

# 임계노즐을 통한 비정상 기체유동의 초크현상에 관한 연구

김재형<sup>†</sup> · 김희동\* · 박경암\*\*

A Study on the Choke Phenomenon of Unsteady Gas Flow through a Critical Nozzle

Jae-Hyung KIM, Heuy-Dong KIM and Kyung-Am PARK

**Key Words :** Compressible Flow(압축성 유동), Choke Phenomenon(초크현상), Critical Nozzle(임계노즐), Discharge Coefficient(유출계수), Internal Flow(내부유동)

## Abstract

A computational study is performed to better understand the choke phenomenon of unsteady gas flow through a critical nozzle. The axisymmetric, unsteady, compressible, Navier-Stokes equations are solved using a finite volume method. In order to simulate the effects of back pressure fluctuations on the critical nozzle flow, a forced sinusoidal pressure wave is assumed downstream the exit of the critical nozzle. It's frequency is 20kHz and amplitude is varied below 15% of time-mean back pressure. The results obtained show that for low Reynolds numbers, the unsteady effects of the pressure fluctuations can propagate upstream of the throat of critical nozzle, and thereby giving rise to applicable fluctuations of mass flow through the critical nozzle. The effect of the amplitude of the excited pressure fluctuations on the choke phenomenon is discussed in details.

## 1. 서 론

기체 유량의 측정시 사용되는 임계노즐(critical nozzle)은 유동이 노즐 목에서 초크할 경우, 노즐 상류의 압력과 온도만으로 노즐을 통하는 질량유량을 예측할 수 있다. 이러한 유동의 초크현상은 압축성 유동특유의 현상으로, 일단 유동이 노즐 목에서 초크하면, 노즐 하류에서 발생하는 압력조건에 무관하게 노즐 상류의 조건만으로 노즐을 통하는 유동이 결정되게 된다<sup>(1,2)</sup>.

최근까지 행해진 임계노즐에 관한 연구들<sup>(3,4)</sup>을 살펴보면, 임계노즐을 통하는 유동은 노즐 목을 특성길이로 하는 레이놀즈수에 강하게 의존하는 것으로 알려져 있으며, 고레이놀즈 영역에서 작동되는 임계노즐 유동은 기체역학 이론으로 충분히 예측가능하다고 알려져 있다. 그러나 저레이놀즈

수 영역에서 작동되는 임계노즐의 경우에는 노즐 목에서 발생하는 기체의 점성이나 벽면 열전달 등에 큰 영향을 받아 이론예측결과와 실험결과가 잘 일치하지 않는다고 보고되어 있다. 최근 Kim<sup>(5-7)</sup> 등은 임계노즐을 통하는 기체유동을 수치계산을 이용하여 예측하였다. 그 결과 임계노즐을 통하는 기체유동은 레이놀즈수 뿐만 아니라, 노즐의 작동 압력비, 노즐 목의 곡률, 디퓨저의 형상 등에 의하여 영향을 받는다고 보고하였다.

저레이놀즈수 영역에서 작동되는 임계노즐의 경우, 노즐 목에서 발생하는 난류경계층의 두께는 노즐 목 직경의 수퍼센트 정도에 달하게 되며<sup>(8)</sup>, 난류경계층은 음속선(sonic line)을 기준으로 초음속 영역과 아음속 영역으로 구분된다. 이 경우 노즐에서의 초크현상은 비점성 기체역학 이론에서 예측하는 초크현상과는 다른 복합초크(compound conke)현상<sup>(9)</sup>이 발생하게 된다. 따라서 노즐 목 하류에서 발생하는 압력교란이 난류경계층의 아음속 영역을 통하여 노즐 상류로 전파할 수 있게 된다.

실제적으로 노즐 목 하류의 디퓨저내에서 발생하는 충격파가 경계층과 상호간섭을 일으켜 충격파가 상·하류로 강하게 진동하거나, 노즐 끝단에서의 유로 단면적의 급변화 부분에서 발생하는 유동

<sup>†</sup> 안동대학교 기계공학과 대학원

E-mail : kimhd@andong.ac.kr

TEL : (054)820-5622 FAX : (054)823-5495

\* 안동대학교 기계공학부

\*\* 한국표준과학연구원 유체유동그룹

박리나 기타 와류 등으로 인하여, 강한 압력교란이 발생하는 것으로 알려져 있다<sup>(10)</sup>. 이와 같은 압력교란이 노즐 목 상류로 전파하게 되면, 임계노즐을 통하는 질량유량이 시간에 의존하게 되어 더 이상 기준유량계로서의 기능을 수행하지 못하게 된다.

최근 Von Lavante<sup>(11)</sup> 등은 수치해석법을 이용하여, 임계노즐을 통하는 기체유동의 비정상성을 조사하였다. 또 Kim<sup>(12)</sup> 등은 임계노즐 하류의 압력교란이 노즐 목 상류로 전파하게 되는 메커니즘을 규명하였다. 그러나 시간에 의존하는 질량유량의 레이놀즈수, 압력변동의 진폭 및 주파수 등에 관한 의존성은 아직까지 연구되지 않았다.

본 연구에서는 수치해석법을 이용하여, 저레이놀즈수의 영역에서 작동되는 임계노즐을 통하는 비정상 기체유동장을 조사하였다. 수치계산은 압축성 축대칭 Navier-Stokes 방정식을 유한체적법으로 이산화하여 정상유동의 수치해를 구하였으며, 이후 수치계산 영역의 하류에 임의의 진폭과 주파수를 가지는 주기적인 압력변동을 부여하여 비정상 유동장을 해석하였다.

## 2. 수치해석방법

본 연구에서는 임계노즐 하류에서 발생하는 압력변동이 임계노즐을 통하는 비정상 유동에 미치는 영향을 수치적으로 모사하기 위하여,  $k - \epsilon$  난류 모델을 사용하는 축대칭, 압축성 Navier-Stokes 방정식에 유한 체적법을 적용하였다. 수치계산에 적용된 지배방정식의 적분형태는 다음과 같다.

$$\Gamma \frac{\partial}{\partial t} \int_V Q dV + \oint [F - G] dA = 0 \quad (1)$$

여기에서  $F$  와  $G$  는 각각 점성, 비점성 유속벡터,  $Q$  는 주요변수들의 시간중속 벡터를 의미하며, 식 (2)와 같이 정의된다.

$$F = \left[ \rho v, \rho v v_x + p \hat{i}, \rho v v_y + p \hat{j}, \rho v v_z + p \hat{k}, \rho v H \right]^T$$

$$G = \left[ 0, \tau_{xi}, \tau_{ji}, \tau_{zi}, \tau_{ij} v_j + q \right]^T \quad (2)$$

$$Q = \left[ p, v_x, v_y, v_z, T \right]^T$$

위의 식에서  $H$  는 단위질량당 전엔탈피,  $E$  는 내부에너지와 운동에너지를 포함하는 전에너지를 의미하며, 이들의 관계는 다음과 같다.

$$H = E + p / \rho \quad (3)$$

식(1)에 나타나있는 행렬  $\Gamma$  는 다음과 같이 주어진다.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \theta & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ \theta v_x & \rho & 0 & 0 & \rho_T v_x \\ \theta v_y & 0 & \rho & 0 & \rho_T v_y \\ \theta v_z & 0 & 0 & \rho & \rho_T v_z \\ \theta H - \delta & \rho v_x & \rho v_y & \rho v_z & \rho_T H + \rho C_p \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기에서  $\rho_T$  는 일정압력에서 온도와 관련된 밀도이며, 압축성 유동에서  $\delta = 0$  이다. 매개변수  $\theta$  는 다음과 같이 정의된다.

$$\theta = (1/U_r^2) - (\rho_T H + \rho C_p) \quad (5)$$

식(5)에서  $U_r$  은 기준속도,  $C_p$  는 정압비열을 의미한다.

Fig. 1 은 본 연구에 적용된 임계노즐의 개략도와 경계조건을 나타낸다. 노즐 목의 직경을  $D(=0.3\text{mm})$  로 하였을 경우, 공기유동은 유동방향으로 길이  $1D$  의 축소부를 통해 가속된 후, 노즐 목을 지나 초음속 상태로 된다. 이후 길이  $5D$ , 확대반각이  $4^\circ$  인 확대부를 지난 유동은 높이  $5D$ , 길이  $20D$  의 노즐 외부로 유출한다.

경계조건으로는 노즐입구에 pressure inlet, 노즐 외부의 계산경계에는 pressure outlet 조건을 적용하였다. 모든 벽면에는 단열 no-slip 벽조건을 적용하였다.

본 연구에서는 작동압력비( $p_b / p_o$ )가 0.6 인 경우에 정상유동의 해를 구한 후, 노즐 하류의 배압을 여기시켜 비정상해를 구하였다. 노즐 하류의 압력변동을 수치적으로 모사하기 위하여, 그림에 나타난 바와 같이 계산 영역의 하류에 주기적인 압력 변동을  $p_b = 0.6p_o + A \sin(\omega t + \phi)$  로 주었으며, 여기에서  $A$ ,  $\omega$  및  $\phi$  는 각각 진폭, 각 진동수, 위상각을 의미한다.

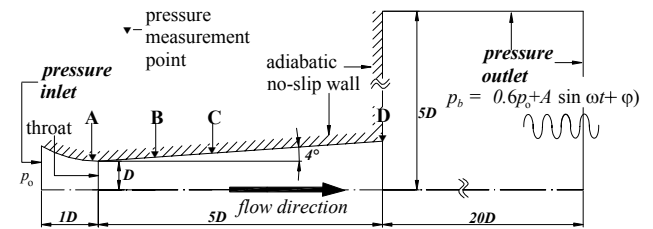


Fig. 1 Schematic diagram of critical nozzle

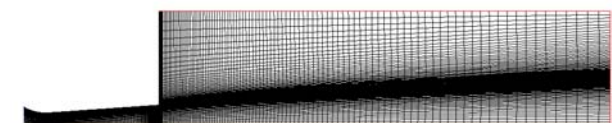


Fig. 2 Typical computational grid system

본 수치계산에서는  $A$ 는 시간평균 배압( $0.6p_0$ )의 1%에서 15%까지 변화시켰으며,  $\omega$ 와  $\phi$ 는  $2\pi \times 20\text{kHz}$ 와 0으로 설정하여 계산을 수행하였다.

그림에 나타난 압력 측정점 A, B, C 및 D는 노즐 목을 원점으로 하는 노즐 중심축을 따르는 거리를  $x$ 로 하였을 때, 각각  $x=-0.1D$ ,  $0.5D$ ,  $2.0D$ ,  $5.0D$ 에 위치한다. 본 연구에서는 각각의 압력측정에서의 시간변동 압력을 구하여, 노즐 유동의 비정상성을 조사하였다.

Fig. 2는 본 연구에 적용된 정렬격자계이며, 격자점은 대략 50000개 정도 사용하였다.

### 3. 결과 및 고찰

Fig. 3은 유출계수( $C_d$ )와 레이놀즈수( $Re$ )와의 관계를 나타낸다. 그림에서 ●는 본 연구에서 얻어진 수치계산 결과이며, 실선은 문헌(3)의 실험결과이다. 문헌(3)의 결과는 노즐 목의 직경이  $0.3\text{mm}$ , 레이놀즈수의 범위가  $9.0 \times 10^2 < Re < 4.4 \times 10^3$ 으로서, 본 수치계산조건과 임계노즐의 형상이 매우 유사하다.  $1/(Re)^{1/2}$ 가 증가할수록 경계층의 영향은 증가하여, 유출계수의 값은 낮아진다. 본 연구에서 얻어진 수치계산 결과와 실험결과는 상당히 잘 일치하고 있다.

Fig. 4는 노즐 중심축과 벽면을 따르는 국소정압의 분포를 나타낸다. 그림에서 횡축의  $x/D$ 는 노즐 목을 원점으로 하는 축방향 거리  $x$ 를 노즐 목의 직경  $D$ 로 무차원한 값이며, 종축은 국소정압  $p$ 를 노즐 상류의 정체압  $p_0$ 로 무차원한 값이다. 레이놀즈수( $Re$ )가 7470의 경우, 중심축을 따르는 유동은 노즐 목을 지나 초음속으로 가속하며,  $x/D$ 가 약 1.3인 위치에서 충격파가 발생한다. 이후 노즐 벽면의 경계층과 충격파의 간섭으로 인하여 유동은 다시 팽창(post-shock expansion)되며, 1차 충격파 후방에 의사 충격파(pseudo-shock)가 발생한다.  $Re = 7470$ 인 경우에 벽면에서의 국소정압 분포는 중심축에서의 정압분포와는 상당히 다르게 나타나고 있다. 벽면에서 충격파는 약  $x/D = 1.0$ 에서 발생한다. 이것은 충격파가  $\lambda$ 형태로 발생하기 때문이다. 레이놀즈수가 3740인 경우의 노즐 중심축을 따르는 국소정압분포를 보면, 1차 충격파의 위치는 약  $x/D = 1.1$ 이며, 1차 충격파와 의사충격파의 강도는 레이놀즈수가 7470인 경우에 비해 다소 낮게 나타나고 있다. 레이놀즈수가 7470, 3740 및 1840인 경우에는 노즐 목 상류에서의 노즐 중심축을 따르는 국소정압분포가 거의 같은 값으로 예측되지만, 레이놀즈수가 500인 경우에는 국소정압이 동일한 축상의 거리에서 좀더 높은 값을 가진다. 레이놀즈수가 500인 경우, 노즐벽면에서의 정압분포와 중심축에서의 정압분포는 거의 동일한 값으로 예측되며, 노즐목을 지나 유동의 압력은 단조롭게 증가하는 경향을 보인다.

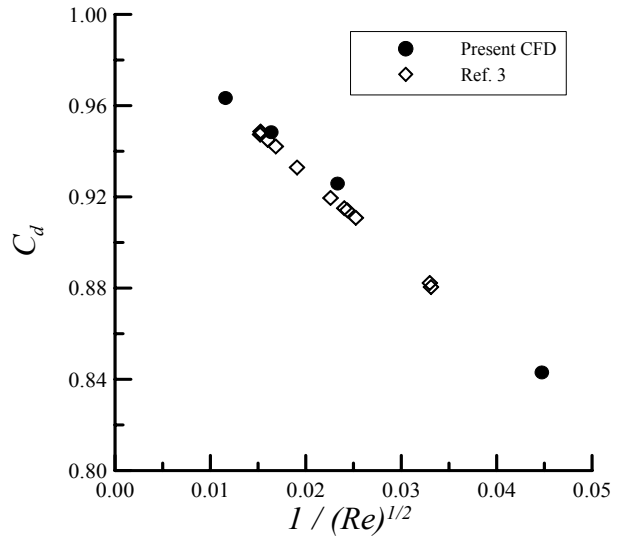


Fig. 3 Discharge coefficient ( $C_d$ ) vs  $1/(Re)^{1/2}$

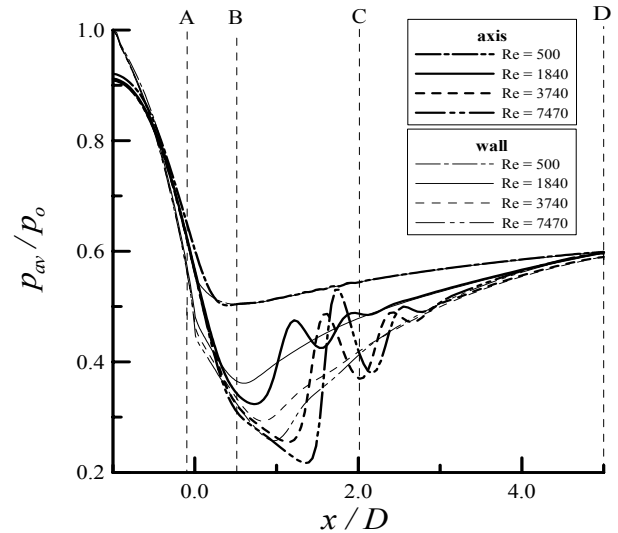


Fig. 4 Time-mean static pressure distributions

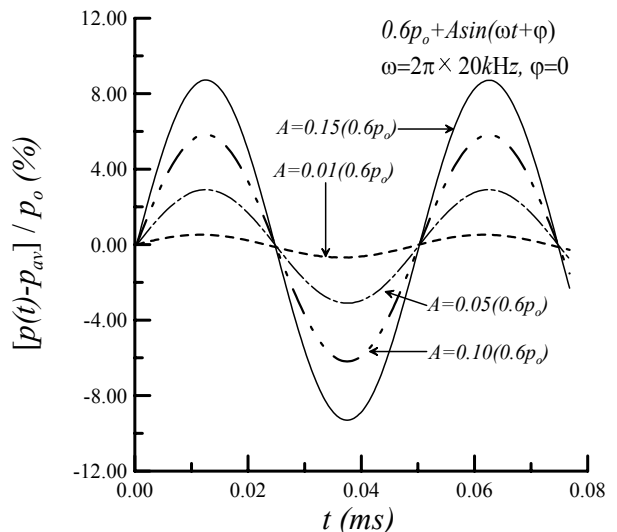


Fig. 5 Excited back pressure signals

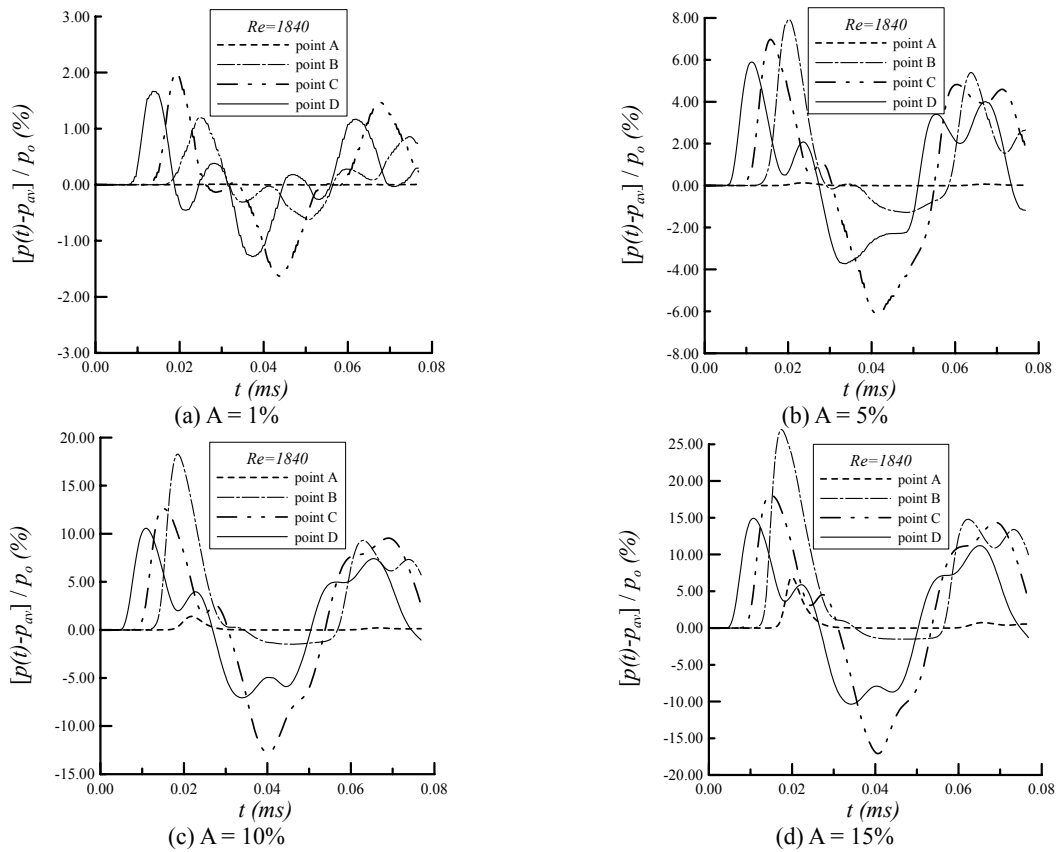


Fig. 6 Pressure – time histories at each point ( $Re=1840$ )

Fig. 5 노즐 하류의 압력변동을 모사하기 위해 적용한 주기적인 배압변동을 나타낸다. 그림의 종축은 시간의존 압력( $p$ )와 시간평균압력( $p_{av}$ )의 차를 노즐 상류의 전압( $p_0$ )로 무차원하여 나타내었다. 본 연구에서 적용한 배압변동은  $\omega = 2\pi \times 20kHz$ ,  $\varphi = 0$  로 동일하며, 진폭  $A$  는 시간평균 배압( $0.6p_0$ )의 1%에서부터 15%까지 변화시켰다.

Fig. 6 은 레이놀즈수가 1840 인 경우, 각각의 압력측정점에서의 시간변동 압력을 나타낸다. 노즐 하류 배압변동의 진폭이 시간평균 배압의 1%인 Fig. 6(a)의 경우, 압력측정점 A 에서의 압력은 시간에 의존하지 않는다. 그러나 Fig. 6(b)의 경우에는 A 점에서의 압력이 미소하게 변화하고 있으며, 배압변동의 진폭이 증가할수록 점차 큰 변화가 발생하고 있다. 모든 주기적인 배압변동에 대해 노즐 내부의 각 압력측정점에서의 압력변동의 응답성은 유사하게 나타나고 있다. Fig. 6(a)의 경우를 제외한 (b),(c) 및 (d)의 경우, 시간 변동 압력의 최대 진폭은 압력측정점 B 에서 발생하고 있다. 이것은 디퓨저에서의 선두 충격파의 위치가 B 점 바로 하류에 위치하기 때문이다. 따라서 노즐 하류의 배압이 상승할 경우 충격파의 위치는 노즐 상류쪽으로 이동해가며, 이로 인해 약  $t=0.2ms$  가 되면 최대진폭이 발생할 것으로 예상된다. 압력측정점 B 에서의 최대진폭과 C 와 D 에서의 최대진폭

의 차이를 비교해보면, Fig. 6(c)와 (d)의 경우에는 상당히 크게 나타나지만 Fig. 6(b)에서는 상대적으로 큰 차이가 발생하지 않는다. 이것은 노즐 하류의 배압변동의 진폭이 작을수록 충격파의 순간변위가 크게 변하지 않기 때문으로 판단된다. 또 약  $t=0.04ms$  가 되면, 최소 진폭이 압력측정점 B 에서 발생한다. 이러한 현상도 노즐 하류 배압 변동으로 선두 충격파가 진동하기 때문이다. 즉 노즐 하류의 배압의 감소로 충격파의 순간변위가 노즐 하류로 이동하면 유동의 팽창이 커지는 것으로 판단된다.

Fig. 7 은 임계노즐을 통하는 질량유량의 시간변화를 나타낸다. 그림에서 종축은 시간의존 질량유량( $\dot{m}$ )을 정상유동에서 초크한 경우의 질량유량( $\dot{m}_c$ )으로 무차원한 값이다. Fig. 7(a)는 노즐 하류 배압변동의 진폭이 시간평균배압의 1%인 경우로 레이놀즈수가 500 인 경우를 제외하고는 질량유량의 변동이 발생하지 않는다. 노즐 하류의 배압변동의 진폭이 5%인 Fig. 7(b)의 경우, 임계노즐을 통하는 질량유량의 변동폭은 Fig. 7(a)의 경우보다 커진다. Fig. 7(c)와 (d)에서는 임의의 시간에서의 질량유량이 초크한 경우의 질량유량의 약 4 ~ 8% 정도까지 감소한다. 또 배압변동의 진폭이 증가함에 따라 더 높은 레이놀즈수에서도 질량유량의 시간변동이 나타나고 있다. 질량유량의 변동이 최초

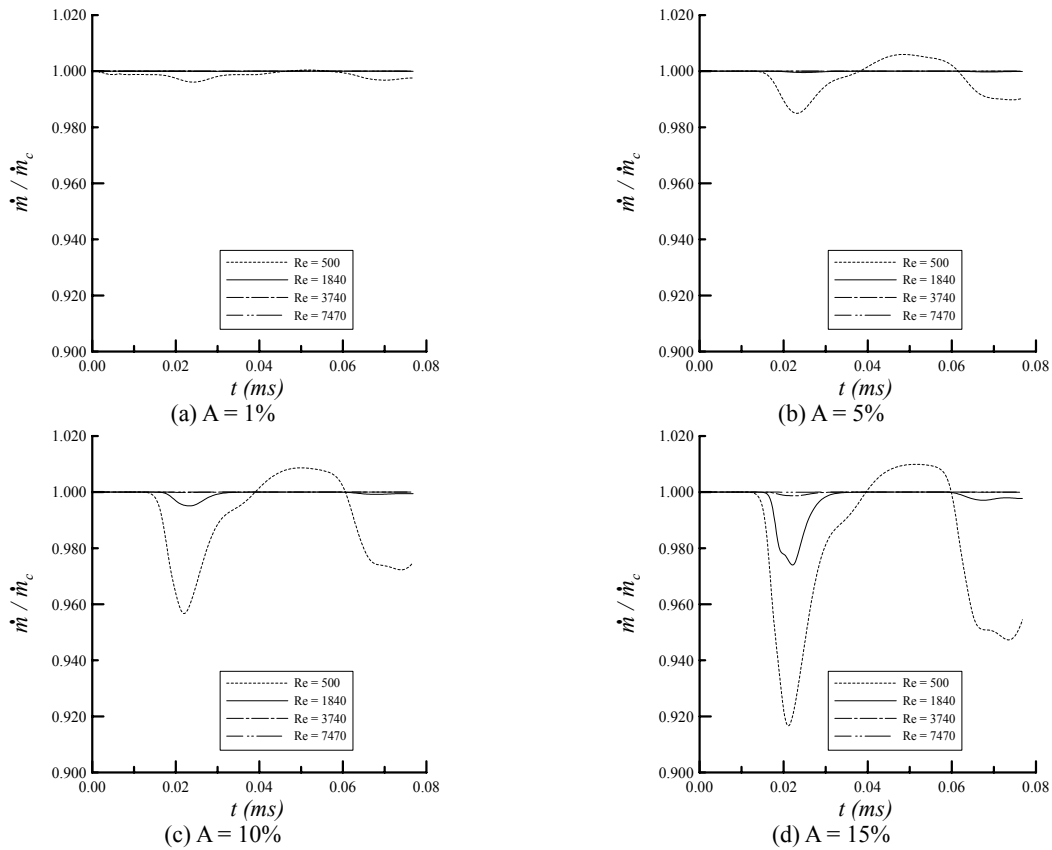


Fig. 7 Mass flow rate fluctuations with time

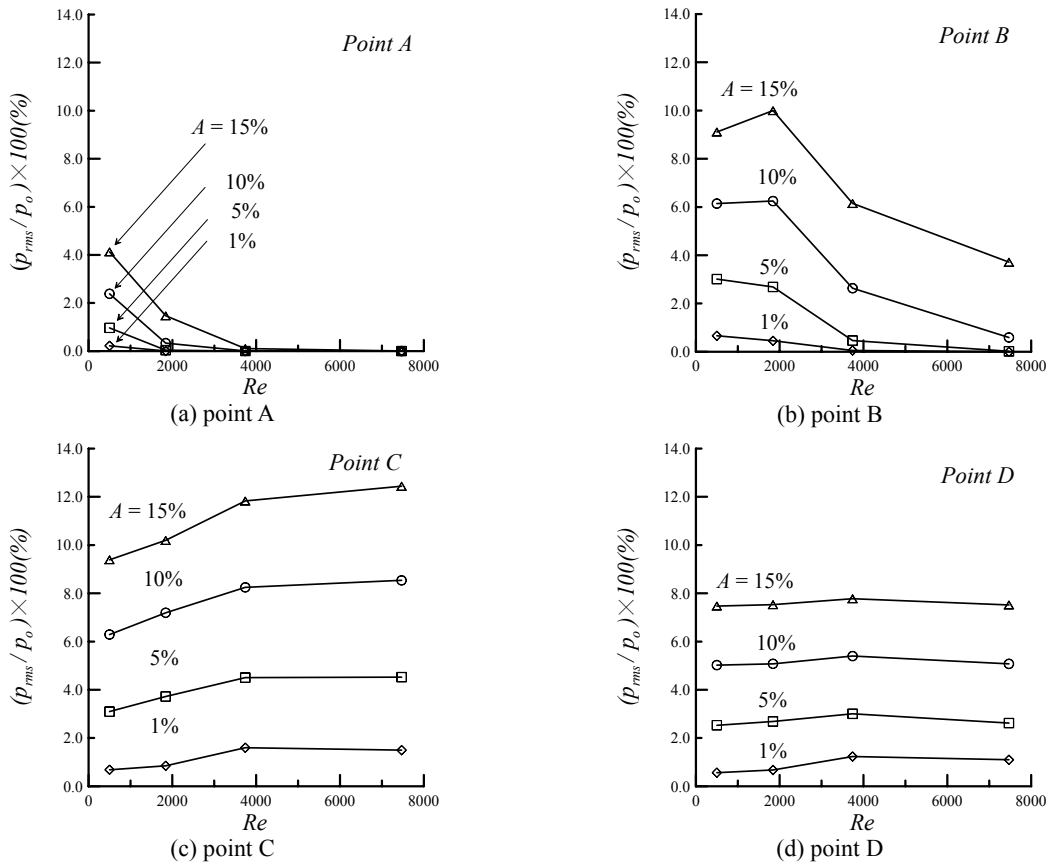


Fig. 8 Variations of  $p_{rms}$  with Reynolds number

로 야기되는 시간은 모든 배압변동의 진폭에 대해서  $t=0.02ms$  이하로 거의 유사하게 나타나고 있다. 또 최소의 질량유량이 나타나는 시점과 시간평균 질량유량보다 큰 질량유량이 나타나는 시간구간 등은 거의 유사하지만, 노즐 하류의 배압 변동의 진폭이 커질수록 다소 앞선 시간에서 나타나고 있다. 그러나 본 연구에서와 같이 배압 변동의 주파수가 일정한 경우에는 질량유량의 변동형태가 거의 동일하게 나타나는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 8 은 각 압력측정점 위치에서의 레이놀즈수의 변화에 따른 압력변동의 rms(root-mean-square)값을 나타낸다. 먼저 Fig. 7(a)의 압력측정위치 A 의 경우, 배압변동의 진폭이 15%, 레이놀즈수가 500 인 경우에는  $p_{rms}$  가 노즐 상류 전압( $p_o$ )의 약 4%까지 변하고 있다. 레이놀즈수가 점차 낮아짐에 따라서  $p_{rms}$  는 낮아지며, 레이놀즈수가 7470 이 되면 진폭의 크기에 관계없이  $p_{rms}$  가 0%로 접근하게 된다. Fig. 8(b)의 압력측정점 B 에서의  $p_{rms}$  도 A 측정점에서와 동일한 경향을 나타내고 있다. 그러나 Fig. 7(c)와 (d)에서는 레이놀즈수가 증가함에 따라서  $p_{rms}$  값이 일정한 값으로 접근하지 않고 일정한 값으로 유지되는 경향을 나타낸다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 임계노즐 하류의 배압의 시간변동하는 경우, 임계노즐을 통하는 비정상 기체 유동장을 모사하기 위하여, 비정상, 축대칭, 압축성 Navier-Stokes 방정식을 적용한 수치해석 방법을 수행하였다. 본 연구에서 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 임계노즐 하류의 배압변동의 주파수가 일정한 경우 노즐 내부의 압력변동의 응답성은 배압변동의 진폭에 관계없이 유사한 형태로 나타난다.
- 2) 임계노즐을 통하는 질량유량은 노즐 하류의 압력 변동에 의존하며, 배압변동의 진폭이 증가할수록 질량유량은 크게 변동한다.
- 3) 배압 변동의 진폭이 증가할수록 상대적으로 높은 레이놀즈수에서도 질량유량의 변동이 발생한다.
- 4) 노즐 목 상류에 압력 변동은 배압 변동의 진폭이 1 ~ 15%까지 변화할 경우, 레이놀즈수가 7470 이상이 되면 0 으로 접근하는 경향을 보인다. 그러나 노즐 목 하류에서의 압력변동은 레이놀즈수에 관계없이 일정하게 유지된다.

#### 후 기

본 연구는 2003 년 한국표준과학연구원의 연학

협동연구사업의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Kim, H. D., Kim, T. H. and Woo, S. H., 1999, "Further Consideration on Internal Gas Flow Choke," KSME Proceedings of spring meetings, Series (B), pp. 379~384.
- (2) Liepmann, H. W. and Roshko, A., 1957, "Elements of Gasdynamics," John Wiley & Sons, Inc., Chapter. 2.
- (3) Nakao, S., Yokoi, Y. and Takamoto, M., 1996, "Development of a Calibration Facility for Small Mass Flow Rates of Gas and Uncertainty of a Sonic Venturi Transfer Standard," J. Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 7, pp. 77~83.
- (4) Park, K. A., Choi, Y. M., Cha, T. S. and Yoon, B. H., 2001, "Evaluation of Critical Pressure Ratio of Sonic Nozzles at Low Reynolds number," J. Flow Measurement and Instrumentations, Vol. 12, pp. 37~41.
- (5) Kim, J. H., Kim, H. D. and Park, K. A., 2002, "The Influence of the Diffuser Divergence Angle on the Critical Pressure of a Critical Nozzle," Proceedings of the 2<sup>nd</sup> NCFE, pp. 131~134.
- (6) Kim, H. D., Kim, J. H., Park, K. A., Setoguchi, T. and Matsuo, S., 2002, "Study for the Gas Flow through a Critical Nozzle," IMechE J. Mechanical Engineering Science (in press).
- (7) Kim, J. H., Woo, S. H., Kim, H. D. and Park, K. A., 2002, "Study of the Discharge Coefficient and Critical Pressure Ratio of Gas Flow through a Critical Nozzle," KSME, Proceedings of spring meeting, pp. 1654~1659.
- (8) Kim, J. H., Woo, S. H., and Kim, H. D., 2001, "A CFD Prediction of a Micro Critical Nozzle Flow," KSME Proceedings of autumn meeting, Series(B), pp. 652~657.
- (9) Lee, J. H., Baek, S. C., Choi, B. G. and Kim, H. D., 2003, "A Study of the compound Choking Phenomenon in Gas Flows," J. KSME, Series (B), Vol. 27, No. 1, pp.54~60.
- (10) Matsuo, K., Miyazato, Y. and Kim, H. D., 1999, "Shock Train and Pseudo-Shock Phenomena in Internal Gas Flows," J. of progress in Aerospace Sciences, Vol. 35, pp. 33~100.
- (11) Von Lavante, E., Zachcial, A., Nath, B. and Dietrich, H., 2000, "Numerical and Experimental Investigation of Unsteady Effects in Critical Venturi Nozzles," J. of Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 11, pp. 257~264.
- (12) Kim, H. D., Kim, J. H., Park, K. A., Setoguchi, T. and Matsuo, S., 2002, "Study of the Unsteady Effects on the Gas Flow through a Critical Nozzle," ASME J. of Fluids Engineering (in press).