

## Kirchhoff-BEM 을 이용한 Plenum Fan 소음해석

송우석\* · 장근정\*\* · 이승배\*\*\*

### Acoustic Analysis of Plenum Fan using Kirchhoff-BEM

W.-S. Song\*, G. J. Jang\*\* and S. Lee\*\*\*

**Key Words :** Plenum Fan(플레늄 헌), Kirchhoff Surface, Boundary Element Method(경계요소법),  
Ffowcs Williams-Hawkins(FW-H) 방정식, Dipole Source(이극자 음원), Loading Noise(하중소음)

#### ABSTRACT

To numerically construct the sound fields by a plenum fan mostly found in Air-Handling Unit (AHU), the Kirchhoff-BEM approach was applied to the near-field data of a turbo fan. The scattering effects were found to be significant by the plenum box structure for high-frequency components of source. The directivity patterns and sound pressure levels were also dependent upon the helmholts number which must be considered of the design stage for sound reduction program.

#### 1. 서 론

기술이 고도로 발전함에 따라 발생하는 많은 소음 원들에 대한 개선과 법적 규제의 필요성이 날로 높아 가고 있다. 더욱이 소음원이 다양해지면서 그 수준도 점차 높아 가고 있는 실정이다. 산업용, 사무기기, 가전제품에 적용되는 헌 중 가장 활용도가 높은 축류형 헌의 성능을 향상시키려는 노력이 어느 정도 성과를 거두면서, 헌의 저소음화에 대한 많은 시도가 이루어지고 있다. 그러나 많은 변수들로 인해 각 변수들의 소음에 대한 기여도 평가 및 이를 고려한 설계는 어려운 실정이다.

외국에서는 터보기계의 설계 단계 중 기초설계에서 다양한 소프트웨어, 예를 들면 평균유선법 (Mean-line Analysis), 유한요소해석(FEA), 전산유체역학(CFD), 3차원 날개설계, 간이모형제작(Rapid Prototyping)의

OLE(Object Linking Embedding)를 이용한 조합 및 DFMA(Design For Manufacturing and Assembly) 기법 적용의 동시설계공학이 도입되고 있다.<sup>(1)</sup>

현재 헌의 소음해석은 다음의 방법들을 기초로 하고 있다: 헌 설계변수에 의해 예측되는 양력계수분포를 이용하여 비정상 하중소음을 예측하는 방법,<sup>(2)</sup> 그리고 날개후단에서의 와동모델을 바탕으로 한 비정상 양력에 의한 소음예측방법<sup>(3)</sup> 및 헌 날개 주위의 비정상 와동을 비접성 혹은 접성적 방법으로 계산한 후, 이를 바탕으로 음향학적 상사성 이론 및 케이싱 등에 의한 산란, 반사 및 회절을 계산하는 경계요소법(BEM)을 통해 소음을 예측하는 방법<sup>(4)</sup> 그리고 삼차원 난류유동을 계산한 후, 이와 함께 전산공력음향학(CAA)을 이용하는 방법이다.

본 연구에서는 공기조화기(AHU ; Air Handling Unit)에 많이 적용되는 플레늄 헌 날개에 작용하는 토크를 고려하여 FW-H(Ffowcs Williams-Hawkins) 방정식<sup>(5)</sup>을 이용한 근접장 소음계산을 수행하였으며, 계산된 결과를 Kirchhoff 면상의 음원으로 하여 헌 주

\* 인하대학교 기계공학과  
E-mail : songfory@hotmail.com

\*\* (주) 에어로네트

\*\*\* 인하대학교 대학원 기계공학부

위의 구조물로 인한 산란효과를 고려한 음향장 해석을 수행하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 경계요소법

본 연구는 경계요소법(BEM)의 적분방정식을 Green의 제 2 정리를 이용하는 방법을 기초로 한다. Green 함수  $G$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\nabla^2 G + k_0^2 G = -\delta(x-y) \quad (1)$$

여기서  $\delta$ 는 델타 함수,  $x$ 와  $y$ 는 각각 음향장 내의 관측점(field point)과 음원의 위치를 의미한다.

Helmholtz 방정식을 전 영역에 대해 적분하고, Green의 제 2 정리를 통해 정리하면 경계요소법의 기본방정식인 Kirchhoff-Helmholtz 적분방정식이 된다.

$$C(x)\phi(x) = \int_S [G(x|y) \frac{\partial \phi(y)}{\partial y} - \frac{\partial G(x|y)}{\partial y} \phi(y)] dS(y) \quad (2)$$

또한 적분 경계면이 아닌 외부 혹은 내부 음향장에 음원이 있을 때의 비균일 파동방정식으로부터 유도된 Helmholtz 방정식은 우변에 음원항을 갖는 비균일 방정식이 된다.

$$\nabla^2 \phi + k_0^2 \phi = -Q_{sc} \quad (3)$$

식 (1)와 같이 Green 함수를 정의하면 다음 형태의 Kirchhoff-Helmholtz방정식이 유도된다.

$$C(x)\phi(x) = \int_S [G(x|y) \frac{\partial \phi(y)}{\partial y} - \frac{\partial G(x|y)}{\partial y} \phi(y)] dS(y) + \int_V Q_{sc}(x_{sc}) G(x, x_{sc}) dV \quad (4)$$

우변의 표면 적분식에서 첫째 항은  $y$ 위치에서의 단극자 음원의 효과를 나타내며, 둘째 항은  $y$ 위치에서의 이극자 음원의 효과를 나타낸다. 따라서 어떠한 면적 적분도 음향학적 상사성에 기초하여 단극자 음원과 이극자 음원의 조합으로 모델링 할 수 있게 된다.

이러한 Kirchhoff-Helmholtz 방정식은 다음과 같이 수치적 계산이 가능한 선형행렬의 조합으로 정리된다.

$$\{p\}_f = [D]_f \{p\}_s + [M]_f \{v\}_s \quad (5)$$

여기서  $[M]$ 과  $[D]$ 는 각각 단극자와 이극자 음원의 효과를 나타내는 행렬이며,  $\{p\}$ 와  $\{v\}$ 는 각각 음압과 속도를 나타낸다. 첨자  $f$ 와  $s$ 는 각각 음향장인 field와 경계면인 surface의 약자를 의미한다. 식 (5)에

서 확인할 수 있듯이 경계요소법의 특징은 경계에서만 적분이 수행되고, 수치해석적으로 매우 유리한 선형행렬의 형태를 갖는데 있다.

### 2.2 Ffowcs Williams-Hawkins 방정식

Lighthill이 제안한 난류응력항을 고려하여 비균일 파동방정식을 유도하면 다음과 같은 Ffowcs Williams-Hawkins(FW-H) 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ii}}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( p_{ij} \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left( p_0 u_i \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

FW-H 방정식의 가장 큰 특징은 파동방정식의 소음원항인 우변을 수학적 그리고 물리적 특성에 따라 단극자, 이극자, 사극자 음원으로 분리하여 표현함에 있다. 본 연구에서는 햌소음 계산시 사극자 음원을 제외한 단극자와 이극자 음원만을 가정하였으며, 위식을 풀기 위해 시간영역 방법(time domain method)이 사용되었다.

Farassat 등<sup>(6,7)</sup>은 FW-H 방정식의 단극자 음원과 이극자 음원에 의한 두께소음 및 하중소음을 구하기 위해, 시간영역 방법을 이용한 수치계산이 가능하도록 개선된 형태의 FW-H 방정식 해를 발표하였다.

Farassat의 해를 햌소음에 적용할 경우 가장 지배적인 소음은 하중소음이며, 햌이 회전함에 따라 소음원이 시간에 따라 주기적으로 회전하므로, 정상 양력에 의해 소음이 발생하게 된다. 이러한 음압의 해는 다음과 같이 각 음원들의 합으로 표현되며, 이는 파동의 선형적 특성에 근거한 것이다.

$$p(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^n [p_{t,i}(t) + p_{ln,i}(t) + p_{lf,i}(t)] \quad (7)$$

$p_{t,i}(t)$ ,  $p_{ln,i}(t)$ ,  $p_{lf,i}(t)$ 는 각각 두께소음, 근거리 음장, 원거리 음장의 하중소음을 나타내며, 각각 식 (8)~(10)과 같다.

$$p_{t,i}(t) = \frac{p V_0}{4\pi} \left[ \frac{1}{r} \frac{1}{1-M_r} \times \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{1-M_r} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{1-M_r} \right) \right) \right]_{ret} \quad (8)$$

$$p_{ln,i}(t) = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{1}{(1-M_r)^2 r^2} \times \left( \vec{r}_i \cdot \vec{f}_i \frac{1-M_i \cdot \vec{M}_i}{1-M_r} - \vec{f}_i \cdot \vec{M}_i \right) \right]_{ret} \quad (9)$$

$$p_{lf,i}(t) = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{1}{(1-M_r)^2 r} \times \left( \frac{\vec{r}_i}{c_0} \frac{\partial \vec{f}_i}{\partial \tau} + \frac{\vec{r}_i \vec{f}_i}{1-M_r} \left( \frac{\vec{r}_i}{c} \cdot \frac{\partial \vec{M}_i}{\partial \tau} \right) \right) \right]_{ret} \quad (10)$$

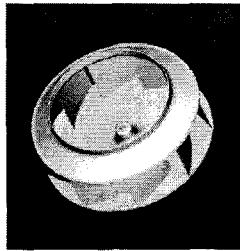


Fig. 1 Plenum fan

1	Type	Plenum fan
2	Blade number	9
3	Imp. Size	500 mm
4	Flow rate	90 m <sup>3</sup> /min
5	Static pressure	25mmAq
6	Rotational speed	1,168 rpm

Table 1 Specification of tested fan

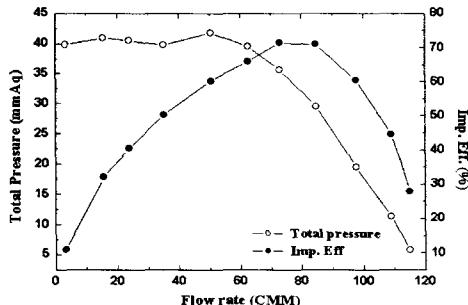


Fig. 2 Total pressure and Imp. efficiency of plenum fan

여기서 '*ret*'는 지연시간(retarded time)을 의미하며  $t = \tau + r(\tau)/c_0$ 의 관계를 이용하여 지연시간과 음원위치를 결정한다.

또한 플레늄팬 각 날개 단면에서의 비정상 양력은 날개 후단에서 흘러지는 후류 와동에 의한 후단 소음 예측식 (11)를 적용하여 구하였다.<sup>(8)</sup>

$$f_{peak} = 0.25 \frac{W_\infty}{t^* + \frac{\delta}{4}} \quad (t^*/\delta^* > 1.3) \\ f_{peak} = 0.1 \frac{W_\infty}{t^*} \quad (t^*/\delta^* < 1.3) \quad (11)$$

여기서  $W_\infty$ 는 날개위의 평균 상대속도,  $t^*$ 는 날개 후단의 두께,  $\delta$ 와  $\delta^*$ 은 후단에서의 경계층 두께 및 배제두께를 나타낸다.

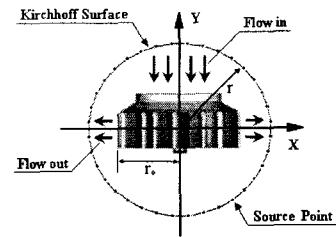


Fig. 3 Kirchhoff surface

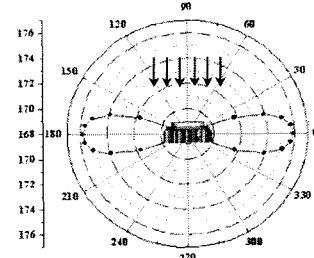


Fig. 4 Calculated SPL of plenum fan at 0.3m (0°~360°)

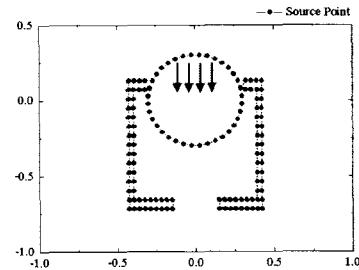


Fig. 5 Boundary point of plenum fan with square duct

### 3. 계산 조건 및 결과

#### 3.1 계산 조건

Fig. 1과 Fig. 2는 본 연구에서 해석하게 될 플레늄팬의 형상과 팬의 유량에 대한 전압, 효율 분포를 나타낸다. 분당 회전수(RPM)는 1168, 날개수는 9개이며 유동방향은 축 방향으로 유입되어 반경방향으로 나아가는 원심형 타입이다. (Table 1)

Fig. 3은 팬 소음을 해석적으로 접근하기 위해 적용한 2-D Kirchhoff 면을 나타내며, Fig. 4은 플레늄팬 중심에서 0.3m에서 10도 간격으로 계산된 SPL분포를 나타내고 있으며, 화살표 방향은 유동의 방향을 나타내고 있다. 플레늄팬의 소음원은 각 날개에 작용하는 토크에 의한 힘으로 각 날개 중심에 분포시킨 후 Ffowc Williams-Hawkins 방정식을 통해 계산하였다.

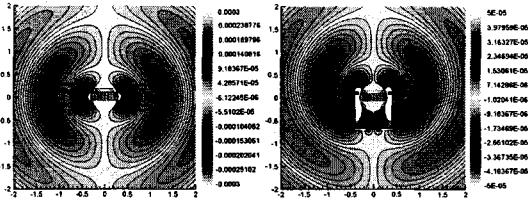
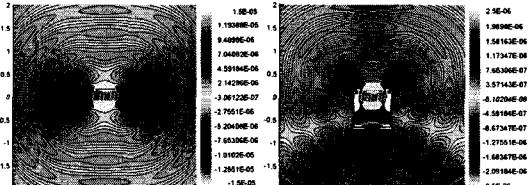
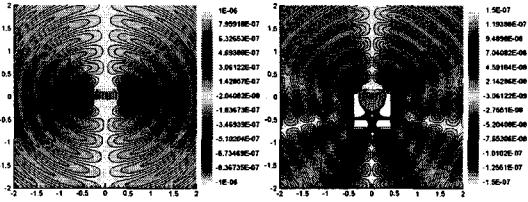
(a)  $f = 175 \text{ Hz}$ (b)  $f = 350 \text{ Hz}$ (c)  $f = 525 \text{ Hz}$ 

Fig. 6 comparision of radiated sound real-part pattern between with and without square duct

그 결과로 나온 각 위치에서의 주파수 영역에서의 값은 Kirchhoff 면 위의 경계조건으로 주어지게 된다.

Fig. 5는 반사조건이 고려된 BEM 계산을 수행할 경우의 음원의 위치와 구조물의 위치를 나타내고 있다.

### 3.2 계산 결과

플레늄 헌의 날개수와 회전수에 의해 나타나는 1st BPF는 175Hz에서 나타나고 있으며 하모닉 BPF의 특성이 2nd(350Hz), 3rd(525Hz)에서 함께 나타나게 된다.

현재 계산된 플레늄 헌의 경우 헌 직경의 약 1.4 배 길이의 정사각 덕트안에 장착되기 때문에 헌소음의 특성은 구조물에 의한 반사, 산란효과가 함께 나타나게 될 것을 예상할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 현재 연구에 사용된 플레늄 헌을 실제 장착될 사각 덕트와 함께 고려하여 앞의 Fig. 4와 같이 경계면 조건을 설정하여 2D-BEM 계산을 수행하였다.

우선 Fig. 5은 계산된 세 가지 주파수 영역에 대한 음압값을 사각 덕트가 장착된 경우와 자유공간에서의

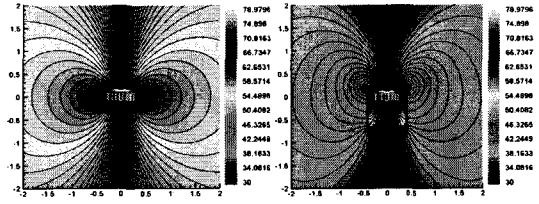
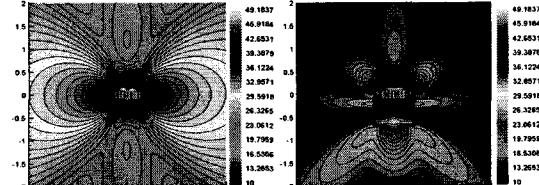
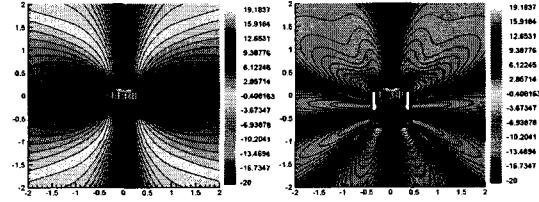
(a)  $f = 175 \text{ Hz}$ (b)  $f = 350 \text{ Hz}$ (c)  $f = 525 \text{ Hz}$ 

Fig. 7 comparision of radiated SPL pattern between with and without square duct

경우를 비교하여 나타낸 그림이다.

주파수가 비교적 낮은 175Hz인 경우 방사되는 파의 파장이 헌을 감싸고 있는 덕트 입구부의 양쪽면과의 길이에 비해 길기 때문에 자유공간에서의 방사패턴과 큰 변화가 없다. 반면, 출구부까지의 길이는 방사하는 파장보다 길기 때문에 덕트 내부에 갇혀서 다소 방사하는 파가 갇혀버리는 현상을 볼 수 있다.

350Hz, 525Hz에서는 파장의 길이가 덕트 입구부와 출구부 간의 길이에 비해 같거나 작아지므로 덕트내부에서의 파의 간섭이 존재하며 출구부분에서는 마치 새로운 소음원이 형성되어 방사되고 있는 패턴을 나타내고 있다.

Fig. 7은 계산된 세 가지 주파수 영역에 대한 소음 레벨 값을 사각 덕트가 장착된 경우와 자유공간에서의 경우를 비교하여 나타낸 그림이다. 세 가지 주파수 경우에 대해 Fig. 6과 동일한 방사 특성을 확인할 수 있으며, 나타나는 소음특성은 사각 덕트의 영향에 의해 나타나는 소음레벨 수준이 자유 공간에서의 경우에 비해 각각 1st BPF(175Hz)는 약 16dB, 2nd(350Hz)는 약 19dB, 3rd(525Hz)는 약 23dB의 저감된 특성을

나타내고 있다.

이러한 방사 패턴과 소음레벨 수준의 차이는 구조물에 대한 영향이 플레늄 헨만을 고려한 경우와 현저히 다른 소음특성을 발생시키는 원인이 되며, 동일한 소음 특성을 가지는 햄 일지라도 부착되는 구조물의 크기와 형태에 따라서 소음의 특성이 현저히 다르게 나타날 수 있음을 정량적으로 확인할 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 Farassat방법의 근거리장 계산 결과를 Kirchhoff 면에서의 경계조건으로 이용하는 Kirchhoff-BEM 방법을 통해 플레늄 헨의 소음 특성을 해석하였다.

헨만을 고려한 자유공간에서의 경우와 헨이 구조물에 부착되어 있는 경우의 소음특성을 날개통과 주파수인 175Hz, 350Hz, 525Hz에서 각각 수행한 결과 구조물에 의한 산란 효과가 구조물의 크기와 방사되는 파장의 길이에 의해 높은 주파수로 갈수록 더욱 심하게 변화되는 것을 확인하였으며, 소음레벨의 수준도 16~23dB의 현저한 저감효과를 가져옴을 정량적으로 알 수 있었다.

이러한 결과는 헨 설계시 헨 자체의 소음 특성 뿐 아니라 헨을 설계조건에 따른 여러가지 다른 형태의 구조물과 함께 부착되었을 경우 나타나는 소음적인 특성에 대한 고려가 필요함을 보여주었고, Kirchhoff-BEM 방법을 통해 해석적인 설계 방법으로 유용하게 적용할 수 있는 가능성을 제시하였다.

#### 후 기

본 연구는 2004년도 산업자원부(공통핵심기술개발사업)지원에 의하여 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Japikse, D., 1996, "Agile Design System in the age of Concurrent Engineering", presented to the 1996 JANNAF Propulsion Subcommittee Meetings, Albuquerque, New Mexico.
- (2) Sharland, I.J., 1964, "Sources of Noise in Axial Flow Fans", J. Sound and Vib., Vol. 1, pp. 302~322.
- (3) Lee, C., Chung, M.K. and Kim, Y.H., 1993, "A Prediction Model for the Vortex Sheding Noise from the Wake of an Airfoil or Axial Flow Fan Blades", J. Sound and Vib., Vol. 164, pp. 327~336.
- (4) Jeon, W.-H., Chung, K.-H., Lee, D.-J., 2000, "An Analysis of the Flow and Sound Field of a Ducted Axial Fan", Journal of Fluid Machinery, Vol. 3, No. 2, pp. 15~23.
- (5) Ffowcs Williams, J.E. and Hawkings, D.L., 1969, "Theory Relating to the Noise of Rotating Machinery", J. Sound and Vib., Vol. 10, p. 10.
- (6) Farassat, F., 1981, "Linear Acoustic Formulas for Calculation of Rotating Blade Noise," AIAA J., Vol. 19, No. 9, pp. 1122~1130.
- (7) Farassat, F. and Myers, M.K., 1988, "Extension of Kirchhoff's Formula to Radiation from Moving Surfaces," J. Sound and Vib., Vol. 123, No. 3, pp. 451~461.
- (8) Wagner, S., Barei  $\beta$ , R. and Guidati, G., 1996, Wind Turbine Noise, Springer.