

# 근사 최적화 기법을 이용한 3 차원 압출공정에서 플로우 가이드 형상의 최적 설계

이석렬\* · 양동열\*

## Design Optimization of Flow Guide by an Approximation Approach in Three-dimensional Extrusion Processes

S. R. Lee and D. Y. Yang

### Abstract

A scheme of shape optimization by new approximation approach is applied to design of a flow guide in three-dimensional extrusion processes. The optimization scheme is presented to reduce computation time for the optimization process and applied to an H-section extrusion problem for verifying the efficiency and the usefulness. The object of optimization is to minimize the deviation of exit velocity and control points of a Bezier curve describing the shape of the flow guide are regarded as design variables. The effectiveness of the proposed scheme is then demonstrated through the applied example.

**Key Words** : Optimization, Extrusion, Flow Guide, Approximation

### 1. 서 론

최근 장비 및 해석 툴의 발달로 압출이나 단조공정과 같은 대형 비선형성의 문제에도 최적화 기법이 적용되고 있다. 주로 금형 형상의 설계나 소재의 예비형상 설계에 적용되고, 최적화 과정에서 필요한 여러 함수값들은 유한요소해석으로부터 얻어진 결과를 이용한다. 설계최적화를 위한 목적함수로는 소재의 정형형상, 소재의 물성(온도 분포, 유효변형률 분포), 금형의 마모정도, 성형하중 등을 개선하기 위한 수학적 함수가 주로 사용되어 왔고<sup>(1-5)</sup>, 조직의 미세구조(mirco-structure)를 조절하기 위한 함수도 사용되고 있다<sup>(6)</sup>. 최적화시의 설계변수로 금형의 형상을 표현하는 변수들을 사용하는데, 설계변수의 수를 줄이고 수치적으로 다루기 위해 금형 형상을 베지어 곡선, 스플라인

곡선 등으로 표현한 후, 이 곡선의 조정점(control point)을 설계변수로 사용한다.

지금까지의 단조나 압출에서 최적화에 대한 연구들은 계산비용 면에 대해서는 크게 고려되지 않았다. 최적화의 대상이 되는 금형 형상을 몇 개의 조절점을 가지는 스플라인 곡선으로 표현하여 설계변수 수를 줄임으로써 축차횟수가 크게 증가되는 것을 방지했고, SQP, BFGS 방법 등의 축차횟수가 비교적 적은 최적화 방법을 사용하지만 실제 3 차원 문제에 적용하기 위해서는 막대한 계산비용을 감수해야 한다.

따라서, 단조나 압출과 같이 해석비용이 매우 큰 대형 비선형 문제를 최적화 할 경우, 해석 횟수를 최소화할 수 있는 효율적인 최적화 방법이 더욱 절실히 필요하다. 이 논문에서는 함수 호출 횟수(function call)를 효과적으로 줄일 수 있는 최

\* 한국과학기술원 기계공학과

적화 접근방법을 제시하고, 3 차원 압출 문제에 적용하여 이 방법의 효율과 유용성을 검증하였다.

## 2. 근사 최적화 방법

최적화 방법 중 근사화 기법은 목적함수의 해석 비용이 큰 문제에 주로 적용된다.<sup>(7-9)</sup> 최적화 과정 중 목적함수의 값은 주로 유한요소해석 결과데이터로부터 구하는데, 압출이나 단조와 같 소재의 유동이 비선형성 특성을 가지고 있는 경우는 1 회 유한요소해석에도 막대한 해석시간이 필요하므로, 축차(iteration) 횟수나 함수호출(function call) 횟수를 획기적으로 줄이는 방법이 필요하다.

본 연구에서는 다음과 같은 새로운 근사최적화 방법을 제안한다. 목적함수는 유한요소해석 결과로 얻어진 여러 변수값의 조합으로 정의되는데, 먼저 각 변수들을 설계변수에 대해 근사화시킨다. 또 이렇게 만들어진 근사 목적함수가 볼록(convex) 함수가 되도록 2 차의 근사를 해 준다. 이렇게 도메인 변수(domain variable)에 기초한 근사 최적화 방법의 알고리즘은 다음과 같다.

**Step 1 :** 목적함수  $\varphi$  와 설계변수  $\eta$  를 정의한다.

$$\varphi = \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$

**Step 2 :** 초기 설계변수로 domain 을 유한요소해석한다.

$$\mathbf{K}(\mathbf{u}, \mathbf{x})\mathbf{u} = \mathbf{F}(\mathbf{u}, \mathbf{x})$$

**Step 3 :** 목적함수의 변수인  $\mathbf{x}$  와  $\mathbf{u}$  의 설계변수에 대한 미분치를 구한다.

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \eta} = \frac{\partial \mathbf{x}(\eta)}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \eta}; \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{u}} \mathbf{u} + \mathbf{K} - \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}} \right) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \eta} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \eta} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \eta} \mathbf{u}$$

**Step 4 :** 목적함수의 변수들을 근사화한다.

If ( Iteration Number.eq.0 )

$$\mathbf{x} \approx \mathbf{x}^0 + \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \eta} \Delta \eta, \mathbf{u} \approx \mathbf{u}^0 + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \eta} \Delta \eta$$

Else

$$\mathbf{x} \approx \mathbf{x}^n + \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \eta} \Delta \eta + \Theta(\mathbf{x}^{n-1}, \eta, \Delta \eta),$$

$$\mathbf{u} \approx \mathbf{u}^n + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \eta} \Delta \eta + \Psi(\mathbf{u}^{n-1}, \eta, \Delta \eta)$$

**Step 5 :** 목적함수를 근사화한다.

$$\varphi = \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \approx \tilde{\varphi}(\mathbf{x}(\eta), \mathbf{u}(\eta)) = \tilde{\varphi}(\eta)$$

**Step 6 :**

If ( $\tilde{\varphi}$  is convex )

Sub-problem 의 최적화를 수행한다.

$$\min \tilde{\varphi}(\eta)$$

$$\text{s.t. } g_i(\eta) \leq 0 \text{ and } h_j(\eta) < 0$$

Else

$$(1) \mathbf{x} \approx \mathbf{x}^n + \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \eta} \Delta \eta + \Theta(\mathbf{x}^{n-1}, \eta, \Delta \eta),$$

$$\mathbf{u} \approx \mathbf{u}^n + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \eta} \Delta \eta + \Psi(\mathbf{u}^{n-1}, \eta, \Delta \eta)$$

(2) Goto Step 6

**Step 7 :** Check the convergence

If ( $\varphi$  is converged) Goto Step 8

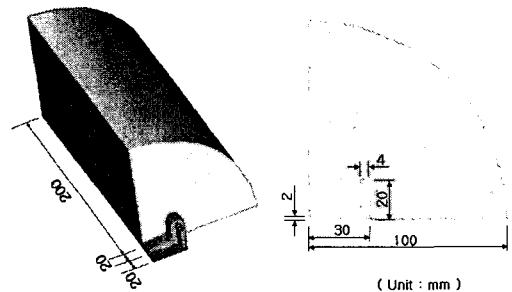
Else (1) Update  $\eta$

(2) Goto Step 2

**Step 8 :** End

## 3. 'H' 형상의 압출 적용

제안한 최적화 방법을 적용할 H 형상 압출은 은 Fig. 1 와 같고, 대칭성 때문에 1/4 의 형상만을 해석에 이용하였다.



**Fig. 1** The dimension of an extrusion part for in an H-section extrusion

플로우 가이드의 초기 형상은 H 형 압출된 형상에서 4 mm 의 윗셋을 가진 형상으로 모두 10 개의 조정점을 갖는 베지어 곡선으로 표현하였다. 같은 형상을 표현할 수 있는 조정점의 위치값의

셋은 유일하지 않고, 또 다른 세트가 존재할 수 있지만, 최적화를 수행하는데는 무관하다. 10 개의 조정점을 갖는 베지어 곡선을 사용할 때, 설계변수는 모두 20 개가 되지만, 형상의 대칭성 때문에 설계변수 수가 16 개로 감소한다. 이때 주어지는 구속조건은 다음과 같다.

- B.C. (i)  $x_0 = 0, y_0 = 0$  ; 대칭면상  
 (ii)  $x_8 = x_9, y_0 = y_1$  ; 대칭면에서 형상의 기울기가 대칭면과 수직

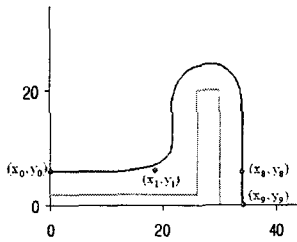


Fig. 2 Design constraints of the flow guide

목적함수는 식 1, 수렴조건은 식 2 와 같이 정의하였다.

$$\phi = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \left( \frac{v_i - \bar{v}}{\bar{v}} \right)^2}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (1)$$

$$\text{where, } \bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i v_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

$$\left| \frac{\phi^{i+1} - \phi^i}{\phi^i} \right| < 10^{-4} \quad (2)$$

최적화 결과, 3 번의 축차 후에 수렴조건을 만족시켰고, 해가 '0'으로 접근하였으므로, 수렴된 해는 전체해라는 것을 알 수 있다. 3 번의 축차가 진행되었기 때문에 유한요소해석을 한 회수는 초기해석을 포함하여 총 4 회이다. 최적화된 플로우 가이드의 형성된 형상은 Fig. 3 과 같다.

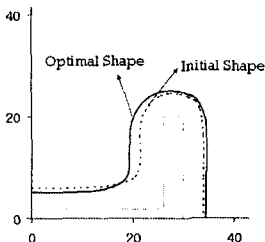


Fig. 3 Initial and optimal shape of flow guide

초기 플로우 가이드 형상과 최적화된 형상을 사용한 유한요소해석 결과는 그림 4 와 같다. H 형상의 중심부에서 출구속도가 빠르므로 최적화된 형상은 중심부의 유동을 줄여주고 바깥쪽으로 유도되도록 한다. Fig. 5 는 H 형상의 특성선을 따라 속도의 편차를 그래프로 나타낸 것으로, 최적화 결과 H 형상의 모든 단면에서 균일한 속도 분포를 볼 수 있다.

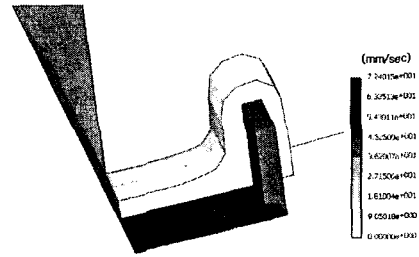


Fig. 4(a) Distribution of exit-velocity before optimization

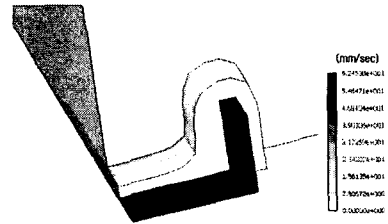


Fig. 4(b) Distribution of exit-velocity after optimization

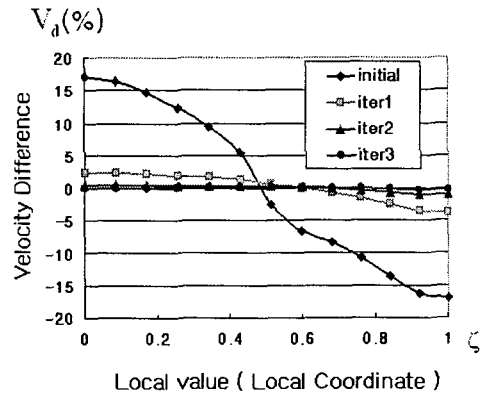


Fig. 5 Velocity difference along the characteristic line

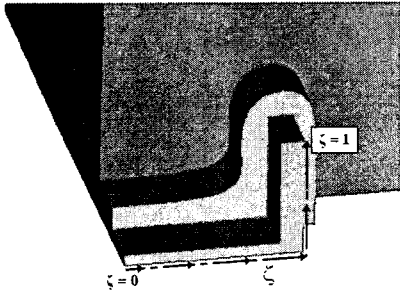


Fig. 6 Local value defined along a characteristic line

#### 4. 결론

본 연구에서는 이러한 최적화의 어려움을 해결하고자 최적화 함수를 근사화하여 함수 호출 횟수를 수 회로 줄이는 방법을 제안하였다.

제안된 방법의 유용성을 살펴보기 위해 다음의 압출공정에 적용하였다. 'H' 형상의 압출공정에서 플로우가이드 형상을 설계변수로 하고, 출구부의 압출재 단면의 압출속도가 균일하게 하였다. 또한 플로우가이드 형상의 최적화 과정에서, 각각 3 회와 4 회의 유한요소해석만을 수행함으로써, 계산시간을 획기적으로 줄였다.

추후의 연구에서는 다양한 목적함수에 대한 적용과 다른 공정에의 적용이 필요하다.

#### 참고 문헌

- (1) Joun, M.S. and Hwang, S. M., 1998, "Die shape optimal design in three-dimensional shape metal extrusion by the finite element method", *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 41, pp. 311-335.
- (2) Fourment, L., Vieilledent, D., Chung, S. H., Chenot, J. L. and Spence, P. J., 2001, "Direct differentiation and adjoint state methods for shape optimization of non-steady forming processes", *Simulation of Material Processing : Theory, Methods and Applications*, pp. 133-138.
- (3) Ganapathysubramanian, S. and Zabaras, N., 2003, "Computational design of deformation processes for materials with ductile damage", *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.*, Vol. 192, pp. 147-183.
- (4) Zhao, G, Huff, R., Hutter, A. and Grandhi, R. V., 2002, "Sensitivity analysis based preform die shape design using the finite element method", *J. Mater. Proc. Technol*, Vol. 128, pp. 25-32
- (5) Shim, H.B., 2003, "Optimal preform for the free forging of 3D shapes by the sensitivity method", *J. Mater. Proc. Technol*, Vol. 134, pp. 99-107
- (6) Lee, S. K, Ryu, K. H. Lee, S. B. Ko, D. C. and Kim, B. M., 1999, "Optimal die design for uniform microstructure in hot extruded product", *Trans. Mater. Proc.*, Vol. 8, No. 5, pp. 471-481.
- (7) Fluery, C. and Zhang, W. H., 2000, "Selection of appropriate approximation scheme in multi-disciplinary engineering optimization", *Advanced in Engineering Software*, Vol. 31, pp. 385-389.
- (8) Kleinermann, J. P. and Ponthot, J. P. 1998, "Parameter identification of material models using the 'GCMMA' method", *Simulation of Material Processing : Theory, Methods and Applications*, 149-155
- (9) Zhang, W. H., "A modification of convex approximation methods for structural optimization", *Computers & Structures*, Vol. 64, No. 1-4, pp. 89-95.