

벽면 전단 유동의 공력 소음 해석을 위한 유동-음향 분리 기법

서 정 희[†] · 문 영 준^{*}

A Hydrodynamic-Acoustic Splitting Method for Aeroacoustic Noise Prediction of Wall-bounded Shear Flow

J. H. Seo and Young J. Moon

Key Words: Aeroacoustics(공력 소음), Splitting method(분리 기법)

Abstract

Aeolian tone generation from a two dimensional circular cylinder is numerically investigated via direct numerical simulation and hydrodynamic-acoustic splitting method. All governing equation are spatially discretized with the sixth-order compact scheme and fourth-order Runge-Kutta method to avoid excessive numerical dissipations and dispersions of acoustic quantities. Comparisons of two results show that the previous splitting method can not accurately predict the aeroacoustic noise of wall bounded shear flow. In this study, a perturbation viscous term and a new energy equation have been developed. This modified splitting method accurately predicts aeroacoustic noise from wall-bounded shear flow. The present results agree very well with the direct numerical simulation solution.

1. 서 론

최근 공력 소음에 대한 연구가 가속화 됨에 따라 보다 복잡하고 다양한 공력 소음 문제들의 해석과 연구가 요구 되고 있다. 기존에 전산 공력 음향학(computational aero-acoustics) 분야에서 널리 사용되던 음향학적 상사 이론(acoustic analogy)에 기초한 방법들은 주로 간결음원(compact noise source)에 의한 소음의 방사(radiation) 현상만을 주로 해석해왔으나, 근래에는 유동장 내에서의 복잡한 소음원에 의한 공력 소음 생성 과 전파, 반사 및 산란(scattering) 현상

등을 직접적으로 해석해야만 하는 공력 소음 문제들이 다양하게 제시되고 있으며 이를 위한 전산 공력 음향학적 방법들의 필요성이 증대되고 있다. 복잡한 공력 소음 문제의 해석에는 압축성 유동장을 직접 모사하여 음향장을 예측해 내는 소음장 직접 수치 모사 방법(direct acoustic numerical simulation; DaNS)이 가장 적합한 방법이라 할 수 있으나, 직접 수치 모사 방법은 수치 해석 기법이 신중하게 적용 되어야 하며, 방대한 양의 계산을 필요로 하는 단점이 있다. 이러한 어려움을 극복하고자 Hardin & Pope[1]는 직접 수치 모사 방법의 접근 방식을 비압축성 유동(incompressible flow) 문제와 압축성 요동(compressible perturbation) 문제로 분리하여 해석하는 기법(splitting method)을 제안하였다. 이 기법은 상대적으로 미소한 음향 변수들을 유동 변수에서 분리해 내고 유동장과 소음장의 영역을 분리함으로써 직접 수치 모사 방법에서 발생하는 어려움을 해소하면서도 직접 수치 모사 방법과

[†] 고려대학교 대학원

E-mail : jhseo@korea.ac.kr

TEL : (02)926-3818 FAX : (02)926-9290

^{*} 고려대학교 기계공학과

유사한 방식으로 소음의 생성 및 전파를 모사 할 수 있다. 이 유동-음향 분리 기법은 기존의 전산 공력 음향학적 방법들에 비하여 많은 장점들을 가지고 있으나, 신뢰할 수 있는 검증의 부족으로 널리 사용되고 있지는 못한 실정이다. 특히 유동-음향 분리 기법은 자유 전단 유동(free shear flow)에서의 소음 발생 문제에서만 검증이 이루어져 있으며[3,4], 벽 주위에서의 점성 유동과 이에 의한 와류 분리가 발생시키는 벽면 전단 유동(wall-bounded shear flow)에 의한 공력 소음 문제에 대하여는 이렇다할 검증이 수행되지 못하였다. [2,3]

본 연구에서는 벽면 전단 유동에 의한 공력 소음 생성 문제의 대표적인 경우라 할 수 있는 실린더에서의 톤 소음 생성 문제를 소음장 직접 수치 모사 방법과 유동-음향 분리 기법을 사용하여 각각 해석하고 이 두 결과의 엄밀한 비교를 통하여 유동-음향 분리 기법의 정확성을 검증하고자 하였다. 또한 이 과정에서 기존의 유동-음향 분리 기법이 벽면 전단 유동에 의해 발생하는 소음을 정확히 예측해 내지 못하는 사실을 발견하였으며, 따라서 본 연구에서는 기존의 유동-음향 분리 기법의 문제점을 보완하여 벽면전단 유동의 소음도 정확히 모사해 낼 수 있는 유동-음향 분리 기법을 개발하고자 하였다.

2. 수치해석 방법

2.1 지배 방정식

2.1.1 소음장 직접 수치 모사 방법

소음장 직접 수치 모사 방법은 압축성 유동장을 직접적으로 해석하여 유동장 및 소음장을 모사하며 그 지배방정식은 압축성 Navier-Stokes 방정식으로 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{2}$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial(u_j(e+p))}{\partial x_j} = \frac{\partial(u_k \tau_{jk} - q_j)}{\partial x_j} \tag{3}$$

2.1.2 유동 음향 분리 기법

유동 음향 분리 기법에서는 압축성 유동 변수를 다음과 같이 비압축성 유동 변수와 압축성 요동 변수로 분리한다. 본 논문에서는 Shen & Sorenson[2]의 방법을 사용하였다.

$$\rho = \rho_0 + \rho' \tag{4}$$

$$u_i = U_i + u_i' \tag{5}$$

$$p = P + p' \tag{6}$$

위의 변수 분리에서 비압축성 유동 변수는 다음과 같은 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 통해 해석한다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial(U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\mu_0}{\rho_0} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \tag{8}$$

압축성 요동 변수의 지배 방정식은, 식 (4)-(6)의 변수 분리를 식 (1)-(2)에 대입하여 정리하고 (7)-(8)의 식을 빼내어 얻어진다. 점성항을 무시하면 식은 다음과 같이 나타내어 진다.

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i' + \rho' U_i) = 0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial(\rho u_i' + \rho' U_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j(\rho u_i' + \rho' U_i)) \tag{10}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 U_i u_j') + \frac{\partial p'}{\partial x_i} = 0$$

지배 방정식을 완성하기 위해서는 p' 에 대한 식이 추가로 필요한데 Shen & Sorenson이 제안한 식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - a^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial t} \tag{11}$$

2.2 이산화 방법

음향 변수들은 매우 미세한 값이기 때문에 이 값들을 정확하게 계산하기 위해서는 고차의 이산화 방법을 적용하여 수치에러를 최대한 줄이고

과도한 감쇠 및 소산을 막아야 한다. 이를 위하여 본 연구에서는 모든 지배 방정식을 공간에 대하여 6차의 정확도를 가지는 컴팩트 유한 차분법(compact finite difference method)[5]을 사용하여 이산화 하였으며, 시간 적분에는 4차의 Rung-kutta 방법을 사용하였다. 또한 컴팩트 유한 차분법을 비직교 격자계에 적용했을 때 발생할 수 있는 에러를 없애기 위하여 Gaitoned 등[6]이 제안한 10차 오더의 공간 필터링을 적용하였다.

2.3 경계 조건

본 연구에서는 음향파가 계산 영역 경계에서 반사되어 들어오지 않고 전파되어 나가도록 비반사 경계조건으로, Freund[10]가 제안한 버퍼존(buffer-zone)형태의 경계조건을 적용하였다. 이 경계조건은 버퍼 영역 내에 인공 대류 속도(artificial convection velocity)와 인공 감쇠항(artificial damping term)을 두어 음향파가 경계에서 반사되어 들어오지 않게 함과 동시에 경계의 유동 변수를 원하는 값으로 유지 시키는 방법으로 적용이 비교적 쉽고 효과가 탁월하다.

벽 경계 조건은 직접 수치 모사 방법의 경우 점착 조건(no-slip boundary condition)을 주었으며, 유동-음향 분리 기법의 경우 비압축성 유동 변수에 대하여는 점착 조건을, 압축성 요동 방정식에 대하여는 비점성 조건이므로 벽에 대하여 수직 속도만을 0으로 하는 운동학적 경계조건(kinematic boundary condition)을 주었다.

2.5 계산 영역 및 유동 조건

계산 영역은 음향파의 전파를 충분히 관찰 할 수 있도록 반경 방향으로 실린더 직경의 100배 만큼 설정하였으며 Freund 경계 조건을 위한 버퍼 영역은 반경 방향으로 실린더 직경의 20배 만큼으로 설정하였다. 격자는 O타입의 격자로 반경 방향과 원주 방향으로 201 개의 격자점을 사용하여 전체 201 × 201 개의 격자를 사용하였다.

유동 조건은 실린더 직경에 대한 레이놀즈수(Reynolds number)가, $Re_D = 200$ 인 경우로 자유 유동장의 마하수는, $M_\infty = 0.3$ 인 경우로 설정하였다.

3. 기존 유동-음향 분리 기법의 검증

3.1 소음장 직접 수치 모사 방법

식(1)-(3)의 압축성 Navier-Stokes 방정식을 전산 해석하여 실린더에서 발생하는 톤 소음을 직접 수치 모사 하였다. 소음장을 나타내기 위하여 압력 요동을 $\Delta p' = p - \bar{p}$ 로 정의 하였으며, 순간적인 소음장을 Fig. 1 에 나타내었다. Fig. 2는 $x = 0$ 인 선을 따라 음향파의 파형을 나타낸 것으로 2차원 이론 음향에서부터 유도되는, 음향파의 진폭이 음원으로부터의 거리 r 에 대하여 $r^{-1/2}$ 에 비례한다는 사실[8]이 직접 수치 모사를 통하여 잘 재현되고 있음을 볼 수 있다. 또한 Fig. 3은 $r = 60D, (90^\circ)$ 에서의 음향 압력 요동 값을 시간에 대해 나타낸 것이다. Fig. 4는 $r = 60D$ 에서의 음향파의 지향성 특성(directionality)을 2차원 Curle 식의 결과와 비교하여 나타낸 것이다.

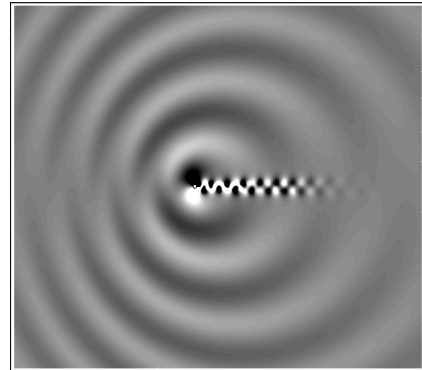


Fig. 1 Instantaneous acoustic field(DaNS).

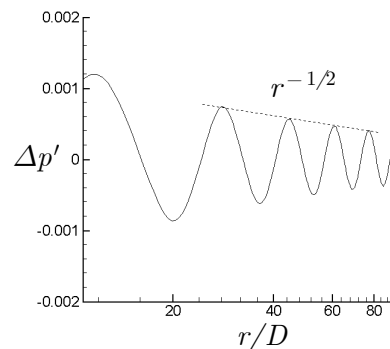


Fig. 2 Pressure wave along the $x=0$ line.

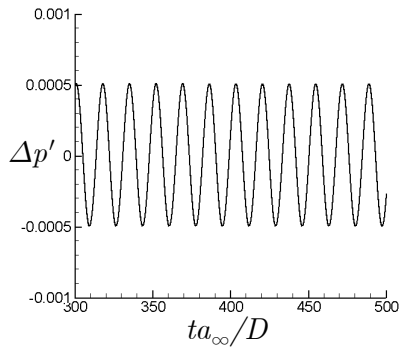


Fig. 3 Time history of pressure wave at $r = 60D$

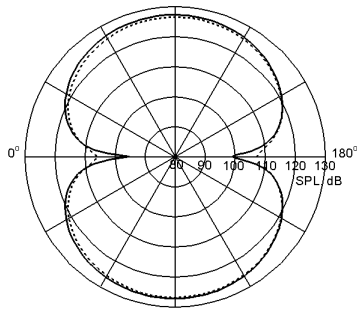


Fig. 4 Directivity patterns of SPL at $r = 60D$
(—:DaNS, ---:Curle).

Curle 식의 경우에는 평균 유동장(mean flow)이 고려되지 않기 때문에 도플러 효과(doppler effect)에 의해 두 결과가 약간의 차이를 보이나, 전체적인 지향성 특성과 음향파의 크기가 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다.

3.2 기존 유동-음향 분리 기법

실린더의 톤 소음 생성을 식(7)-(11)의 유동-음향 분리 기법으로 해석하였다. 순간적인 소음장은 Fig. 5에 나타나 있다. Fig. 6은 $x=0$ 인 선을 따라 음향파의 형상을 소음장 직접 수치 모사와 비교하여 나타낸 것이다. 결과를 살펴보면 기존 유동-음향 분리 기법의 결과가 직접 수치 모사 결과에 비해 많은 차이를 보이는 것을 알 수 있는데 이러한 현상은 Fig. 7에서 확실히 관찰할 수 있다. Fig. 7은 $r=60D$ 에서의 음향파를 시간에 따라 나타낸 것인데, Fig. 3의 직접 수치 모사 결과와 비교해 볼 때, 톤 소음의 주기 외에 불규칙적인 과도한 요동 신호가 섞여 있는 것을 볼

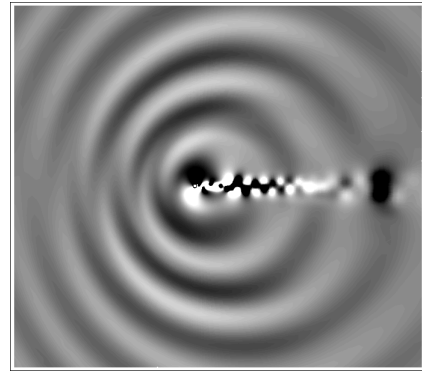


Fig. 5 Instantaneous acoustic field(Shen).

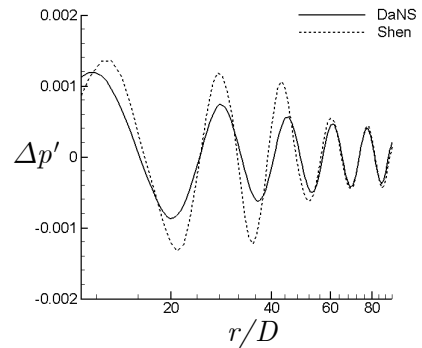


Fig. 6 Comparison of pressure wave at $x=0$ line.

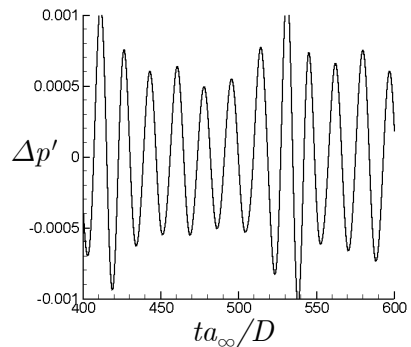


Fig. 7 Time history of pressure wave at $r = 60D$.

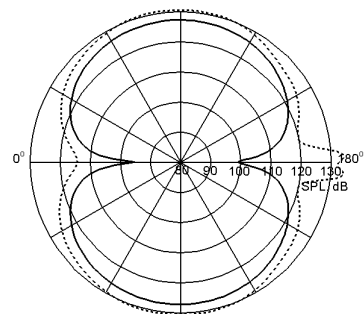


Fig. 8 Directivity patterns of SPL $r = 60D$
(—: DaNS, ---: Shen).

수 있다. 이는 유동-음향 분리 기법을 통해 예측한 소음이 물리적인 톤 소음 이외에 기법적인 오류로 인한 다른 주기의 가상 소음을 포함하게 될 수 있다는 사실을 보여준다. 또한 Fig. 8의 결과에서 볼 수 있는 것처럼 전체적인 소음의 크기도 직접 수치 모사 결과에 비해 과도 하게 예측됨을 확인 할 수 있다.

4. 기존 유동-음향 분리 기법의 수정

4.1 압축성 요동 점성항

전 장에서 보여진 것처럼 기존 유동-음향 분리 기법은 벽면 전단 유동의 소음을 정확히 예측해 내지 못하고 있다. 이러한 현상은 물리적으로 타당하지 않은 벽면 경계 조건과 벽 주위에서 특히 중요한 점성응력의 생략 때문이라 할 수 있다. 벽면 경계 조건의 경우, 식(10)의 압축성 요동 운동량 보존 방정식이 비점성식 이므로 미끄러짐 조건(slip wall)은 선택 가능한 유일한 경계 조건이나, 미끄러짐 조건을 적용하게 되면, 벽면 위에서 벽면과 평행한 방향으로 요동 속도가 발생하게 되고 이로 인하여 압력 요동 값이 영향을 받으며, 추가적인 와류동의 발생으로 불규칙적인 요동 현상이 발생하게 된다. 이는 식(10)의 유도 과정에서 점성항을 생략했기 때문에 발생하는 현상으로, 이 항을 고려하게 되면 점착 조건의 벽면 경계 조건을 적용할수 있음은 물론 압축성 요동에 의해 발생한 와류가 점성항에 의해 근음장에서 소산되어 원음장에 영향을 미치지 않게 된다. 식(10)의 유도 과정에서 나오는 점성항은 압축성 점성 응력과 비압축성 점성 응력의 차이로 본래 복잡한 식이 되지만, 저 마하수의 유동에서는 압축성 점성 계수가 유동장 전체에서 크게 변하지 않으므로 $\mu \simeq \mu_0 = \mu_\infty$ 의 가정을 도입할 수 있다. 이 가정을 도입하면 압축성 요동 점성 응력은 식(13)과 같이 나타나게 된다. 이를 식(10)의 압축성 요동 운동량 보존식에 적용하면 식(12)와 같이 수정되게 된다.

$$\frac{\partial(\rho u'_i + \rho' U_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j(\rho u'_i + \rho' U_i)) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 U_i u'_j) + \frac{\partial p'}{\partial x_i} = \frac{\partial \tau'_{ij}}{\partial x_j} \quad (12)$$

$$\tau'_{ij} = \mu_0 \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u'_k}{\partial x_k} \right) \quad (13)$$

4.2 압축성 요동 에너지 방정식

식(11)의 압축성 요동 에너지 방정식은 그 유도 과정에서 모호한 부분이 있다. 따라서 본 연구에서는 에너지 방정식의 유도를 명확히 하기 위하여 압축성 열에너지 보존 방정식에서 유도를 시작하였다. 압축성 열에너지 보존 방정식은 식(14)와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\gamma - 1} \right) + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{p}{\gamma - 1} \right) + \frac{\gamma p}{\gamma - 1} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \phi - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (14)$$

여기서 ϕ 는 점성 소산항 이며 q_j 는 열 유속이다. 식(14)에 식(4)-(6)의 변수분리를 대입하여 정리하면 식(15)와 같은 압축성 요동 에너지 방정식을 얻는다. 우변의 점성 소산항과 열전도 항은 온도의 영향이 작은 문제의 경우 생략 가능하다.

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + u_j \frac{\partial p'}{\partial x_j} + \gamma p \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} = - \frac{DP}{Dt} + (\gamma - 1) \left(\phi - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \right) \quad (15)$$

4.3 수정된 압축성 요동 방정식

식(12),(15)의 수정된 식을 적용한 유동-음향 분리 기법으로 실린더의 톤 소음을 모사한 결과가 Fig. 9-12에 나타나 있다. Fig. 9는 순간적인 음향장을 나타낸 것으로 Fig. 1에 직접 수치 모사의

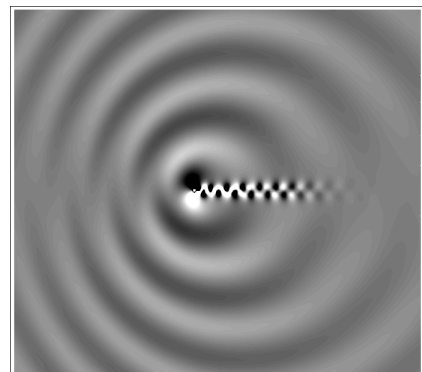


Fig. 9 Instantaneous acoustic field(Present).

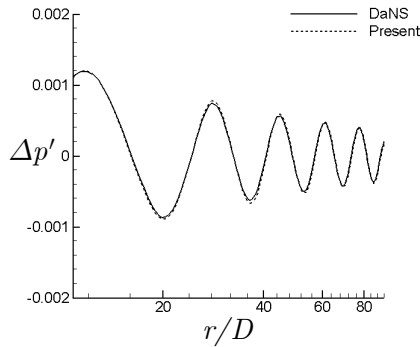


Fig. 10 Comparison of pressure wave at $x=0$ line.

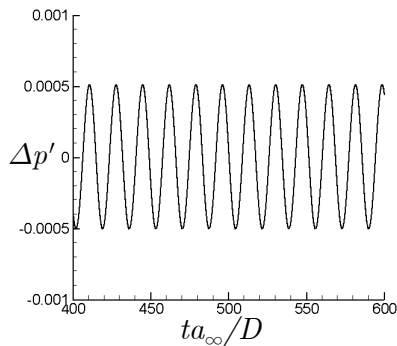


Fig. 11 Time history of pressure wave at $r = 60D$

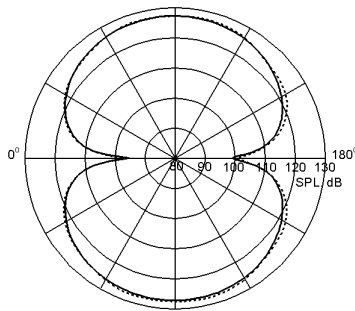


Fig. 12 Directivity patterns of SPL at $r = 60D$
(—: DaNS, ---: Present).

결과와 거의 동일함을 볼 수 있다. Fig. 10 과 Fig. 12 는 음향파의 형상과 지향성 특성을 직접 수치 모사 결과와 비교하여 나타낸 것으로, 모두 직접 수치 모사의 결과와 잘 일치하고 있다.

5. 결론

본 연구는 실린더의 톤 소음 생성을 소음장 직접 수치 모사 방법과 유동-음향 분리 기법을 이용하여 해석하였으며, 두 결과의 비교로부터 기존 유동-음향 분리 기법이 벽면 전단 유동의 소

음을 정확히 모사해 내지 못함을 발견 하였다. 따라서 이를 보완하기 위해 요동 점성항과 에너지 방정식을 새로이 유도하여 기존 유동-음향 분리 기법을 수정하였으며, 수정된 유동-음향 분리 기법의 결과를 직접 수치 모사의 결과와 엄밀히 비교하여 검증함으로써 이 기법이 직접 수치 모사와 거의 같은 정확도로 벽면 전단 유동의 소음을 모사함을 입증하였다.

참고문헌

- (1) Hardin J. C., and Pope, D. S., 1994 "An Acoustic/Viscous Splitting Technique for Computational Aeroacoustics," Theoret. Comput. Fluid Dynamics, Vol. 6, pp. 323-340.
- (2) Shen, W. Z. and Sorenson, J. N., 1999, "Aeroacoustics Modeling of Low-speed Flow," Theoret. Comput. Fluid Dynamics, Vol. 13, pp. 271-289
- (3) Slimon, S. A., Soteriou, M. C., and Davis, D. W., 1999, "Computational Aeroacoustics Simulations Using the Expansion about Incompressible Flow Approach," AIAA Journal, Vol. 37, No. 4, pp. 409-416.
- (4) Lee, D. J. and Koo, S. O., 1995 "Numerical Study of Sound Generation Due to a Spinning Vortex Pair," AIAA Journal, Vol. 33, No. 1, pp. 20-26.
- (5) Lele, S. K., 1992 "Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution", Journal of Computational Physics, Vol. 103, pp. 16-42.
- (6) Gaitoned, D., Shang, J. S., and Young, J. L., 1997, "Practical Aspects of High-order Accurate Finite Volume Schemes for Electromagnetics", AIAA-paper, 97-0363
- (7) Freund, J. B., 1997, "A Proposed Inflow/Outflow Boundary Condition For Direct Computation of Aerodynamic Sound", AIAA Journal, Vol. 35, No. 4, pp. 740-741.
- (8) Inoue, O., and Hatakeyama, N., 2002, "Sound Generation by Two-dimensional Circular Cylinder in a Uniform Flow", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 471, pp. 285-314.