수정 Gurson 모델을 이용한 균열성장 해석

Analysis of crack growth by modified Gurson model

양승용*, 구병춘*, 김재훈**

Seung-Yong Yang, Byeong-choon Goo, Jae-Hoon Kim

ABSTRACT

Modified Gurson model (Gurson-Tvergaard-Needleman model) was used to analyze crack growth in M(T) and C(T) specimens. A commercial finite element code ABAQUS/Explicit is used to account for total failure of material point by cavity coalescence, and crack growth was simulated by finite element extinction. Crack growth resistance curve was obtained by calculating J-integral. Crack growth under residual stress was investigated.

Key words: Crack growth (균열성장), Gurson model (거슨 모델), Finite element analysis (유한요소해석), ABAQUS/Explicit (아바쿠스 익스플리시트)

1. 서론

금속의 파괴는 파괴에 수반되는 변형률에 따라 연성(ductile)파괴와 취성(brittle)파괴로 나누어지게 된다. 연성파괴의 경우 대개 공극의 생성(cavity nucleation), 성장(growth) 및 융합(coalescence)의 과정을 거쳐 파괴에 이른다. 이러한 연성파괴를 모델링 하기 위하여 공극의 성장 모델에 기초한 Gurson 모델[1] 이 널리 이용되고 있다. Gurson 모델은 금속 재료의 내부에 연속적인 공극의 분포를 가정하고 공극의 성장에 의한 재료의 연화(softening)를 기술할 수 있는 방법이다. 공극의 생성 및 융합에 의한 효과를 포함하고 실험 결과와 좀 더 일치하는 결과를 얻기 위해 현재는 수정된 Gurson 모델[2]이 이용되고 있다.

상용 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS/Standard에서는 *POROUS METAL PLASTICITY 기능을 이용하여 Gurson 모델을 구현할 수 있으나 공극 융합에 의한 재료의 파단은 고려할 수 없다. 한편 ABAQUS/Explicit는 *POROUS FAILURE CRITERIA 기능을 이용하여 유한요소 적분점에서 공극 융합에 의해 재료가 하중을 더 이상 견디지 못하는 현상을 모의할 수 있는 기능을 제공한다.[3] 유한요소 내의 모든 적분점에서 파단(total failure)이 일어났을 때 요소는 자동적으로 제거(element extinction)되고 균열은 진전하게 된다.

본 논문에서는 ABAQUS/Explicit 상에서 M(T) 시편 및 C(T) 시편에 대하여 수정 Gurson 모델을 이용하여 균열 진전 시뮬레이션을 수행하였다. 균열 성장을 따라 J-적분을 수행하여 J-저항곡선을 구하였고, 균열 선단에서의 응력 값의 변화를 관찰하였다. C(T) 시편 내에 국부 가열에 의한 잔류응력이 존재하는 경우, ABAQUS/Standard의 열응력 해석 결과를 ABAQUS/Explicit에서 불러들여 파단 해석을 수행하는 방법에 대하여 기술하였고, 그 결과를 잔류응력이 없는 경우와 비교하였다.

---

* 한국철도기술연구원 선임연구원, 정회원

** 한국철도기술연구원 주임연구원, 정회원

2. 수정 Gurson 모델

연성 금속의 공극 성장을 기술하기 위한 수학적인 모델은 Rice[4] 와 Gurson[1] 등에 의해 제안되었다. 전자의 경우는 무한히 큰 물체 내부에 놓인 하나의 공극을 고려하는 모델이며, 후자의 경우는 연속적인 공극의 분포를 가정하여 물체를 일종의 다공질 재료(porous material)로 기술하는 방법이다. Gurson 모델의 경우, 소성변형이 증가함에 따른 공극의 성장과 이로 인한 국소 변형의 발생 및 재료의 파괴를 기술할 수 있다. 또한 고전적인 소성이론과 달리 항복면(yield surface)은 정수압(hydrostatic pressure)에 의존하게 된다. Tvergaard[2] 는 파괴 시점에서의 변형률을 좀 더 정확히 예측하기 위하여 다음과 같은 수정된 항복조건을 제안하였다.

$$\Phi = \frac{\sigma_{eq}^2}{\sigma_y^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(-\frac{3}{2}\frac{q_2 p}{\sigma_y}\right) - \left(1 + q_1^2 f^{*2}\right) = 0$$

여기서 $\sigma_{eq}^2 = 3/2\, S_{ij} S_{ij}$ 는 유효미세스응력(effective Mises stress)이고 $p = -1/3\sigma_{ii}$ 이다. $\sigma_y = \sigma_y\left(\bar{\varepsilon}_m^{pl}\right)$ 로서 공극이 없는 매트릭스(matrix) 재질의 항복응력이며 등가소성변형률 $\bar{\varepsilon}_m^{pl}$ 의 함수이다. q_1, q_2 는 재료상수이다. 공극의 융합을 고려하기 위하여 공극의 체적 비율(void volume fraction) f 에 대하여 수정 체적비 (modified volume fraction) $f^* = f^*(f)$ 를 다음과 같이 고려한다.

$$f^* = \begin{cases} f & \text{if } f \le f_c \\ f_c + k(f - f_c) & \text{if } f_c < f \le f_f \end{cases}$$

최종 파단은 $f^*\left(f_f\right) = 1/q_1$ 일 때 일어난다. q_1, f_c 와 f_f 에 의해 f^* 함수는 완전히 정의되게 된다. 한편 f=1 은 빈 공간을 의미한다.

공극과 매트릭스를 합한 전체 재질의 소성변형률의 증가율 $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl}$ 은 항복면에 수직이고(associated flow rule), $\bar{\varepsilon}_m^{pl}$ 은 다음의 등가 소성일의 관계로부터 얻어진다.

$$(1 - f)\sigma_y \dot{\bar{\varepsilon}}_m^{pl} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl}$$

공극 체적비율의 변화는 기존 공극의 성장 속도 $\dot{f}_{gr}$ 와 새로운 공극의 생성 속도 $\dot{f}_{nuc}$ 의 합으로 정의된다.

$$f = \dot{f}_{gr} + \dot{f}_{nuc}$$

탄성변형을 무시하고 매트릭스의 체적은 소성변형에 의해 변하지 않는다는 성질을 이용하면

$$\dot{f}_{gr} = (1 - f)\dot{\varepsilon}_{ii}^{pl}$$

새로운 공극의 생성은 금속 내부에 존재하는 제2상 입자(second phase particle)와의 계면이 분리되거나 입자가 갈라지는 현상 등에 의해 발생하며, 보통은 가우시안 분포의 공극생성속도를 가정한다. [3]

$$\dot{f}_{nuc} = \dot{\bar{\varepsilon}}_m^{pl} \frac{f_N}{s_N\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\bar{\varepsilon}_m^{pl} - \varepsilon_N}{s_N}\right)^2\right]$$

3. M(T) 시편의 균열성장 해석

수정 Gurson 모델을 이용하여 균열 진전을 시뮬레이션 하기 위하여 평면변형률 조건에서 M(T) 시편을 고려하였다. Fig. 1에 전체 시편의 1/4 에 대한 모델링을 나타내었으며, 90 x 40 개의 유한요소를 사용하였다. 초기에 균열 선단은 x=0.025 m에 위치하고 있으며, 균열 선단 근방에 위치한 51 개의 균일한 크기의 요소(100μm x 100μm)는 Gurson 방정식을 이용하여 모델링(cell model) 하였다. 대칭경계조건을 x 축 및 y 축에 부가하였고, y=0.1에 윗 방향으로 변위하중을 가하였다.[5] Table 1에 Gurson 모델의 재료 상수 값을 나열하였고, 불순물과 제2상 입자 등을 고려하여 초기 공극체적비율은 0.005로 가정하였다. 유한요소해석은 ABAQUS/Explicit를 이용하였다. Explicit 코드에서 계산속도를 증가시키기 위하여 재료의 질량밀도를 10배 증가시켜 계산을 수행하였다.[3]

Fig. 2는 하중의 크기가 증가함에 따라 균열 선단에서의 변형 및 σ_{yy} 응력 분포를 나타낸 것이다. 하중이 증가함에 따라 cell model 이 적용된 균열 선단은 무뎌지며, 공극의 비율이 증가하여 최종적으로 파단에 이르게 된다. 요소가 파단에 다다른 순간 자동적으로 소멸하고 빈 공간으로 대체되어 균열이 성장하는 현상을 확인할 수 있다.

Table 1. Material parameters for the M(T) specimen.

$q_1 = 1.5$	$q_2 = 1$
$f_f = 0.25$	$f_c = 0.15$
$f_N = 0$	

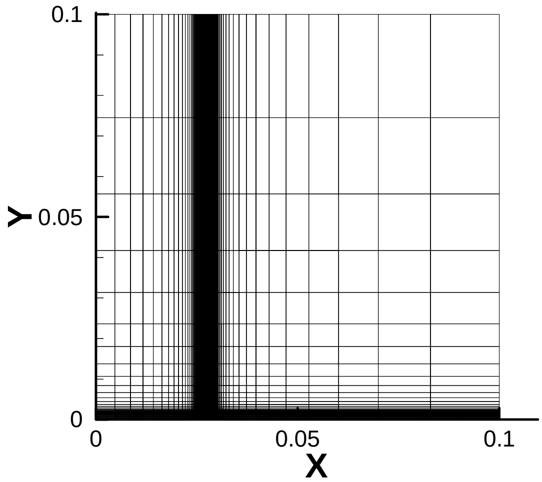

Fig. 1. Finite element mesh for the M(T) specimen. The unit of length is meter.

Fig. 3은 균열이 진전함에 따라 Rice의 J-적분을 수행하여 균열성장저항 곡선을 구한 것이다. ABAQUS 는 J-적분을 구하기 위해 여러 개의 적분 경로를 자동적으로 설정하는데, 본 논문에서는 J-적분의 보존성 및 수치적분 값의 수렴성을 이용하여, 구해진 J-적분 값 중 균열 선단에서 충분히 멀리 떨어진 경로에서의 적분값을 택하였다. 균열의 길이가 증가함에 따라 소성변형 영역이 확대되고, J-적분값도 증가함을 확인할 수 있다.

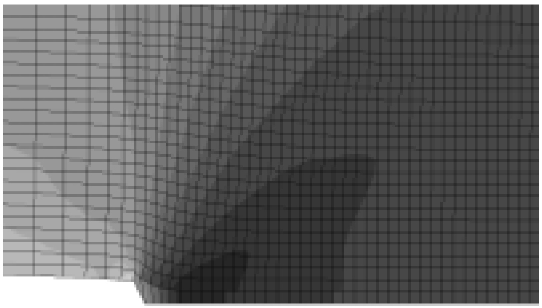

Fig.2. (a) σ_{22} distribution when the imposed displacement at the top surface is 0.39 mm.

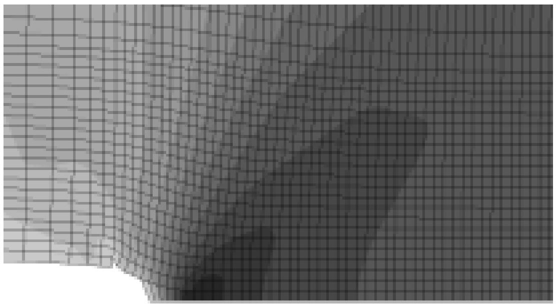

Fig.2. (b) σ_{22} distribution when the imposed displacement at the top surface is 0.578 mm.

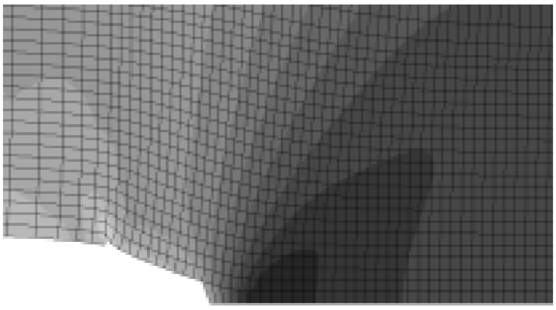

Fig.2. (c) σ_{22} distribution when the imposed displacement at the top surface is 0.80 mm.

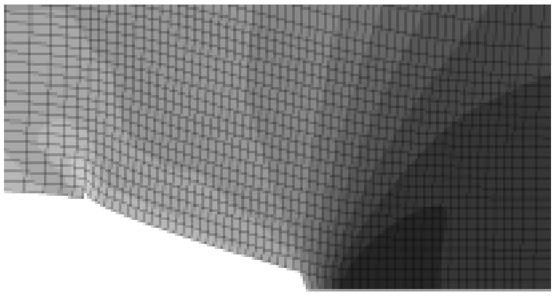

Fig.2. (d) σ_{22} distribution when the imposed displacement at the top surface is 1.25 mm.

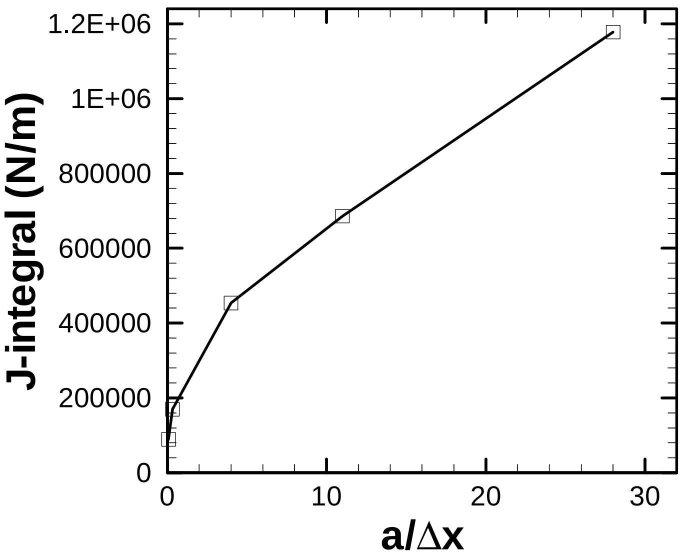

Fig. 3. Crack growth resistance curve in dependence of crack growth. a is the crack growth length and Δx is the length of one element.

4. C(T) 시편의 균열성장 해석

C(T) 시편은 M(T) 시편에 비해 균열 선단에서 응력 삼축값(stress triaxiality)이 높으며 공극의 형성이 상대적으로 쉽다고 생각되고 있다.[6] Fig. 4에 평면 변형률 조건에 있는 C(T) 시편의 유한요소 모델링을 나타내었다. 시편의 대칭성을 이용하여 윗부분 만을 모델링 하였으며 대칭선에 위치한 요소에 수정 Gurson 모델을 적용하였다. 관련 물성치는 Table 2에 나열하였다. 초기 공극체적비율은 0을 가정하였다. q_2 의 값을 증가시키면 정수압의 효과를 증대시켜 공극의 생성을 촉진하는 효과가 있다.

시편 내부에 잔류응력을 발생시키기 위하여 시편의 위에서 아래방향으로 수직선을 따라 대략 2.4 mm/s 의 속도로 움직이는 40 GJ/m^{3}s 의 열유입량을 부가하였다. 이와 같은 국소 가열에 의한 열응력을 계산하기 위하여 ABAQUS/Standard를 이용하였다. 수정 Gurson 모델을 이용한 시편의 파괴 모사를 위하여 ABAQUS/Standard의 잔류응력 해석 결과를 ABAQUS/Explicit에서 *IMPORT 기능을 이용하여 넘겨받은 다음 해석을 수행하였다. 즉 ABAQUS/Explicit을 이용하여 열유입에 의한 잔류응력을 계산할 경우, 준정적 해석을 수행하기 위해서는 해석시간이 과다하게 길어지므로 잔류응력 해석은 ABAQUS/Standard를 이용하였고, 균열성장 해석에만 ABAQUS/Explicit를 이용하였다. 가열에 의해 시편의 온도는 최고 섭씨 1500도 ~ 2000도 까지 증가함을 확인하였다. Fig. 5는 가열에 의해 생성된 시편내부의 잔류응력 분포를 나타낸 그림이다.

핀홀의 중앙에 윗 방향으로 변위하중을 가하여 하중을 부가하였고, 대칭선을 따라 균열은 성장하게 된다. Fig. 6은 cell model이 적용된 시편의 대칭선에서 균열이 성장함에 따라 σ_{yy} 값이 변하는 모양을 나타낸 그림이다. 핀홀에 가해진 하중이 증가함에 따라 각각의 지점은 응력이 대략 1.5 GPa 까지 증가한다. 소성변형이 증가함에 따라 손상이 누적되어 결국은 하중을 더 이상 견디지 못하는 파단 상태에 도달하게 되고, 균열은 다음 영역으로 진전하게 된다. 공극체적비-변형률 곡선을 Fig. 7에 나타내었고, 수정 Gurson 모델의 응력-변형률 곡선을 Fig. 8에 도시하였다. 공극체적비 f가 f_c 에 도달하는 $\varepsilon_{yy} = 0.15$ 근방에서 공극 융합이 시작되며 응력은 빠르게 감소하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 7에서 변형률이 0.3 근방에서 응력은 0으로 떨어지게 되며, 실제 금속에서 공극 사이의 거리를 200 μm 정도로 가정할 때[5] 변형률 0.3은 변위 60 μm 에 해당한다. 이러한 파단이 일어나는 변위는 응집영역모델(cohesive zone mode)의 힘-변위 선도를 결정하는데 사용될 수 있다.

용접잔류응력이 시편의 파괴에 미치는 영향을 조사하기 위하여 용접잔류응력이 존재하지 않는 시편에 대하여 유한요소해석을 수행하였다. Fig. 9는 핀홀 중앙점에서의 하중-변위 선도를 잔류응력이 존재하는 경우와 존재하지 않은 경우에 대하여 나타낸 그림이다. 그림에서 확인할 수 있듯이 전체적인 하중-변위 곡선은 잔류응력이 있는 경우와 없는 경우에 대해 비슷한 결과를 나타내고 있다. 현재 ABAQUS는 J-적분의 계산에 잔류응력, 열변형 등의 영향을 고려하지않고 있으며, 균열 성장에 미치는 잔류응력의 영향을 정량적으로 고찰하기 위해서는 잔류응력을 고려하여 J-적분값을 계산하는 등의 해석 방법이 필요하다고 생각된다.

Table 2. Material parameters for the C(T) specimen.

$q_1 = 1.67$	$q_2 = 0.84$	
$f_f = 0.25$	$f_c = 0.15$	
$\varepsilon_N = 0.01$	$s_N = 0.05$	$f_N = 0.04$

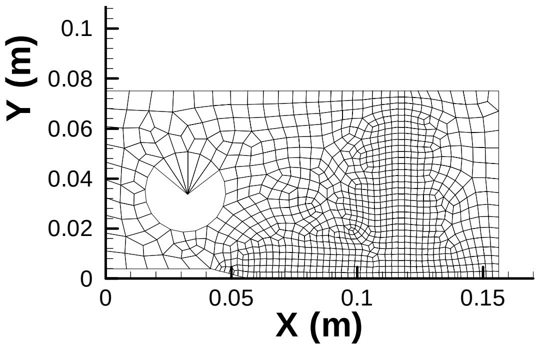

Fig. 4. Finite element model of the C(T) specimen.

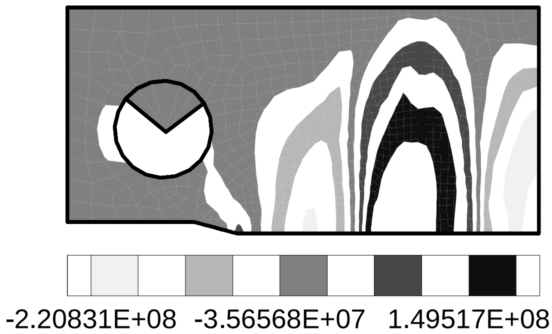

Fig.5. Residual stress σ_{22} contour in Pascal unit.

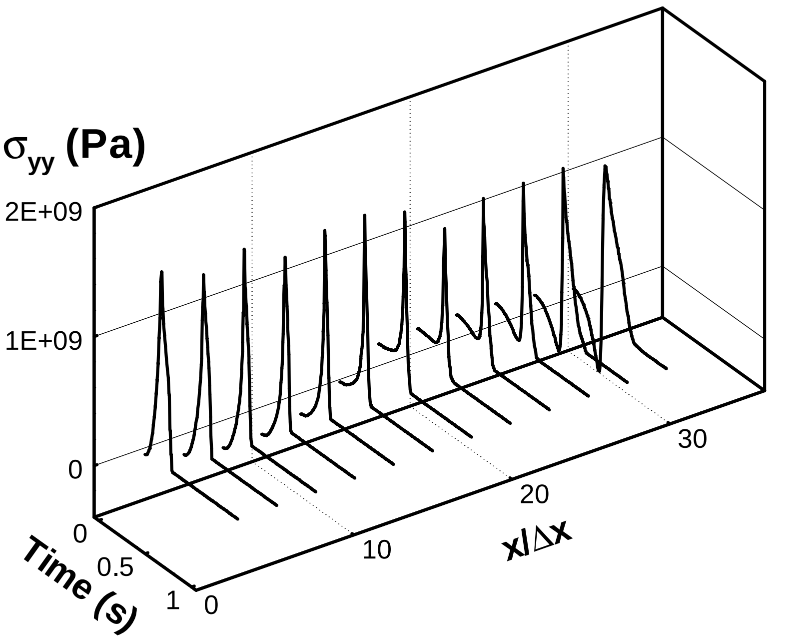

Fig. 6. σ_{yy} along the ligament in dependence of time. After crack passes, the stress level drops to zero. x is the distance from the notch and Δx is the length of one element.

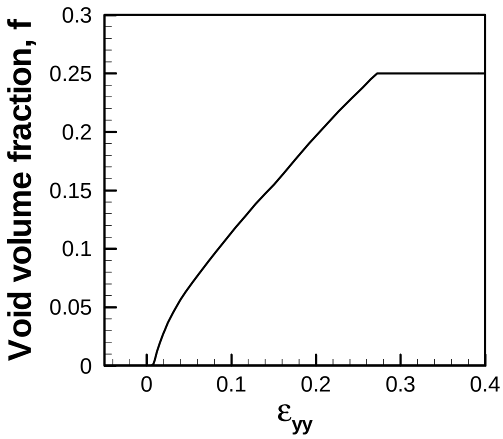

Fig. 7. Void volume fraction in dependence of ε_{yy}.

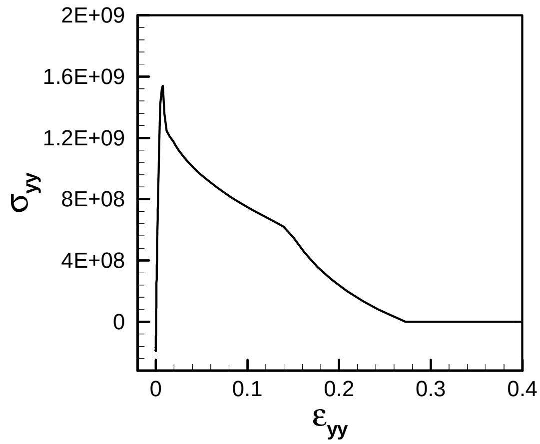

Fig.8. Stress vs. strain curve of modified Gurson model.

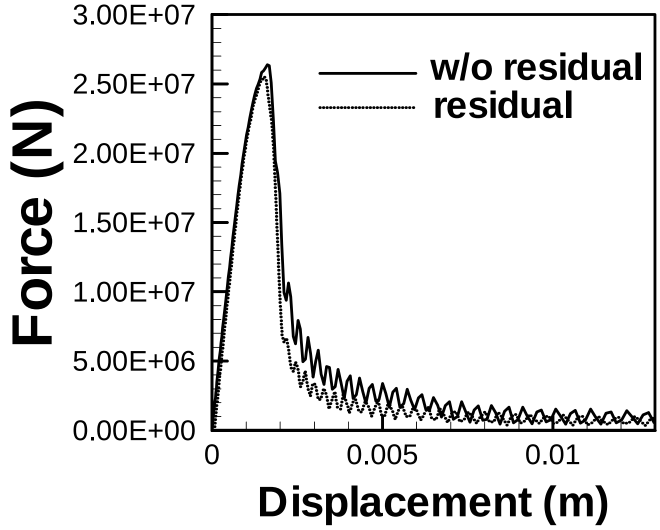

Fig. 9. Force-displacement at the pin hole.

5. 결론

본 논문에서는 수정 Gurson 모델(cell model)을 이용하여 균열성장을 해석하였다. 상용 유한요소해석 프로그램 ABAQUS/Standard 와 ABAQUS/Explicit를 이용하여 준정적(quasi-static) 응력 해석 및 균열성장 시뮬레이션을 수행하였다. ABAQUS/Explicit의 요소소멸(element extinction) 기법에 의해 공극(void)이 충분히 성장한 요소는 제거됨으로써 균열성장 현상을 모의할 수 있었다. J-적분값을 계산하여 균열성장저항 곡선을 구하였으며, 균열 선단 응력분포의 변화를 해석하였다. 잔류응력이 균열성장에 미치는 영향을 정량적으로 해석하기 위해서는 잔류응력을 고려한 J-적분 등의 계산이 필요할 것이다.

후기

본 연구는 과학기술부의 국가지정연구실사업(NRL)의 지원으로 수행되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

[참고문헌]

(1) Gurson, A.L., 1977, Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part-1-Yield criteria and flow rules for porous ductile media. J. Eng. Mat. Tech. 99, 2-15.

(2) Tvergaard, V., 1982, On localization in ductile materials containing spherical voids. Int. J. Frac. 18, 237-252.

(3) ABAQUS manual, version 6.3-1, 2002, Hibbitt, Karlsson & Sorensen.

(4) Rice, J.R., Tracey, D.M., 1969, On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. JMPS 17, 201-217.

(5) Siegmund, T., Brocks, W., 1999, Prediction of the work of separation and implications to modeling. Int. J. Frac. 99, 97-116.

(6) Chabanet, O., et al., 2003, Predicting crack growth resistance of aluminum sheets. Comp. Mat. Sci. 26, 1-12.