다고 볼 수 있으며, 액적의 크기가 작아질수록 유체의 표면장력에 의하여 원형에 가까워진다. 원은 장축과 단축이 같은 타원으로 간주할 수 있기 때문에, 넓은 범위의 크기 분포를 가지고 있는 분무 액적들의 형상을 인식하기 위해서는, 타원으로 접근하는 것이 더 타당하다. 따라서 본 연구에서는, 비교적 크기가 매우 작은 분무 액적의 영상을 해석할 경우, 유용하게 사용될 수 있도록, 3 단계의 Randomized Hough 변환을 이용하여, 개별 입자들의 형상을 결정하고, 중첩된 입자들을 분리할 수 있는 이미지 처리 프로그램을 개발하였다.

2. Randomized Hough 변환

이미지에 존재하는 패턴(직선, 곡선, 원, 타원 등)을 인식할 수 있는 Hough 변환은, 1960년대부터 이미지 처리의 형상 인식 분야에서 널리 이용되어 왔다.⁽³⁾ Hough 변환은 인식하고자 하는 형상을 표현하는 수학적 식에 사용되는 파라미터들을 구하기 위해, 영상 공간($I(x, y)$)에서 패턴을 형성하는 화소들을 파라미터 공간 또는 Hough 공간($H(n)$)으로 변환하여, 분석함으로써 가장 적합한 파라미터들을 추정하게 되며, 이러한 매개 변수 변환을 Hough 변환이라고 한다. 여기서 n 은 결정되어야 할 파라미터의 개수이며 동시에 Hough 공간의 차원이 된다. 또한, Hough 공간은 누적 배열(accumulated array)로 표현된다. 즉, 영상 공간에서 검출하고자 하는 형상의 모든 화소들, 형상 표현식에 의한 변환을 통해서 매개 변수 좌표를 나타내는 누적배열의 요소로 좌표

변환을 하게 되고, 개개의 화소가 변환되는 과정에서 누적 배열 요소들의 누적값은 증가($H(n_1, n_2, \dots) = H(n_1, n_2, \dots) + 1$)하게 된다. Hough 공간의 한 변수의 전체 범위를 N 등분했을 때, 그 변수의 해상도는 N 이라고 정의하며, 이는 계산에 필요한 저장 공간이나 계산 시간을 좌우하기 때문에 매우 중요한 요소가 된다. 즉, Hough 공간의 차원이 n 이고 각 변수의 해상도가 N 이면, 누적 배열의 크기는 N^n 이 되기 때문에, 매개 변수의 정확도를 높이기 위하여 해상도 N 을 무조건 높게 할 수는 없게 된다.

Hough 변환의 간단한 예로써, 직선 패턴 인식을 생각해보자. 극좌표계에서 임의의 직선을 표현하는 식은, 파라미터 p 와 ϕ 를 사용하여

$$p = x \cos \phi + y \sin \phi \quad (1)$$

로 표현되며, x, y 는 영상 공간에서 화소들의 좌표값, p 는 원점에서 직선까지의 수직 거리, ϕ 는 직선 p 와 x 축이 이루는 각이다(Fig. 1a 참조). 만약 $p=41$ 이고 $\phi=31^\circ$ 인 직선에 대해서, Hough 변환으로 구해진 누적 배열은 Fig. 1(b)와 같다. 즉, 누적 배열의 요소 중에서 가장 크기가 큰 피크가 존재하는 위치의 좌표값이, 구하고자 하는 직선 관련 파라미터 p 와 ϕ 의 값이 된다. 이같은 표준 Hough 변환은, 형상에 기여하는 영상 공간의 모든 화소를 고려하기 때문에, 많은 메모리와 상당한 계산 시간을 요구한다. 타원의 경우에는 파라미터가 장축, 단축의 길이, 장축의 회전각,

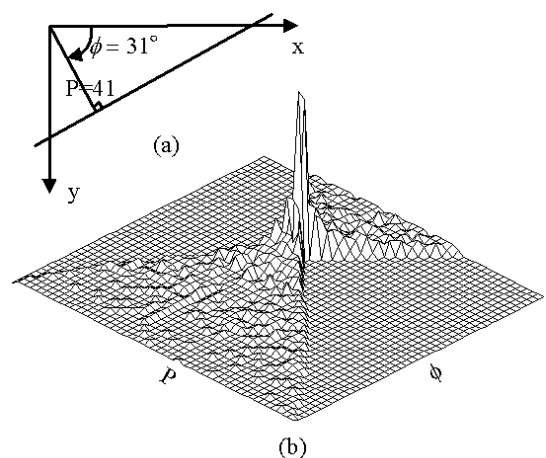


Fig. 1 Principle of Hough transform; (a) a line with $p=41$, $\phi=31^\circ$ (b) accumulator by the Hough transform.

중심 좌표, 총 5 개이기 때문에 누적 배열이 5 차원이며, N^5 의 저장 공간이 필요하여, 직선의 N^2 , 원의 N^3 에 비해 상당히 큰 저장 공간을 요구하게 된다. 이러한 단점을 보완하는 Randomized Hough 변환은, 모든 화소들을 고려하는 대신에 계산상의 오차를 일으키지 않을 만큼의 화소를 무작위로 추출하여 계산하게 된다. 타원의 경우는 형상을 표현하는 화소들 중에서, 최소한 5 개의 화소를 무작위로 추출하여 파라미터 공간으로 변환시킨다.⁽⁴⁻⁶⁾

3. 타원 인식 Hough 변환 알고리즘

Fig. 2(a)에 나타내었듯이, 타원은 5 개의 파라미터가 필요하다; a 와 b 는 장축과 단축의 길이, θ 는 장축이 x 축과 이루는 각, $O(x_o, y_o)$ 는 타원의 중심 좌표이다. 일반적인 타원의 식은, 식 (2) 즉 좌표계, (3) 직각 좌표계와 같다.

$$x^2 + Ay^2 + 2Bxy + 2Cx + 2Dy + E = 0 \quad (2)$$

$$\frac{r^2 \cos^2(\theta - \phi)}{a^2} + \frac{r^2 \sin^2(\theta - \phi)}{b^2} = 1 \quad (3)$$

여기서, r 과 ϕ 는 극좌표 변환 변수이다.

$$r = \sqrt{(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2} \quad (4)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{(y - y_o)}{(x - x_o)}$$

직각 좌표계의 파라미터 C 와 D 는 타원의 중심 $O(x_o, y_o)$ 와, B 는 회전각 θ 와 관계가 된다.

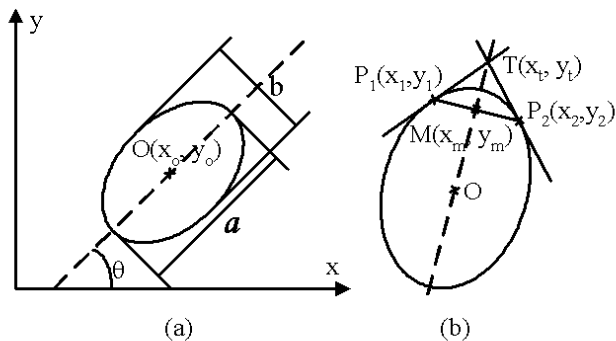


Fig. 2 Ellipse anatomy; (a) five parameters, (b) ellipsoidal geometric property to find the center.

타원을 위한 5 개의 파라미터를 모두 구하기 위해서는, Hough 공간의 누적 배열이 5 차원이 되어야 하며, 5 차원의 공간을 수치적으로 해석하기는 현실적으로 상당히 힘들다. 이러한 문제를 해결하기 위한 다양한 방법들이 제시되었으며, 본 연구에서는 파라미터 분할법(parameter decomposition)을 이용하였다.⁽⁶⁻⁸⁾ 즉, 타원의 기하학적 특성을 이용하여 중심 좌표를 결정하면, 5 개의 파라미터가 3 개로 줄어들게 되고, 3 차원의 누적 배열만을 사용하여 나머지 파라미터들을 구하게 된다.

3.1 타원 중심 좌표의 결정

타원의 중심 좌표를 결정하는 방법을 Fig. 2 (b)에 나타내었다. 즉, 타원 위의 임의의 두 점 P_1, P_2 에서의 접선이 만나는 점(T)과 선분 $\overline{P_1 P_2}$ 의 중점 M 을 통과하는 선분 \overline{TM} 은 타원의 중심을 지난다는 타원의 기하학적 특성을 이용한다.^(6,7)

우선, 타원 위에 존재하는 임의의 두 화소를 선택하기 위하여, 몇 가지 제한 조건을 설정하고, 이 조건을 만족하는 두 개의 화소를 임의로 택한 화소 조합을 구성한다. 임의의 두 점에서의 접선 기울기는 Soble 필터에 의한 경계 화소의 방향을 이용하였다. 이렇게 구해진 두 점에서의 기울기를 s_1, s_2 라 하면, 점 $T(x_t, y_t)$ 와 $M(x_m, y_m)$ 을 지나는 직선 \overline{TM} 은 다음과 같다.

$$y(x_t - x_m) = x(y_t - y_m) + y_m x_t - x_m y_t \quad (5)$$

여기서 x_t, y_t, x_m, y_m 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_t &= \frac{y_1 - y_2 - x_1 s_1 + x_2 s_2}{s_2 - s_1} \\ y_t &= \frac{s_1 s_2 (x_2 - x_1) - y_2 s_1 + y_1 s_2}{s_2 - s_1} \\ x_m &= \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

위와 같이 구한 직선 \overline{TM} 이 영상 I 와 같은 크기를 갖는 누적 배열에 변환되면, 이 누적 배열 중에서 가장 큰 빈도를 갖는 위치가 타원의 중심이 된다. 또한, 여러 개의 타원이 중첩되어 있는 경우에도, 모든 경계 화소들은 자신이 기여하는 타원의 중심을 찾아가는 과정을 거친다. 결

과적으로, 타원의 중심 좌표와 이에 해당하는 경계 픽셀들로 구성되는 보조 영상 I_{sub} 들이 형성된다. 하지만, 여러 개의 타원이 중첩되어 있고, 타원들의 경계 화소들이 정확히 타원 위에 존재하지 못하면, 한 화소에서의 접선을 구하는 과정에서 불필요한 오차가 포함되게 되고, 중첩된 타원들의 개수와 같은 개수의 중심 좌표가 구해지지 않는다. 이러한 문제를 해결하기 위하여, 불필요하게 검출된 타원의 중심 좌표로 인한 타원은 별도의 후처리 과정에서 제외시키게 된다.

3.2 나머지 파라미터의 결정

타원의 중심이 결정되면, 식 (2)는 3 개의 파라미터만이 나타나는 식 (7)과 같이 바뀌며, 타원을 만족하기 위해 $A' - B'^2 > 0$ 의 조건을 만족해야 한다.

$$x^2 + A'y^2 + 2B'xy + C = 0 \quad (7)$$

식 (7)의 3 개의 파라미터로부터, 타원의 장축과 단축의 길이, 회전각을 구할 수 있다.

$$a = \left[\frac{-2C}{(A' + 1) + ((A' - 1)^2 + 4B'^2)^{1/2}} \right]^{1/2}$$

$$b = \left[\frac{-2C}{(A' + 1) - ((A' - 1)^2 + 4B'^2)^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (8)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2B'}{1 - A'} \right)$$

중첩된 타원의 경우, 타원 중심을 검출하는 단계에서, 개별 타원의 경계 화소들만으로 구성된 보조 영상 I_{sub} 을 구하였다. 이러한 보조 영상의 화소들에서, 무작위로 3 화소를 추출하고, 식 (7)을 사용하여, 3 차원 누적 배열의 파라미터 공간으로 변환한 후, 누적 배열에서 가장 높은 빈도를 갖는 피크를 결정한다. 하지만, 추출된 3 화소가 정확히 타원 위에 존재하지 않으면, 변환 과정에서 오차가 포함되어, 누적 배열에서 뚜렷한 하나의 피크가 생기지 않거나, 국부적인 피크들의 조합이 나타나, 하나의 피크 검출이 어렵게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여, 누적 배열의 요소 중에서 비교적 높은 빈도를 갖는 후보 요소들을 검출하게 되며, 그 중에서 보조 영상의 타원 경계 화소들과 가장 잘 근사되는 요소를 결

정하게 되며, 이 요소의 좌표가 식 (7)에 있는 3 개의 파라미터가 된다.

본 연구에서 사용된 누적 배열의 전체 범위는, 길이 (a 와 b)의 경우는 보조 영상 (I_{sub})의 대각선의 길이, 회전각 (θ)의 경우는 180° 로 하였다. 각 파라미터의 해상도는 각 파라미터의 증분이, 길이의 경우 화소 한 개, 각도의 경우 1° 가 되도록 결정하였다.

3.3 후처리

타원 중심을 결정하는 과정과 나머지 3 개의 파라미터를 결정하는 과정에서 오차가 포함되면, 정확한 파라미터를 구할 수 없는 경우가 있다. 특히, 타원 중심을 결정하는 과정에서, 과도하게 중첩된 입자들이나, 상대적으로 너무 작은 입자가 중첩된 경우는, 타원을 나타내는 경계 화소의 개수가 너무 적기 때문에, 타원 중심 결정 과정에 오차가 포함되며, 나머지 파라미터를 구하는 과정에도 영향을 미치게 되어, 정확한 파라미터 검출을 힘들게 한다. 이러한 문제는 영상의 해상도를 높여 타원을 표현하는 경계 화소의 수를 늘리게 되면 해결이 가능하지만, 이것은 현실적으로 측정 시스템, 계산 시간, 측정 대상 등 여러 문제들과 복합적으로 결부되어 있다. 따라서, 본 연구에서는 이러한 피할 수 없는 오차로 인한 문제를 해결하기 위하여, 처리 마지막 단계에서, 검출된 타원의 유효성을 검사하고, 잘못 검출된 타원을 제거하는 과정을 거치도록 하였다.

4. 결 과

4.1 인위적 중첩 입자

Fig. 3은 가상으로 만든 부분적으로 중첩된 네 개의 타원에 대하여, 본 연구에서 개발한 타원 검출 알고리즘을 적용시킨 결과를 보여주고 있으며, Table 1은 타원 생성 시 이용된 정확한 파라미터의 값과, 타원 검출 결과 구해진 값을 비교한 것이다. 대체적으로 가상으로 생성된 타원을 정확히 검출하고 있음을 알 수 있으며, 단지 E2의 경우, 장축과 단축의 크기가 거의 비슷하여 원과 가까운 값을 갖기 때문에, 누적 배열의 회전각을 결정하는데 오차가 커져서, 기울기 값에서 많은 차이가 나타나고 있다.

Fig. 3의 타원에 대한 보다 자세한 검출 과정을

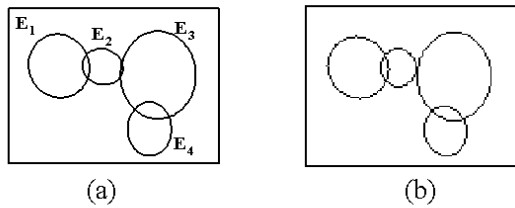


Fig. 3 Result of ellipse detection; (a) artificially generated partially overlapped ellipses, (b) final detected image

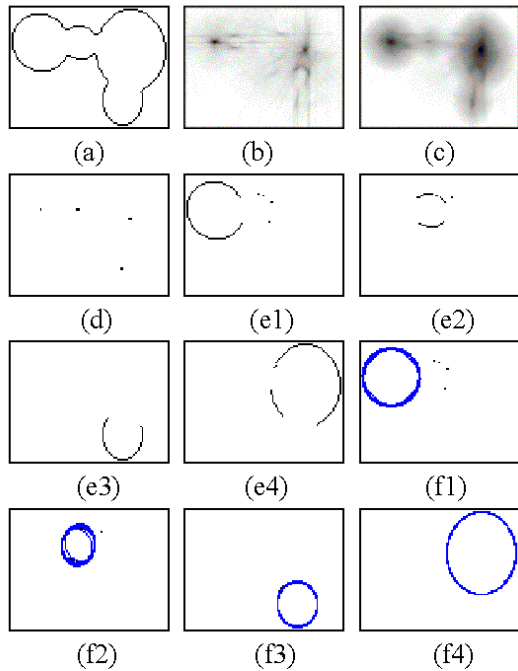


Fig. 4 Detail procedure of ellipse detection.

Table 1 The exact and predicted values of five parameters for ellipses shown in Fig. 3.

	exact values					predicted values				
	a	b	θ	x_o	y_o	a	b	θ	x_o	y_o
E_1	18	17	45°	30	35	17	18	45°	30	35
E_2	11	10	20°	54	35	10	11	0°	53	35
E_3	12	15	0°	80	70	12	14	5°	80	71
E_4	21	25	0°	85	40	21	25	0°	85	40

Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4(a)는 네 개의 중복 입자들로 구성되는 이미지의 경계 화소들, (b)는 타원 중심 계산 단계에서 누적 배열을 명암으로 표현한 것이다. Fig. 4(c)는 중복 입자 이미지에 distance 함수를 적용, 생성되는 이미지와 (c)를 합성한 이미지이며, (d)는 (c)의 국부 최대값을 표현한 것으로써, 이 네 점이 각 타원의 중심 좌표가 된다. Fig. 4(e1), (e2), (e3), (e4)는 각 타원의 중심 좌표에 기여도가 높은 경계 화소들을 나타내는 보조 영상이며, (f1), (f2), (f3), (f4)는 보조 영상에

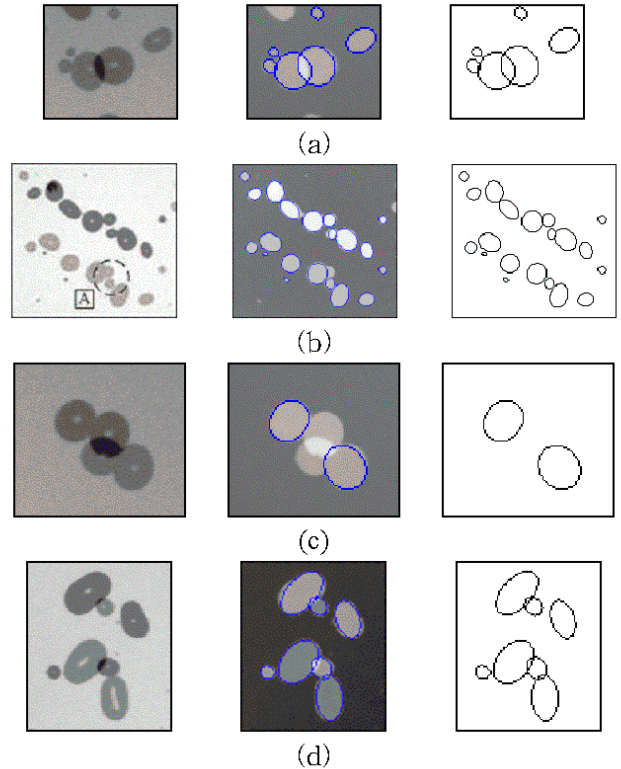


Fig. 5 Shape detection results for relatively big droplets

서 나머지 파라미터를 구하기 위한 10 개의 타원 후보를 나타낸 것이다.

4.2 실제 중첩 액적

Fig. 5는 몇 가지 실제적인 중첩 액적들에 대하여, 타원 검출 Hough 변환을 적용한 결과이다. Fig. 5(a)의 경우, 부분 중첩되어 있는 액적들에 대해서 매우 잘 적용되는 것을 알 수 있다. 상대적으로 아주 작은 입자가 중첩되어 있지만, 중첩의 정도가 심하지 않아, 인식하는데 큰 문제가 없다. 하지만, Fig. 5(b)의 경우, \square 부분과 같이 매우 작은 입자가 과도하게 중첩되어 있는 경우에는, 타원을 제대로 인식하지 못함을 알 수 있다. Fig. 5(c)의 경우는 비교적 상당히 큰 입자임에도 불구하고, 타원을 인식하지 못하고 있는데, 이는 중심 검출 단계에서 두 입자가 서로 너무 가까이 중첩되어 있어서, 타원의 중심을 정확히 계산하지 못하였기 때문이다. 하지만, 과도하게 중첩되어 있을지라도, 타원 중심을 정확히만 결정할 수 있다면 타원을 제대로 인식할 수 있을 것이다. Fig. 4(d)의 경우는, 입자들의 형상이 타원이라고 보기에 힘든 입자들이 중첩되어 있

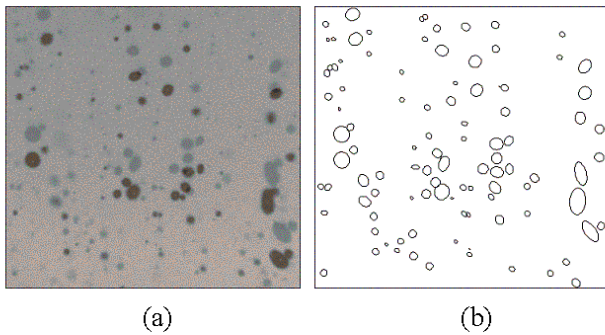


Fig. 6 Shape detection results for relatively small spray droplets.

다. 하지만, 정확한 타원 형상이 아닌 입자에 대해서도 근사한 타원으로 인식할 수 있도록 하기 위하여, 몇 개의 후보 피크를 검출하고, 이 중에서 입자들의 경계 화소들과의 평균거리차를 계산하여 최종적으로 가장 근사한 파라미터를 결정함으로써, 등가 타원을 구한 결과를 나타내고 있다.

4.3 분무 액적

실제 노즐에서 분사되는 분무 중의 액적들은 Fig. 6에 나타내었듯이, 아주 작은 입자들이 서로 상당히 중첩되어 있기 때문에, 형상 검출이 용이하지 않다. 즉, 입자의 크기가 작으면 타원을 표현할 수 있는 경계 화소수가 줄게 되고, 그러므로써 파라미터들을 검출하는데 많은 오차가 존재하게 된다. Fig. 6에서 너무 작은 입자에 대해서는 영상을 확대하여, 비교적 많은 경계 화소를 갖도록 한 후 형상 검출 알고리즘을 적용하였다.

5. 결 론

본 연구에서는 Randomized Hough 변환과 파라미터 분할법을 이용하여, 중첩된 타원(구형 포함) 입자들을 이미지 처리하여 타원 형상과 관련된 파라미터들을 추출할 수 있는 이미지 처리 프로그램을 개발하였다. 타원 형상 인식 알고리즘은 1. 타원의 기하학적 특성을 이용한 타원 중심 계산 2. 나머지 세 파라미터에 대한 Randomized Hough 변환 적용 3. 후보 타원들과 기존 타원 영상과의 비교를 통한 잘못 계산된 타원 후보의 삭제와 같은 3 단계로 수행된다. 개발된 프로그램을 가상 중첩 입자, 실제 중첩 액적 및 분무 액적에 적용시킨 결과, 이미지 자체의 내재된 문제점이 존재하지 않는 상황에서는 매우 우수한 패

턴 인식 결과를 나타내었으며, 중첩 입자 분리에 있어서도 매우 효율적인 방법이 될 수 있음을 확인할 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R05-2000-000-00297-0) 사업 지원으로 수행되었으며, 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Kim, J. Y., Chu, J. H. and Lee, S. Y., 1999, "Improvement of Pattern Recognition Algorithm for Drop Size Measurement," *Atomization and Sprays*, Vol. 9, pp. 313 ~ 329
- (2) Kim, Y. D. and Lee, S. Y., 2002, "Application of Hough Transform to Image Processing of Heavily Overlapped Particles with Spherical Shapes," *Atomization and Sprays*, Vol. 12, pp. 451 ~ 461.
- (3) Leavers, V. F., 1992, *Shape Detection in Computer Vision Using the Hough Transform*, Springer-Verlag, Berlin.
- (4) Xu, L. and Oja, E., 1993, "Randomized Hough Transform(RHT): Basic Mechanisms, Algorithms, and Computational Complexities," *Image Understanding*, Vol. 57, No. 2, pp. 131 ~ 154.
- (5) Xu, L., Oja, E. and Kultanen, P., 1990, "A New Curve Detection Method: Randomized Hough Transform(RHT)," *Pattern Recognition Letter*, Vol. 11, pp. 331 ~ 338
- (6) Yuen, H. K., Illingworth, J. and Kittler, J., 1989, "Detecting Partially Occluded Ellipses Using the Hough Transform," *Image and Vision Computing*, Vol. 7, No. 1, pp. 31 ~ 37.
- (7) Muammar, H. K. and Nixon, M., 1991, "Tristage Hough Transform for Multiple Ellipse Extraction," *IEE Proc. Comput. and Digital Tech.*, Vol. 138, No. 1, pp. 27 ~ 35.
- (8) Sewisy, A. A. and Leberl, F., 2001, "Detection Ellipses by Finding Lines of Symmetry in the Images Via an Hough Transform Applied to Straight Lines," *Image and Vision Computing* Vol. 19, pp. 857 ~ 866.