

고체입자가 부상된 이상유동에서 유박유체의 난류강도에 대한 해석적 접근

김 세 윤* · 이 충 구** · 이 계 복†

A Theoretical Approach on the Turbulence Intensity of the Carrier Fluid in Two-phase Particle-laden Flows

Seyun Kim, Chung Gu Lee and Kye Bock Lee

Key Words: Particle-laden(입자 부상), Turbulence modulation(난류 수정지수), Wake(후류)

Abstract

The purpose of this research is to develop the model of turbulence modulation due to the presence of particles in various types of particle-laden flows. Available experimental data were surveyed and the dependence of turbulence modulation of carrier-phase on particle size, concentration and particle Reynolds number were examined. This study takes into account the effect of wake produced by particle, the drag between phases and the velocity gradient in the wake to estimate the production of turbulence. The model of turbulence modulation using the mixing length theory under the assumption of equilibrium flow is proposed. Numerical results show that the model is successful in predicting the characteristics of the particle-laden flow in various conditions both qualitatively and quantitatively.

기호설명

c : 입자 농도(concentration)

d_p : 입자 직경

f : 항력 인수(drag factor)

k : 난류운동에너지

l : 특성길이척도

l_h : 합성 길이척도(hybrid length scale)

l_w : 후류길이

u, v : 요동 속도

x, y : 직교 좌표(= x_i, x_j)

C_D : 항력 계수(drag coefficient)

M : 난류 수정지수(turbulence modulation)

Re_p : 입자 Reynolds 수

U, V : 평균 속도

U_r : 상간 상대속도

U_t : 후류에서의 속도 결손(defect)

V_T : 자유낙하 입자의 종단속도

Z : 부하도(loading ratio)

α : 체적분율(volumetric fraction)

β : 특성 길이 척도비

ε : 운동에너지 소산율

λ : 입자간 거리에 따른 길이척도

ρ : 밀도

σ : 난류강도(turbulence intensity)

τ_d : 이완 시간(relaxation time)

하첨자

p : 입자상의 물성치

† 책임저자, 충북대학교 기계공학부

E-mail : kblee@chungbuk.ac.kr

TEL : (043)261-2445 FAX : (043)263-2448

* 충북대학교 대학원 기계공학과

** 충북대학교 기계공학부

- f : 유체상의 물성치
 0 : 단상유체의 물성치

1. 서 론

입자가 부상된(*particle-laden*) 전단 유동은 여러 산업공정에서 빈번하게 일어나고 있기 때문에 상당한 주목을 받아왔으며, 많은 실험적 연구와 수치적 해석이 수행되어 왔다. 열동력 장치나 화학 공정, 식품처리과정에서 생겨나는 공기에 의한 입자수송(*pneumatic conveying*), 사이클론 분리기(*cyclone separator*), 분류기(*classifiers*), 모래 분사기(*sand blasting*), 순환 유동층(*circulating fluidized beds*), 미분탄 연소기(*pulverized coal combustors*) 등의 산업공정과 모래 폭풍, 눈사태 등의 자연현상은 이러한 입자 부유유동을 포함하는 예이다. 그렇지만, 유동의 복잡성 때문에 아직까지 유동 특성을 정확하게 예측할 수 있는 수학적 모형이 부족하다. 입자 부유 유동의 복잡성은 크게 두 가지에 기인하는데, 하나는 입자가 없는 상태의 유동의 난류구조 자체에 대한 이해가 부족한 것이고, 또 하나는 입자가 부유함으로써 그 유동구조를 더욱 복잡하게 만든다는 데에 있다.

이상유동은 상이한 상 사이에 상호작용이 포함되어 유동이 복잡해지기 때문에 주로 실험적 방법에 의해 연구되었고 실험결과를 사용하여 난류 유동 구조와 상과 상 사이의 상호작용을 모사할 수 있는 물리적 모델을 개발하려는 해석적 연구가 시도되고 있다. 그러나 지금까지 개발된 해석적 모델은 적용 범위가 매우 제한적이고 모델마다 서로 상반된 결과를 보여주는 경우도 존재한다. 이것은 이상유동을 지배하는 물리현상에 대한 이해 부족과 관련 중요변수들을 아직도 정확하게 모두 밝혀내지 못하고 있기 때문이다. 또한 연구자에 따라 상이한 실험 결과를 나타내거나 실험자료가 충분하게 확보되지 못한 것도 주요 요인이다. 따라서 고체입자가 부상된 이상난류유동 구조와 운반유체와 고체입자의 상호작용, 고체입자간의 충돌의 의한 영향 등에 대한 많은 연구가 요구되고 있다.

그 동안 실험적인 연구는 꾸준히 수행되어 왔는데, 제한적인 실험조건과 난류에 중요한 영향을 주는 인자들에 대한 이해가 부족한 상태여서 입자 부유유동에 대한 명확한 해석을 위해서는

더 세밀한 실험이 필요하다. 이상 유동에서 입자에 의한 영향은 운반 유체와 입자의 속도차로 인한 항력 효과, 입자크기와 부하도에 따른 길이척도, 운반유체와 입자의 상대속도가 만들어 내는 후류, 입자의 농도와 농도의 기울기에 따른 효과 등으로 생각될 수 있는데, 이 분야에 대한 실험적 연구가 초기에는 압력 강하, 속도분포, 관마찰 계수를 측정하여 이에 대한 실험 상관식을 세우는 방향으로 수행되었는데, 최근에는 LDV와 PIV 등의 첨단 측정 장치의 개발로 난류구조를 밝히기 위해 난류 운동에너지 등의 난류 특성량을 측정하고 이를 이용한 난류 상관량이나 난류 요동량의 스펙트럼을 구하여 유체와 고체입자간의 에너지 상관관계와 유동특성을 분석하는 연구가 시도되고 있다. 이상유동에서 운반유체의 난류가 커지게 되면 레이놀즈 응력이 증가하고 열전달도 커지게 된다. 따라서 입자의 확산 정도가 증가되어 혼합이 활발하게 이루어지므로 운반유체의 난류크기는 이상유동에서 매우 중요한 요소이다.

특히 큰 고체입자가 부상된 경우 여러 연구자들이 입자들이 운반유체의 난류특성에 미치는 영향을 분석하기 위해 실험 결과들을 조합하여 해석적 모델을 제시하였으나 유동의 물리적 현상에 대한 이해 부족으로 변수들의 단순한 상관관계식에 그쳐서 적용범위가 매우 제한적이다. 입자 크기의 영향을 시험하기 위해 Gore와 Crowe⁽¹⁾는 입자직경 a_p 와 난류의 적분길이척도 또는 에너지를 운반하는 eddy의 크기로 간주될 수 있는 난류척도 l 사이의 비율을 도입해서, a_p/l 의 비율이 0.1보다 작을 때는 난류가 억제되고, 0.1보다 큰 경우에는 난류가 증가되는 것을 기존의 실험결과를 사용하여 보여주었다. Hetsroni⁽²⁾는 Tsuji 등⁽³⁾의 실험결과를 이용해 입자레이놀즈수 Re_p 가 $O(0.1)$ 근처에서 난류가 억제되고, Re_p 가 $O(1000)$ 일 경우에는 증가하며, $O(100)$ 에서는 혼합된 효과가 나타난다고 설명했는데, 입자레이놀즈수는 입자의 직경과 상간 상대속도로 계산되는 값이다. Yuan과 Michaelides⁽⁴⁾는 입자의 가속과 입자에 의한 후류(wake)효과를 고려한 난류강도에 대한 간단한 수정모델을 제안했고, 이 모델이 난류강도의 관측된 변화를 예측하는 것을 보였지만 계산에 실험자료가 필요하며 적용범위가 제한되어 있다. Kenning과 Crowe⁽⁵⁾는 입자 부유시 난류길이척도를 구성할 때 입자간 간격을 고려하여 입자

에 의한 난류운동에너지의 소멸과 생성에 관한 간단한 물리적 모델을 제안하였다. 그러나 이 모델 역시 계산에 많은 실험데이터가 요구된다. Crowe⁽⁶⁾는 운반유체 난류운동량의 체적 평균된 방정식에 기초하여 난류강도를 예측할 수 있는 모델을 유도하여 실험 결과들과 같은 경향을 보여주는 것을 확인했다. 그러나 이 모델은 운반유체의 속도구배에 의한 난류운동에너지 생성량을 입자가 부유하지 않은 경우의 값을 사용하였고 사용된 항력 계수가 단순하여 보완이 필요하다.

본 연구에서는 지금까지 개발된 모델의 문제점을 보완하기 위해 입자가 부상된 이상유동에서 입자에 의한 난류운동에너지의 생성항과 소멸항을 물리적 현상에 근거하여 유도하고 단순한 실험 데이터의 상관관계식이 아닌 혼합거리 모델과 평형유동(equilibrium flow) 조건을 사용하여 난류강도에 대한 물리적 모델을 개발하려고 한다.

2. 이론적 해석

고체 입자가 부유한, 체적평균된 완전발달한 수직관내의 유동의 난류 운동에너지의 방정식은 다음과 같이 표현된다⁽⁷⁾.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}[(1-a)\rho_f k] + \frac{\partial}{\partial x_j}[(1-a)\rho_f U_j k] \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sigma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - (1-a)\rho_f \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\ &+ \alpha \rho_p \frac{f}{\tau_d} |U_i - V_i|^2 - \alpha \rho_p \epsilon_p \\ &+ \alpha \rho_p \frac{f}{\tau_d} (\overline{u_i v_i} - \overline{u_i u_i}) - (1-a)\rho_f \epsilon \end{aligned} \quad (1)$$

유동이 충분히 발달한 관 중심근처에서는 유동을 평형유동(equilibrium flow)이라고 가정할 수 있고, (1) 식의 대류항과 확산항을 제외한 생성항과 소멸항은 서로 같은 값을 가져야 한다. 즉, 유동의 생성의 전체합은 소멸과 같아야 한다. 식으로 나타내면,

$$[\text{Production}] - [\text{Dissipation}] = 0 \quad (2)$$

따라서, (1) 식의 생성항과 소멸항을 정리하는 데, 입자에 의한 유동의 난류운동에너지 소산을 따로 고려해 보면 다음과 같다.

$$\epsilon_p = f \left(\frac{u_i - v_i}{\tau_d} \right) v_i \quad (3)$$

입자에 의한 소산은 입자에 의한 생성에 비하

면 상대적으로 무시할 수 있을 정도로 작다고 할 수 있다. 이 과정은 직관적으로 이해될 수 있는데, 입자가 유체에 의해 요동될 정도로 가볍지 않다면, 입자는 유동으로부터 약간의 에너지만을 흡수할 수 있고, 이는 곧 유동이 입자에 의해 잃어 버리는 에너지가 된다. 따라서 (1) 식은

$$\begin{aligned} & \alpha \rho_p \frac{f}{\tau_d} |U_i - V_i|^2 - (1-a)\rho_f \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\ &+ \alpha \rho_p \frac{f}{\tau_d} (\overline{v_i v_i} - \overline{u_i v_i}) - (1-a)\rho_f \epsilon = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

과 같이 정리된다. 첫 번째 항은 입자의 가속에 따른 항력에 의해 유체에 부가되는 일과 입자에 의해 발생하는 후류(wake)에서의 속도 결손(defect)에 의한 난류운동에너지의 생성을 나타내는 항으로 운반유체와 입자간의 속도차로 표현된다⁽⁶⁾. 이 항에서 상간 상대속도를 모사하기 위해 자유낙하하는 입자의 운동방정식으로부터 입자가 최종으로 도달하는 속도인($dV/dt=0$) 종단속도를 상간 상대속도로 근사시키면,

$$\begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= C_D \frac{1}{2} \rho A (U - V)^2 - mg \\ U_r &\approx V_T = \left(\frac{g \tau_d}{f} \right) = \frac{\rho_p d_p^2 g}{18 \mu f} \end{aligned} \quad (5)$$

f 는 항력 인수(drag factor)로 Stokes 항력을 만족하지 않는 경우의 보정 인자이다. 본 연구에서는 일반적으로 널리 사용되는 다음 식으로 표현되는 Schiller의 항력 인수를 사용하였다.

$$f = 1.0 + 0.15 Re_p^{0.687} \quad (6)$$

따라서

$$\alpha \rho_p \frac{f}{\tau_d} |U_i - V_i|^2 \approx \alpha \rho_p \frac{f}{\tau_d} V_T^2 \quad (7)$$

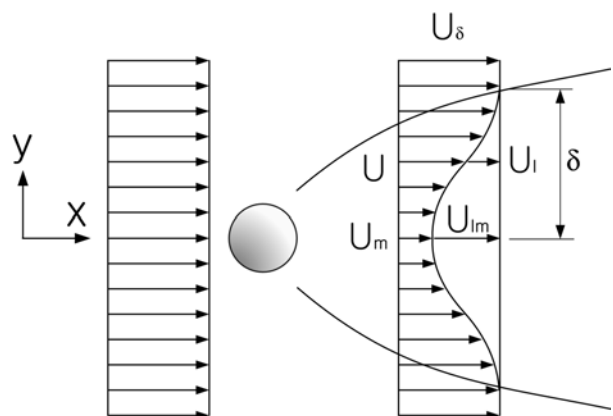


Fig. 1 Schematic of wake flow

로 모델링할 수 있다.

속도구배에 의한 생성항인 (4)식 좌변 두 번째 항에서 부유된 입자에 의해 생성되는 후류효과가 유동장에 미치는 영향이 고려되어야 한다. Fig. 1에 입자에 의해 발생하는 후류 유동의 특성을 나타냈다.

속도를 갖는 유체 내에서 이동하는 입자 뒤에 생기는 후류에서의 속도분포는 입자 하류 영역에서 상사형태로 주어진다⁽⁸⁾. 속도구배에 의한 생성항을 혼합거리 모델과 속도구배를 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$- \frac{u_i u_j}{\delta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = l^2 \left| \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right| \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)^2 \quad (8)$$

그리고, 속도구배는 후류에서 상사함수를 이용하여 표현할 수 있다. 즉,

$$\frac{U_\delta - U}{U_\delta - U_m} = \frac{U_l}{U_{lm}} = f(\eta), \quad \eta = \frac{y}{\delta} \quad (9)$$

로 주어지고 상사함수 $f(\eta) = 1 - \eta^{3/2}$ 이므로⁽⁹⁾

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{U_{lm}}{\delta} f'(\eta) \quad (10)$$

따라서

$$\begin{aligned} - \frac{u_i u_j}{\delta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} &= l^2 \frac{U_{lm}^3}{\delta^3} [f'(\eta)]^3 \\ &= \beta^2 \frac{U_{lm}^3}{\delta} [f'(\eta)]^3 \end{aligned} \quad (11)$$

$$U_{lm} = Ax^{-2/3}, \quad \delta = Bx^{1/3} \quad (12)$$

여기서 $\beta = l/\delta$ 로서 후류두께에 대한 길이척도의 비율로 일정한 값을 가진다. (11)식의 후류체적 내의 평균값을 얻기 위해 후류의 길이와 후류의 폭에 대해 적분하면

$$\begin{aligned} &\int_0^{l_w} \left[\int_0^\delta \left(\frac{27}{8} l^2 \frac{U_{lm}^3}{\delta^3} \eta^{3/2} \right) y dy \right] dx \\ &= \int_0^{l_w} \left(\frac{27}{28} \frac{\beta^5}{l^3} U_{lm}^3 \delta^4 \right) dx \\ &= \frac{48}{7} A^3 B \beta^2 l_w^{-2/3} \end{aligned} \quad (13)$$

따라서 후류의 단위 체적당 난류운동에너지 생성량은

$$l^2 \frac{U_{lm}^3}{\delta^3} [f'(\eta)]^3 = \frac{120}{7} \frac{A^3 \beta^2}{B} l_w^{-7/3} \quad (14)$$

후류의 길이는 Yarin과 Hetsroni가 제안한

$$l_w = d_p \left[\Omega^3 \left(\frac{\rho_p}{\rho_f c} \right)^{1/3} \right] \quad (15)$$

의 모델을 사용하였다⁽¹⁰⁾. 세 번째 항인 재분배항은 관의 중심에서는 다른 생성항에 비해 작기 때문에 무시할 수 있다. 마지막 항인 난류운동에너지의 소멸률은 입자가 부유했을 때의 운동에너지와 입자가 첨가되었을 때 입자 부유 유동의 특성길이 척도로 나타낼 수 있다. 유동의 특성을 나타내는 길이척도로 관직경에 비례하는 적분길이척도와 유체의 점도와 에너지 소산율에 관계되는 Kolmogorov 길이척도 등이 있는데, 입자가 첨가된 유동에는 입자의 직경과 부유한 입자 사이의 평균 간격이 더불어 고려되어야 할 것이다. 즉, 입자가 첨가된 경우의 소멸률을 나타내는 특성길이의 모델링에는 입자가 없는 유체의 소멸률을 모사하는데 사용되는 적분길이척도 l 과 입자간 간격, 즉, 농도의 함수로 나타나는 길이척도 λ 를 사용하였다⁽⁵⁾. 입자가 부유했을 때, 유동의 특성길이 척도보다 입자가 작을 경우에는 입자의 직경이 특성길이보다 작은 크기의 와류에서 더욱 중요하고 이 유동의 특성길이는 입자 직경에 비례하게 된다. 입자의 직경이 충분히 커서 유동의 특성길이 척도보다 큰 경우에는 입자의 직경보다는 유동의 특성길이가 더욱 중요하게 된다. 따라서, 이 두 가지 길이의 조화평균으로 입자효과가 보정된 길이를 나타낸다면, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$l_h = \frac{2l\lambda}{l+\lambda}, \quad \lambda \approx d_p \left\{ \left(\frac{\pi}{6\alpha} \right)^{1/3} - 1 \right\} \quad (16)$$

따라서 소멸항을 다음과 같이 모델링한다.

$$(1-a)\rho_f \epsilon \approx (1-a)\rho_f \frac{k^{3/2}}{l_h} \quad (17)$$

(4) 식을 정리하면,

$$\begin{aligned} &\alpha \rho_p \frac{f}{\tau_d} V_T^2 + (1-a)\rho_f \frac{120}{7} \frac{A^3 \beta^2}{B} l_h^{-7/3} \\ &= (1-a)\rho_f \frac{k^{3/2}}{l_h} \end{aligned} \quad (18)$$

입자가 부유된 상태의 난류운동에너지는

$$k = \left[\frac{\alpha \rho_p}{(1-a)\rho_f} \frac{f}{\tau_d} l_h V_T^2 - \frac{120}{7} \frac{A^3 \beta^2}{B} l_h^{-7/3} \right]^{2/3} \quad (19)$$

과 같이 정리된다.

3. 계산 결과 및 고찰

본 연구에서 개발된 모델을 검증하기 위해, a_p/l 의 0.01에서 1까지 영역에 대해 계산을 수행하여 지금까지 수행된 여러 가지 가용한 실험자료와 Fig. 2 에 비교하였다. Kenning과 Crowe, Hetsroni의 여러 연구자가 입자에 의한 난류증감을 정량적으로 비교하기 위해 난류강도의 입자에 의한 증가분을 백분율로 나타내어 정의한 무차원화된 난류수정지수 M (turbulence modulation)이 비교를 위해 계산에 사용되었다.

$$M = \left[\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_0} \right] = \left(\frac{k}{k_0} \right)^{1/2} - 1 \quad (20)$$

이 중 가장 자세한 실험정보를 제공하는 Tsuji 등의 실험을 중심으로 Crowe 등 이전의 해석결과와 비교하여 보면, 무차원화된 입자크기가 커짐에 따라 난류수정지수가 증가하는 경향은 실험결과와 매우 잘 일치하고 있으며, 실험자료들로부터 a_p/l 이 0.1 인 위치 근처에서 입자가 부유하지 않은 상태의 난류운동에너지에 비해 줄어드는 현상이 보여지는데, 이는 현재의 모델에서도 매우 잘 묘사되고 있다. 또, 입자 농도증가에 따라 난류강도가 증가하는 경향을 본 해석결과도 잘 추종하는 것을 관찰할 수 있다. 특히 후류의 영향이 큰, a_p/l 가 0.1 보다 큰 영역에서 본 연구결과가 더 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

난류수정지수를 예측하는 기존의 모델들과 비교하기 위해 Kenning과 Crowe, Yarin과 Hetsroni, Crowe의 모델을 Tsuji 등의 실험 조건을 이용하

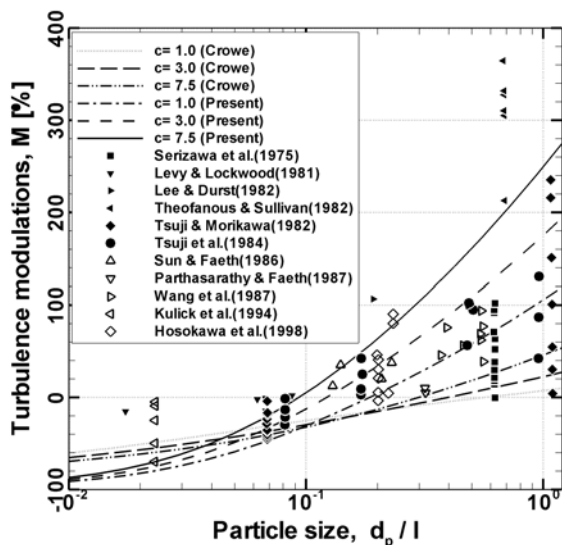


Fig. 2 Comparison of turbulence modulations with experimental data

여 9가지 조건에서 계산을 수행하였고 그 결과를 Fig. 3 에 나타냈다. Kenning과 Crowe, Yarin과 Hetsroni의 모델은 계산에 상간 상대속도 등의 실험자료가 필요한데, 같은 조건에서 비교하기 위해 종단속도로 상대속도를 대체하여 계산하였다. 직경이 3cm인 관에서 3가지의 부하도(loading ratio)와 3가지의 입자크기에 대해 실험된 자료와 각 해석결과는 입자레이놀즈수에 대해 보여지는 난류수정지수는 전체적인 경향에서는 크게 다르지 않으나, 전체적으로 Kenning과 Crowe, Yarin과 Hetsroni의 결과가 다른 결과에 비해 작게 예측되고 있다. 입자후류의 영향이 잘 반영되는 입자가 큰 영역에서 현재의 모델이 실험값과 매우 잘 일치하고 있다. Kenning과 Crowe의 모델은 유동만의 난류운동에너지를 입자가 부유하지 않은 경우의 난류운동에너지로 간단하게 모델하면서 입자에 의한 효과가 상대적으로 과소 평가되었다고 말할 수 있다. Crowe의 모델 역시 이러한 단점을 가지고 있고, 종단속도와 입자에 의한 항력계산시 사용된 계수에 의한 오차가 작지 않은 것으로 나타난다. 또, Yarin과 Hetsroni는 입자후류에서 유동의 운동에너지를 이용해 유동 전체의 난류운동에너지를 계산하였는데 상대속도의 실험자료가 필요하고 적용범위가 제한되어 있다.

입자농도와 상간 밀도의 비에 따른 난류수정지수의 상관관계를 Fig. 4 에 나타냈다. 실험과 계산결과 모두 난류수정지수가 입자 농도와 상간 밀도의 비가 커짐에 따라 증가하는 경향을 보여

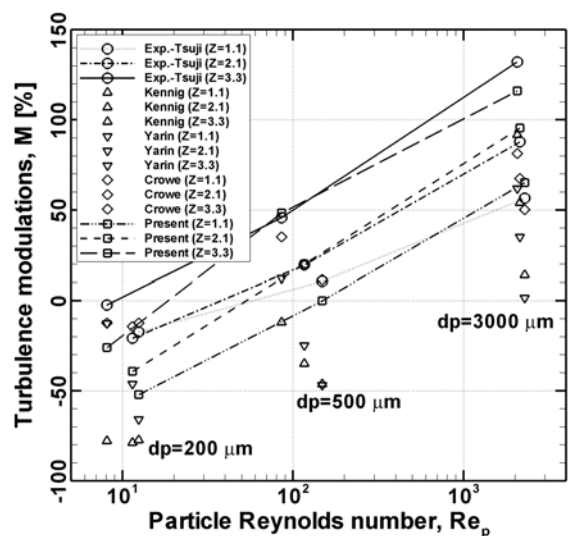


Fig. 3 Dependence of turbulence modulations on particle Reynolds number

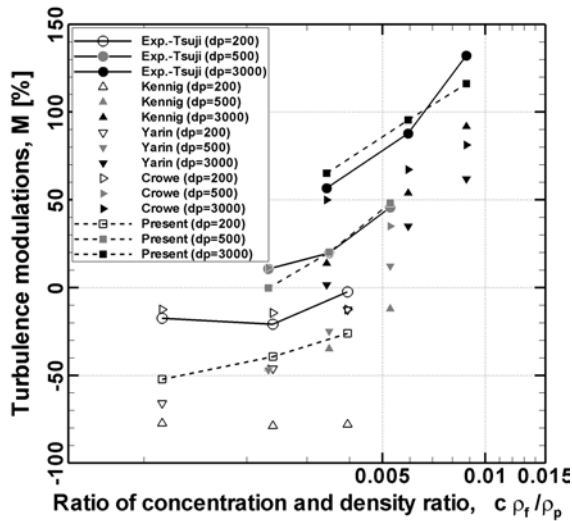


Fig. 4 Dependence of turbulence modulations on particle concentration

주고 있는데 전 영역에 걸쳐 현재의 모델이 실험 결과와 잘 일치하는 것을 보여준다. 또한 입자크기가 작을수록 난류수정지수의 증가율이 감소하는 것을 알 수 있다.

4. 결론

입자가 부상된 이상유동에서 평형유동을 가정하고 혼합거리모델을 사용하여 운반유체의 난류강도를 예측할 수 있는 해석적 모델을 개발하였다. 본 연구에서는 운반유체의 난류특성에 미치는 입자의 영향을 분석하고 특히 두 가지 물리적 기구의 특성을 검토하였다. 첫 번째는 입자의 후류에서 발생하는 속도결손과 입자와 유체간의 항력에 의한 난류운동에너지 생성량으로 상간의 속도차로 모델하였다. 두 번째는 속도구배에 의한 생성량으로 후류에서 상사법칙을 따르는 속도분포를 사용하여 구하였다. 본 해석방법은 기존의 해석방법과는 달리 계산시에 입자 직경과 농도, 입구속도 외에 다른 실험값과 임의의 경험상수를 필요로 하지 않는다. 본 해석결과는 실험데이터와 잘 일치하며 정성적으로뿐만 아니라 정량적으로도 기존의 해석결과와 비교하여 개선된 결과를 보여준다. 집중도 변화와 입자직경의 변화에 따른 난류강도의 증감을 비교적 자세하게 실험한 Tsuji등의 결과에 모델을 비교하여 본 연구결과가 기존의 해석결과보다 잘 일치하는 것을 확인하였다. 따라서 앞에 언급한 두 가지 물리적 기구가

운반유체의 난류강도에 큰 영향을 미치는 것을 확인할 수 있었다. 본 해석결과는 입자부유에 의한 압력강하를 계산하는데 사용할 수 있고, 입자부유 유동뿐 아니라 유사한 물리적인 압력강하기구를 가지는 분산된 작은 기포 유동에도 활용될 수 있으리라고 생각된다.

참고문헌

- (1) Gore, R. A. and Crowe, C. T., 1989, "Effect of particle size on modulating turbulent intensity," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 15, pp. 279-285
- (2) Hetsroni, G., 1989, "Particle-Turbulence Interaction," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 15, pp. 735-746
- (3) Tsuji, Y., Morikawa, Y. and Shiomii, H., 1984, "LDV measurements of an air-solid two-phase flow in a vertical pipe," *J. Fluid Mech.*, Vol. 139, pp. 417-43
- (4) Yuan, Z. and Michaelides, E. E., 1992, "Turbulence Modulation in Particulate Flows-A Theoretical Approach," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 18, pp. 779-785
- (5) Kenning, V. M. and Crowe, C. T., 1997, "On the effect of particles on carrier phase turbulence in gas-particle flows," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 23, No. 2, pp.403-408
- (6) Crowe, C. T., 2000, "On models for turbulence modulation in fluid-particle flows," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 26, pp. 719-727
- (7) Kataoka, I. and Serizawa, A., 1989, "Basic equations of turbulence in gas-liquid two-phase flow," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 15, pp. 843-855
- (8) White, F. M., 1991, "Viscous fluid flow," McGraw- Hill, Singapore
- (9) Arbramovich, G. N., Girshovich, T. A., Krashennnikov, S. Yu., Sekundov, A. N. and Smirnova, I. P., 1984, "Theory of turbulent jets," Science, Moscow
- (10) Yarin, L. P. and Hetsroni, G., 1994, "Turbulence intensity in dilute two-phase flows-3," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 20, pp. 27-44