

# 차분격자볼츠만법에 의한 유체음의 직접계산

강호근<sup>†</sup> · 노기덕<sup>\*</sup> · 이영호<sup>\*\*</sup>

## Direct Simulation of Acoustic Sound by the Finite Difference Lattice Boltzmann Method

Ho-Keun Kang, Ki-Deok Ro and Young-Ho Lee

**Key Words :** Acoustic Sound(유체음), BGK Model(BGK 모델), Finite Difference Lattice Boltzmann Method(차분격자볼츠만법),

### Abstract

In this research, the simulation method for acoustic sounds by a uniform flow around a two-dimensional circular cylinder by using the finite difference lattice Boltzmann model is explained. To begin with, we examine the boundary condition which determined with the distribution function  $f_i^{(0)}$  concerning with density, velocity and internal energy at boundary node. Very small acoustic pressure fluctuation, with same frequency as that of Karman vortex street, is compared with the pressure fluctuation around a circular cylinder. The acoustic sound's propagation velocity shows that acoustic approaching the upstream, due to the Doppler effect in the uniform flow, slowly propagated. For the downstream, on the other hand, it quickly propagates. It is also apparently the size of sound pressure was proportional to the central distance  $r^{1/2}$  of the circular cylinder. The lattice BGK model for compressible fluids is shown to be one of powerful tool for simulation of gas flows.

### 기호설명

$c$ : 입자 속도  
 $c_s$ : 음파의 속도  
 $e$ : 내부에너지  
 $f_i$ : 입자의 분포함수

### 1. 서론

최근들어 고속 교통수송기관이나 고성능 계산

기의 냉각용 팬 등으로부터 발생하는 유체음 공학분야에서 중요한 문제로 대두되고 있으며, 발생의 원인이나 저감대책에 대하여 커다란 관심이 고조되고 있다.

유체의 비정상 운동, 혹은 유체와 물체의 간섭에 의해 발생하는 공력음의 연구는 공학적으로도 매우 관심이 높으며, 이론·실험·수치해석등을 통해서 행하여졌다. 유체에서의 소음은 물체의 진동에 의해 발생하는 것과, 물체 주위에서의 유체의 비정상 운동에 의해 발생하는 것이 있다. 즉, 유체 진동소음의 크기는 대표속도의  $O(10^{-2})$  정도에 비례하는 것에 반해서, 유체의 비정상 운동에 의한 유체소음은 대표속도의  $O(10^{-5} \sim 10^{-8})$  정도에 비례하기 때문에 현실적으로 이러한 유체소음을 해석하기란 매우 어렵다(Hardin and Lamkin, 1984; Lele, 1997).

그렇지만, 계산기 성능의 발달과 더불어 유체음을 직접적으로 계산하기 위한 수치계산에 의한 연구도 활발하게 이루어지고 있으며, 음향학적 유

<sup>†</sup> 경상대학교 기계항공공학부  
 E-mail : kang88@gacchuk.gsnu.ac.kr  
 TEL : (055)640-3064 FAX : (055)640-3128

<sup>\*</sup> 경상대학교 기계항공공학부

<sup>\*\*</sup> 한국해양대학교 기계·정보공학부

추에 기초한 방법이나 직접수치계산(DNS)에 의한 직접음파를 계산하는 많은 방법들이 연구되고 있다(Hosoya et al., 2000; Inoue, 2001). 즉, 음원의 추정, 음파발생의 모양, 또는 전파의 과정등을 상세하게 파악할 수가 있게 되었다.

본 연구에서는 최근 유체 흐름현상을 해석함에 있어 널리 이용되는 차분격자볼츠만법(Finite Difference Lattice Boltzmann Method, FDLBM)(Cao et al., 1997; Seta et al., 1999; Kang et al., 2002)을 이용하여, 흐름속에 있는 물체의 주위로부터 발생하는 2차원의 유체음(Aeolian tone)의 수치계산을 행하였다.

## 2. 이론해석

차분격자볼츠만법의 기초가 되는 이산화 BGK 방정식(Bhatnagar et al., 1954)은 다음과 같은 속도 분포함수  $f_i(x,t)$  를 이용한 형태로서

$$\frac{\partial f_i(x,t)}{\partial t} + c_{ia} \frac{\partial f_i(x,t)}{\partial x_a} = \Omega_i \quad (1)$$

와 같다. 또한 충돌연산을 간소화하기 위해서는, 전체 충돌연산에서의 고유치를  $-1/\phi$  로 대표시키면 다음과 같이 표현된다.

$$\Omega_i = -\frac{1}{\phi} [f_i(x,t) - f_i^{(0)}(x,t)] \quad (2)$$

여기서  $f_i^{(0)}$  는 국소평형분포함수를 나타내며,  $\phi$  는 1 타임스텝에서 입자분포가 평형상태에 도달할 때까지 걸리는 시간에 해당하며, 일반적으로 단일시간완화계수라 불려진다.

한편, 계산의 안정성 및 연산시간의 단축을 목적으로 하여, 점성계수  $\mu$  와 완화계수  $\phi$  를 이용하여 이산 BGK 방정식에 2 차항을 추가하면,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_i(t,\mathbf{r})}{\partial t} + c_{ia} \frac{\partial f_i(t,\mathbf{r})}{\partial r_a} - \frac{Ac_{ia}}{\phi} \frac{\partial}{\partial r_a} [f_i(t,\mathbf{r}) - f_i^{(0)}(t,\mathbf{r})] \\ & = -\frac{1}{\phi} [f_i(t,\mathbf{r}) - f_i^{(0)}(t,\mathbf{r})] \end{aligned} \quad (3)$$

와 같이 변경되어 질수가 있다(Kang et al. 2002). 그러므로, 점성계수와 완화계수의 관계는 다음과 같다.

$$\mu = \frac{2}{D} \rho e (\phi - A) \quad (4)$$

즉, 임의의 계수  $A$  를 적당히 바꿈으로써, 작은

**Table 1** Input parameters in couette flow

Reynolds	Re = 100.0
Density	$\rho_0 = 1.0$
Internal energy	$e_0 = 0.5$
Length of plates	$L = 40.0$
Upper moving plate's velocity	$U_0 = 0.02$
Lattice number	$I_{\max} \times J_{\max} = 5 \times 41$
Time increment	$\Delta t = 0.5$
Constant coefficient	$A = 0.5$

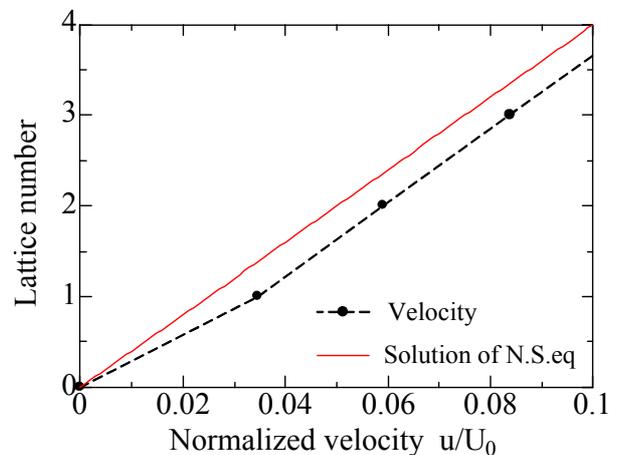
동점성계수에서의 흐름에 대해서도,  $\phi$  를 충분히 크게 설정할 수가 있으며, 아울러 연산시간을 크게 단축할 수가 있다.

## 3. 경계조건

FDLBM 에서 물체경계점의 경계조건은 경계점의 밀도  $\rho_w$ , 속도  $u_w$  및 내부에너지  $e_w$  을 만족하는 평형분포함수  $f_i^{(0)}$  에 의해서 분포된다. 그렇지만, 흐름장의 격자점에서 분포함수  $f_i$  는 다음 식과 같이 평형분포함수와 비평형분포함수  $f_i^{neq}$  의 합으로 표시된다.

$$f_i = f_i^{(0)} + f_i^{neq} = f_i^{(0)} + \epsilon f_i^{(1)} + \epsilon^2 f_i^{(2)} + \dots \quad (5)$$

경계점의 분포함수를, 비평형부분을 무시한 평형분포함수 만에 의해 주어지기 때문에, 경계의 1 격자점 떨어진 유체층의 격자점과 연속적이지 못



**Fig. 1** Velocity of coquette flow near the bottom wall

하다. 그 결과 작지만 오차가 발생한다. 이러한 오차의 예가 그림 1에 나타나 있다. 이것은 정상 상태에 도달한 후의 흐름으로서, 2차원 couette 흐름(2D21V 모델)의 아래의 벽면 부근에서 속도분포의 결과를 표시한 것이다. 계산의 초기조건으로서 정지평형 상태에 있는 유체를 분포시킨후, 계산시작과 동시에 상부의 벽을 수평방향으로 일정한속도  $U_0$ 로 이동시킨다. 계산조건은 Table 1과 같다.그림 1에서 경계점과 그 1격자점 위의 격자점에서는 속도가 연속적이지 못하며, 대표속도의 크기의 약 0.01 배의 오차가 발생하는 것을 알 수가 있다.

때문에, 이러한 오차를 경감시키기 위해서, 경계점에서의 평형분포함수에 비평형항을 추가한 모델을 사용한다. 즉, 경계점에서 평형분포함수는

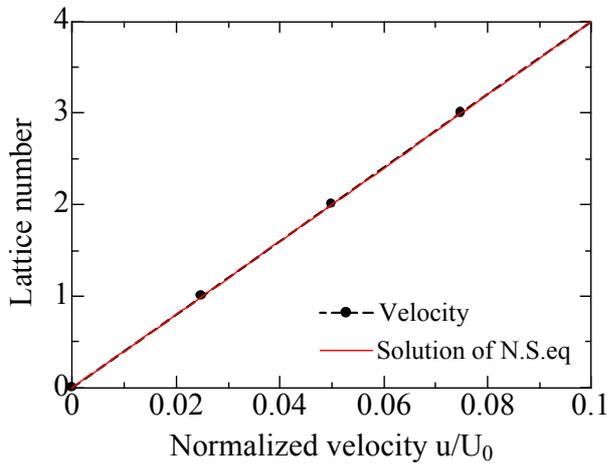


Fig. 2 Velocity of coquette flow near the bottom wall with non-equilibrium function

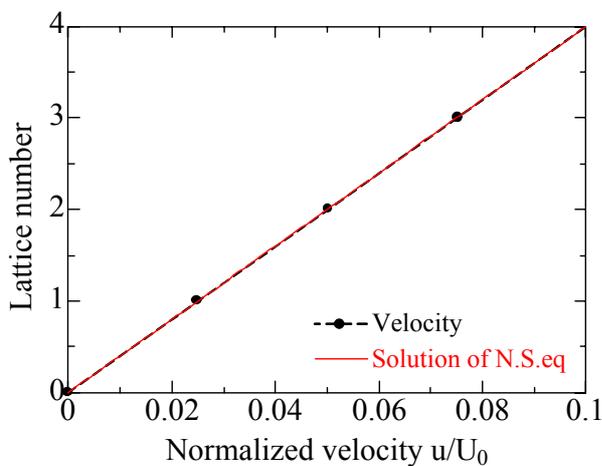


Fig. 3 Velocity of coquette flow near the bottom wall with non-equilibrium function as well as an imaginary wall

상기와 같이 주어지며, 비평형항은 외삽에 의해 구해진 값을 사용한다. 경계조건만 변경시키고, 기타 다른조건들은 상기의 계산과 동일하게 주어서 나온 결과는 그림 2와 같다. 계산결과는 N-S 방정식의 이론해와 일치하며, 경계조건에 비평형부분을 도입한 것이 보다 오차를 적게할수가 있음을 알수가 있다.

그러나, 비평형항을 도입한 경계조건의 계산에서도, 경계점에서는 엄밀하게 N-S 방정식을 만족하지 못한다. 여기서, 경계점에서는 점착, 단열의 경계조건을 만족하도록(Pointset and Lele, 1992), 경계의 내측에 가상의 하나의 격자점을 설정하였다. 이러한 방법을 이용함으로써, 경계점에서도 N-S 방정식과 경계조건을 만족할수가 있으며, 그 계산결과가 그림 3에 나타나 있다. 이론해와의 비교에서 오차가 거의 없음을 알 수가 있다. 이하, 이러한 경계조건을 이용하여 원주 주위에서 발생하는 유체음의 수치계산을 수행하였다.

#### 4. 수치계산

흐름장의 대상으로서 2차원 원주 주위의 흐름을 생각한다. 계산에서는 원주중심을 원점으로 한 극좌표를 이용하며, 계산영역은 원주직경의 400배를 주었다. 또한, 원주중심을 원점으로 하는 2차원 극좌표계  $(x, y) = (x_1, x_2)$ 에서 일정유속  $(u_1, u_2) = (U_0, 0)$ 을 Fig. 4과 같이 설정하였다. 원점으로부터 거리  $r$ 과 흐름의 상류방향으로부터 시계방향의 각도  $\theta$ 에 의한 극좌표계  $(r, \theta)$ 를 취하였다.

초기조건으로서 전방 원방으로부터는 일정한 유체의 유입속도 ( $U_0 = 0.2$ )를 설정하였으며, Mach 수는 다음과 같이 정의되었다.

$$M = \frac{U_0}{a_0} = \frac{U_0}{\sqrt{2e}} \tag{6}$$

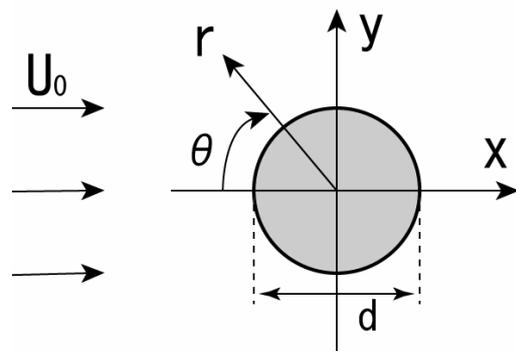
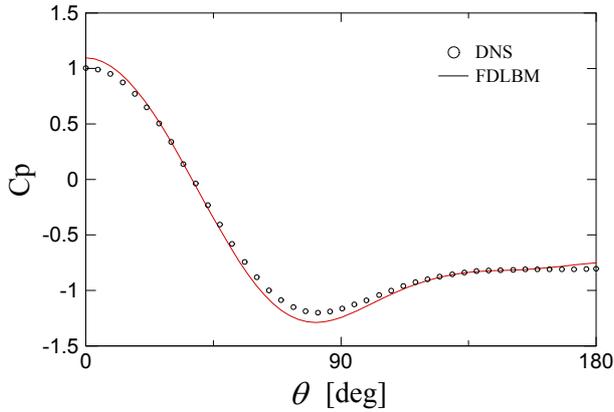


Fig. 4 Schematic diagram of flow



**Fig. 5** Comparison of pressure coefficient  $C_p$  between FDLBM and DNS at  $0 \leq \theta \leq \pi$ .

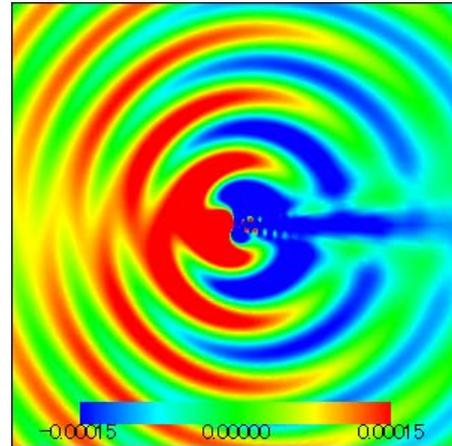
그림 5 는 원주표면에서의 압력계수  $C_p$  의 변화를 DNS(Inoue, 2001)의 계산결과와 함께 나타내고 있다. 그림중의 값은 방출하는 Karman 와의 1 주기에 해당하는 시간에서 평균치로 도식화한 것이다. 압력은 점점 감소하고 있으며, 압력계수가 최소치를 가지는 각도 및 압력이 회복하여 압력계수가 거의 일정하게 되는 각도는 DNS 의 결과와 잘 일치함을 알수가 있다. 그림에서 보는바와 같이, 오차는 격자수가 DNS 의 격자수보다 작기때문에 근소한 오차가 생기는 것으로 사료된다.

원주주위에서의 압력분포를 조사하기 위하여 다음과 같은  $\Delta p$  의 관계를 이용하면,

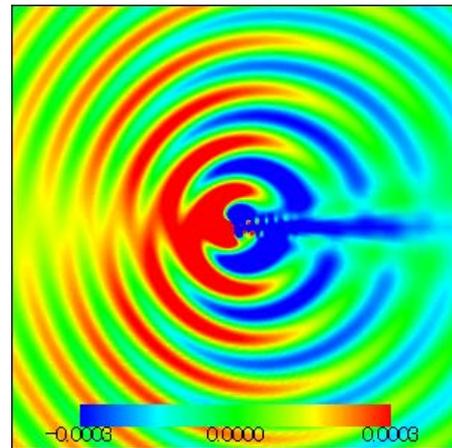
$$\Delta p = \frac{p - p_0}{p_0} = \frac{p - \rho_0 e_0}{\rho_0 e_0} \quad (7)$$

와 같으며, 그림 6 는 무차원시간 133 에 있어서 각각의 Mach 수에 있어서의 흐름의 압력분포  $\Delta p_{step}$  를 나타내고 있으며, 원주후방에서 주기적인 Karman 와가 발생하는 것을 알 수가 있다. 그림에서 붉은색은 (+)압력을 나타내며, 파란색은 (-)의 압력을 나타내고 있다.

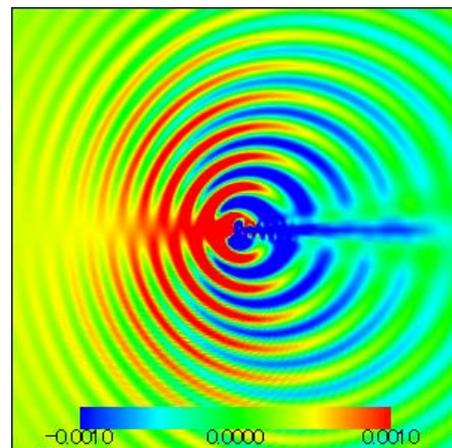
그림 7 는  $M = 0.1414, 0.2$  및  $0.3162$  에 있어서  $\theta = 90^\circ$  에서  $r$  방향의 음압의 변동을 나타내고 있다. 모든 경우에, 압력의 최대치가 중심으로부터의 거리  $r$  에 관해  $r^{-1/2}$  에 비례해서 감소하고 있는것을 알수가 있다. 또한, Mach 수의 증가와 더불어, 음압의 크기  $\Delta p$  가 점점 크게 되는것을 알수가 있다. 또한, Mach 수의 증가, 즉 내부에너지의 감소에 더불어 음파가 무차원시간 1 에 전파하는 거리  $\Delta r$  가 작아지는 것을 확인할수가 있다.



(a)  $M = 0.1414(e = 1.0)$

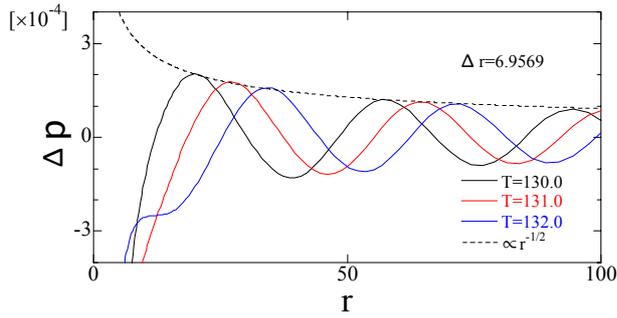


(b)  $M = 0.20(e = 0.5)$

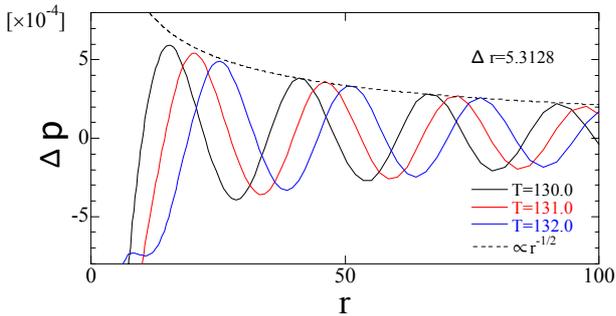


(c)  $M = 0.3162(e = 0.2)$

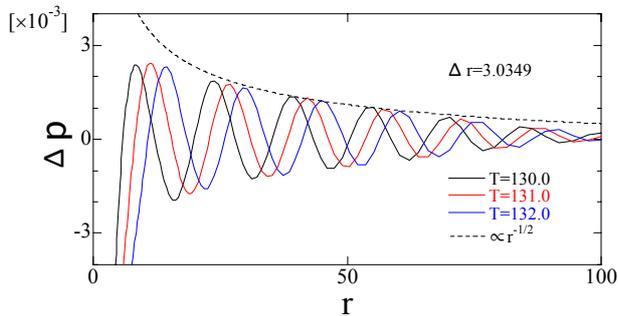
**Fig. 6** Contours of sound pressure by FDLBM. Red color: positive sound pressure, blue color: negative sound pressure



(a)  $M = 0.1414(e = 1.0)$



(b)  $M = 0.20(e = 0.5)$



(c)  $M = 0.3162(e = 0.2)$

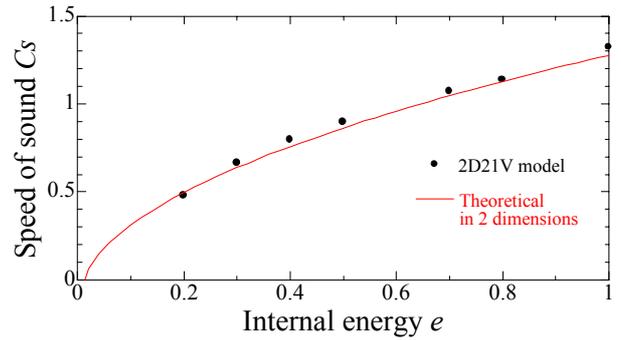
**Fig. 7** Propagation of acoustic pressure at  $\theta = 90^\circ$

다음으로, Mach 수의 차이에 의한 음속의 변화를 살펴보았다. 여기서, 음속  $c_s$  는 식

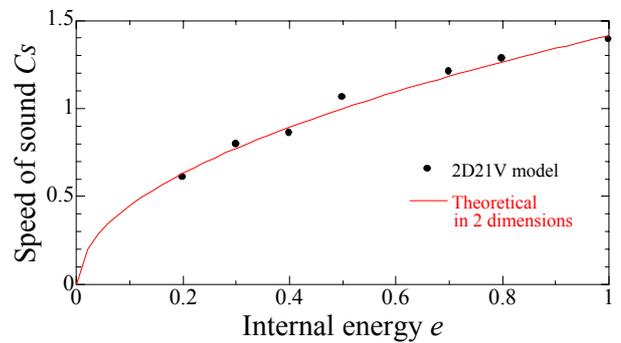
$$c_s = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\frac{2(D+2)}{D^2} e} \quad (8)$$

에 의한 내부에너지  $e$  를 이용하여 주어진다. 그림 8 는 내부에너지의 변화에 따른 음속  $c_s$  의 관계를 표시한 것으로서, 각 방향 모두에서 계산결과가 이론음속과 잘 일치함을 알 수가 있다.

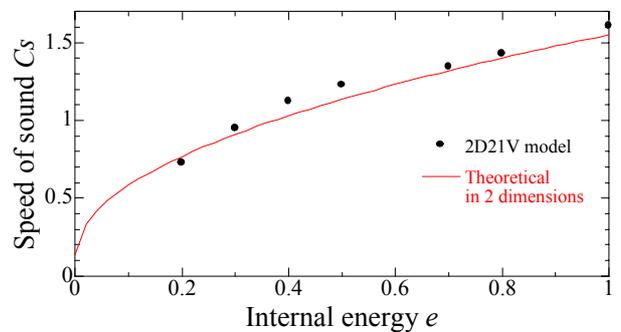
다음은 Mach 수의 차이에 의한 음압의 크기  $\Delta p$  를 살펴보았다. 그림 9 는 각각의 Mach 수의  $\theta = 90^\circ$  에서 원주직경의 50 배 떨어진 관측점에



(a) Upstream( $\theta = 135^\circ$ )



(b)  $\theta = 90^\circ$



(c) Downstream( $\theta = 45^\circ$ )

**Fig. 8** Comparison of numerical results of sound speed with the theoretical prediction

서 압력의 시간변동의 모양을 나타내고 있다. 그림 7 에서 설명한 바와같이 Mach 수의 증가와 더불어,  $\Delta p$  가 크게 되는 것을 알 수가 있다. 여기서, 선형이론에 있어서  $\Delta p$  와  $M$ ,  $r$  의 간에는  $\Delta p \sim M^{5/2} r^{-1/2}$  와 같은 관계가 있으며, 본 계산 결과는 이러한 선형이론과 잘 일치함을 알 수가 있었다.

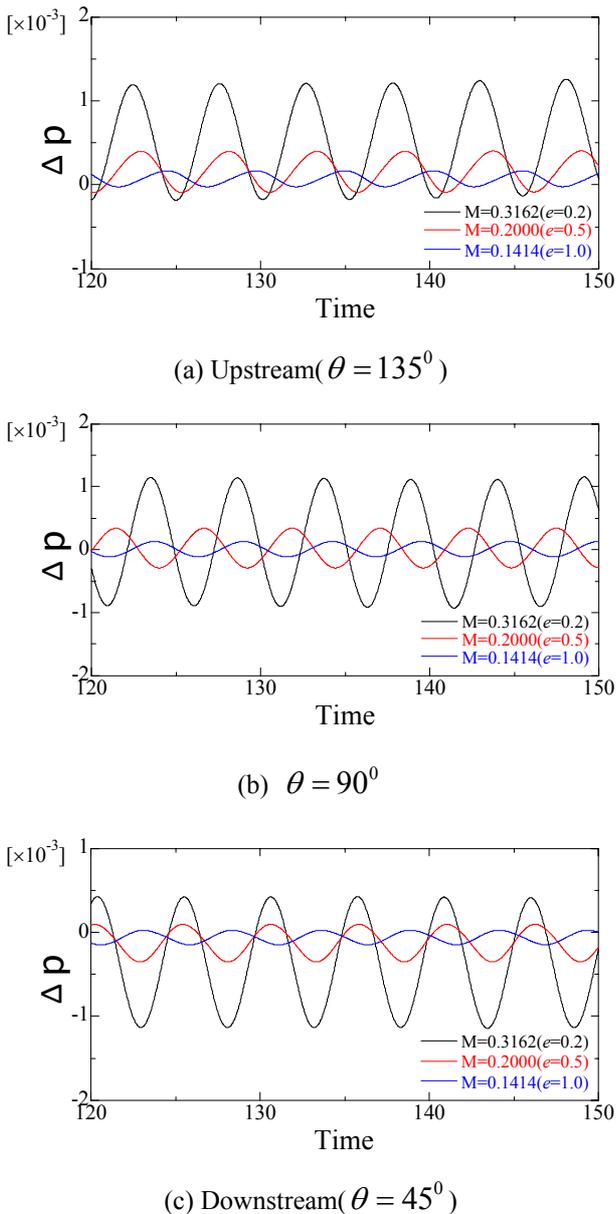


Fig. 9 Time variation of acoustic pressure at each direction

5. 결론

차분격자볼츠만의 2 차원 열·유체 모델을 이용하여, 2 차원 원주 주위의 흐름장으로부터 발생하는 유체음을 시뮬레이션하였다.

우선, 경계점에서의 평형분포함수에 비평형항을 추가한 모델을 사용하여 보다 N-S 방정식을 만족하는 경계조건이 되도록 설정하여, 만족할 만한 결과를 얻었다. 아울러 이러한 경계조건을 이용하여 2 차원 원주에서 발생하는 유체음의 수치계산에 적용하였다.

원주 주위의 양력변동에 의해 발생하는 Karman

와와 동시에 발생하는 2 중극음(dipole sound)의 발생을 확인할 수가 있었다.

음파의 전파속도는 일정유속에 의한 Doppler 효과의 영향으로 흐름의 상류측으로 향하는 음파는 늦게 전파를 하며, 흐름의 하류측으로 향하는 음파는 빠르게 전파함을 알 수가 있다. 또한, 음압의 크기는 원주중심의 거리  $r^{-1/2}$  에 비례하며, 이것은 선형이론과 잘 일치함을 확인하였다.

후 기

본 연구는 2002년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었으며, 연구비 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Bhatnagar, P.L., Gross, E.P. and Krook, M., 1954, "A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems," Phys. Rev., Vol. 94, pp. 511~525.
- (2) Cao, N., Chen, S., Jin, S. and Martinez, D., 1997, "Physical Symmetry and Lattice Symmetry in the Lattice Boltzmann Method," Physical Review E, Vol. 55, R21~R24.
- (3) Hardin, J.C. and Lamkin, S.L., 1984, "Aeroacoustic Computation of Cylinder Wake Flow," AIAA Journal, Vol. 22, pp. 51~57.
- (4) Hosoya, H., Hatakeyama, N., Shoji, H. and Inoue, O., 2000, "Direct Numerical Simulation of Sound Generated by the Flow around a Circular Cylinder," 14<sup>th</sup> JSCFD, A09-1.
- (5) Inoue, O., 2001, "Direct Numerical Simulation of Sound," Japan Society of Fluid Mechanics., Vol. 20, pp. 187~195.
- (6) Kang, H.K, Tsutahara, M., Ro, K.D, Son, K.P. and Lee, Y.H., 2002, "Computations of Two-dimensional Compressible Waves by the Finite Difference Lattice Boltzmann Method," The Fifth JSME-KSME Engineering Conference, CD-ROM OS1-3.
- (7) Kang, H.K., Ro, K.D, Son, Y.T. and Lee, Y.H., 2002, "Numerical Analysis of Aerodynamics Sound Using Finite Difference Lattice Boltzmann Method," Proceedings of the KAMES 2002 Joint Symposium A, pp. 2033~2038.
- (8) Lele, S.K., 1997, "Computational Aero-acoustic : a review," AIAA paper, 97-0018.
- (9) Pointsoot, T. and Lele, S.K., 1992, "Boundary Conditions for Direct Simulation of Compressible Viscous Flows," Journal of Computational Physics, 101, pp. 104~129.
- (10) Seta, T., Kono, K., Martinez, D. and Chen, S., 1999, "Lattice Boltzmann Scheme for Simulating Two-Phase Flows," JSME, B, 65-634, pp. 1955~1963.