

정전력 열차 모델을 이용한 AT급전 시스템 해석

Analysis of AT Feeding System using Constant Power Model for Train

김 백*
B. Kim

ABSTRACT

In this paper constant power models for electric trains have been used to analyze the steady states of the AT feeding systems. There are some previous studies utilizing constant impedance models or constant current models. These mentioned models are easy to use, but even so they don't yield exact results because of the innate restraints of the models since linear models cannot represent the characteristic of constant power in inverter-driven trains. It is reasonable that the train be considered as a constant load model when it drives or as a constant source model when it applies regenerative brake. Nonlinear equations which reflect constant power model for train have been developed by considering mutual impedances between wires and AT's turn-ratio of 1:1, then these equations have been solved by N-R iterative method. The proposed method doesn't need any specific assumptions through either the process of developing equations or the process of acquiring solutions, so it can be said to be stricter than other conventional methods.

1. 서론

정상상태의 AT 급전시스템을 해석하기 위한 열차 모델로 정전력 모델을 사용하는 방법을 제시하고자 한다. 정전류나 정임피던스 모델을 사용한 선행 연구^{1)~4)}가 있으나 이러한 선형 해석 모델들은 식의 유도 과정이나 풀이 과정에서의 이점이 있는 반면 최근의 주종 전동차인 인버터 구동 차량의 정전력 특성을 반영할 수 없으며 열차 부하는 열차가 역행 중인 경우는 정전력 부하로, 열차가 회생 중인 경우는 정전력 전원으로 보는 것이 타당하다. 한편 AT 급전계통 자체로는 장구간을 걸쳐 전차선, 레일 및 급전선이 병행하므로 상호 유도작용을 무시할 수 없으며 이들 상호간의 임피던스가 반드시 고려되어야 하나 상호 임피던스 반영 시 제반 식들이 복잡해 지게된다. 본 논문에서는 상호 임피던스의 효과적인 소거와 함께 AT의 1:1 전류 배분율을 이용하여 정전력 열차 모델이 포함되는 비선형 방정식을 유도하며, N-R반복법을 사용하여 이의 해를 구해내는 방법으로 정상상태의 AT 급전 해석을 하고자 한다.

2. 3선간 상호임피던스의 소거

전차선(C), 레일(R) 및 급전선(F) 3선간의 상호 임피던스를 등가의 자기 임피던스로 변환하는 식은 일본의 전기철도 관련 서적에 종종 인용되고 있으나, 유도 과정이나 사용 조건 등에 관한 설명이 없어 오용의 우려가 있으므로 본 논문에서 이를 명확히 하고자 한다. 그림 1의 (a)와 같이

*한국철도대학 전기제어과, 교수

선로 C, R, F에 흐르는 전류는 i_C, i_R, i_F 이며 이 3선의 자기 임피던스를 각각 Z_{CC}, Z_{RR} 및 Z_{FF} 그리고 3선간의 상호 임피던스를 Z_{CR}, Z_{RF} 및 Z_{CF} 라 하자. 그러면 각 선로 C, R, F에 유기되는 전압은 그림 (b)와 같으며 따라서 선로 좌측 C-R간의 전압 v_{CR} 및 선로 우측 C-R간의 전압 v'_{CR} 간에는 다음 식이 성립한다.

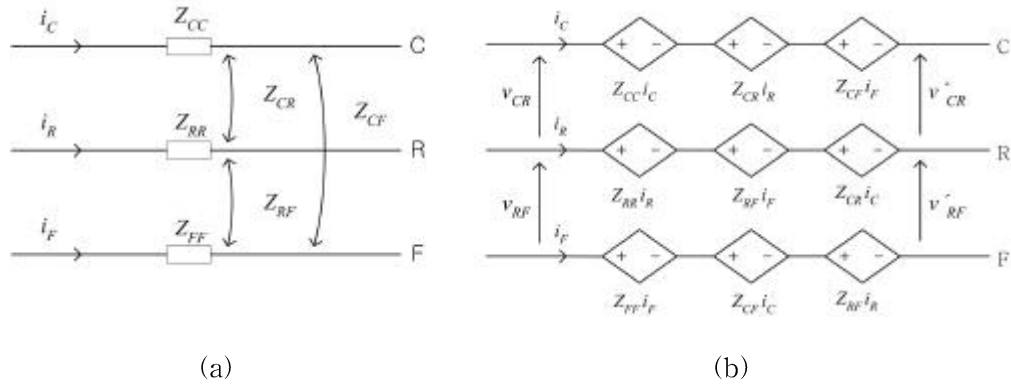


그림 1. 3선간 상호 임피던스의 소거

$$\begin{aligned} v_{CR} &= Z_{CC}i_C + Z_{CR}i_R + Z_{CF}i_F + v'_{CR} - Z_{RF}i_F - Z_{CR}i_C - Z_{RR}i_R \\ &= (Z_{CC} - Z_{CR})i_C + (Z_{CR} - Z_{RR})i_R + (Z_{CF} - Z_{RF})i_F + v'_{CR} \end{aligned}$$

여기서 만약 $i_F = -(i_C + i_R)$ 이 성립하면 위 식은

$$\begin{aligned} v_{CR} &= (Z_{CC} - Z_{CR})i_C + (Z_{CR} - Z_{RR})i_R - (Z_{CF} - Z_{RF})i_C - (Z_{CF} - Z_{RF})i_R + v'_{CR} \\ &= (Z_{CC} + Z_{RF} - Z_{CR} - Z_{CF})i_C - (Z_{RR} + Z_{CF} - Z_{RF} - Z_{CR})i_R + v'_{CR} \end{aligned}$$

이 되고 마찬가지로 선간 전압 v_{RF} 및 v'_{RF} 에 대해서도

$$v_{RF} = (Z_{RR} - Z_{RF})i_R + (Z_{RF} - Z_{FF})i_F + (Z_{CR} - Z_{CF})i_C + v'_{RF}$$

가 되며 여기서 만약 $i_C = -(i_R + i_F)$ 라면

$$v_{RF} = (Z_{RR} + Z_{CF} - Z_{RF} - Z_{CR})i_R - (Z_{FF} + Z_{CR} - Z_{CF} - Z_{RF})i_F + v'_{RF}$$

가 된다. 따라서 상호 임피던스를 갖는 3선로 C, R, F에서 이들 선로에 흐르는 전류의 합이 0 이 된다면(전류의 방향 설정에 관계없이), 이들 3선의 문제는 다음과 같이 자기 임피던스만을 갖는 3선의 문제로 간략하게 등가화 시킬 수 있다.

$$Z_C = Z_{CC} + Z_{RF} - Z_{CR} - Z_{CF}$$

$$Z_R = Z_{RR} + Z_{CF} - Z_{RF} - Z_{CR}$$

$$Z_F = Z_{FF} + Z_{CR} - Z_{CF} - Z_{RF}$$

(1)

3. 회로망의 간략화

AT급전계통은 그림 2와 같이 자기 임피던스 및 상호 임피던스를 갖는 회로망으로 표현하기로 하며 전원 및 단권 변압기의 누설 임피던스는 무시하기로 한다. 회로 방정식은 메쉬에 KVL을 적용하여 얻게 되나 편의를 위하여 전류 방향의 정의는 일반적인 메쉬 해석법의 메쉬내 순환 전류로 표현하지 않고 그림 2와 같은 가지(Branch) 전류의 형태로 표현하기로 한다.

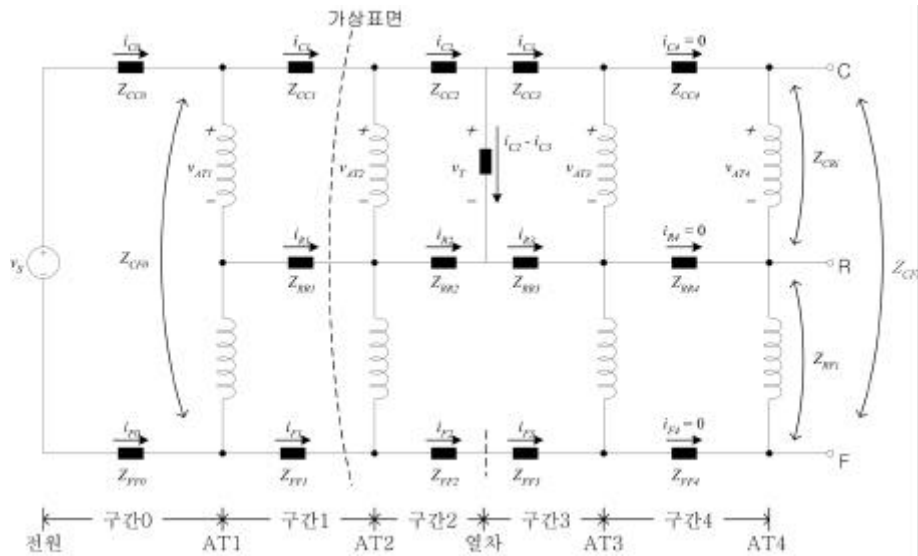


그림 2. AT급전 계통

3.1 해석 불필요 구간

현재 열차는 그림에서 AT2와 AT3사이에 위치하고 있다. 따라서 AT2와 AT3사이는 3개의 메쉬로 분할되게 되며 이들 3개의 메쉬로부터 서로 독립된 3개의 방정식을 얻어낼 수 있다. 한편 열차가 위치한 AT 밖의 구간으로서 전원 측의 반대편구간(그림에서는 AT3~AT4 사이의 구간4)에는 열차 부하에 의한 전류가 흐르지 않으므로 방정식을 세울 필요가 없는데, 이 것은 다음과 같은 검토를 통하여 확인할 수 있다. 구간 4를 흐르는 전류는 i_{C4} , i_{R4} 및 i_{F4} 이고 이 때 구간 4의 상부 메쉬에 대하여 KVL을 적용하면 v_{AT3} 와 v_{AT4} 는 다음과 같은 관계식으로 표현될 것이다.

$$v_{AT3} = Ai_{C4} + Bi_{R4} + v_{AT4}$$

(2)

(여기서 A, B 는 메쉬내에 KVL을 적용하여 얻은, 임피던스 단위를 갖는 상수)

또한 구간 4의 하부 메쉬에 대하여 KVL을 적용하면,

$$v_{AT3} = Ci_{R4} + Di_{F4} + v_{AT4}$$

(3)

(C, D 는 A, B 와 마찬가지로의 의미)

한편 AT의 1:1 전류비 관계에 의해 $i_{C4} = i_{F4}$ 이고 $i_{C4} + i_{R4} + i_{F4} = 0$ 이므로

(2)식과 (3)식은 각각

$$v_{AT3} = (A-2B)i_{C4} + v_{AT4} \tag{4}$$

$$v_{AT3} = (D-2C)i_{C4} + v_{AT4} \tag{5}$$

가 되며 이 두 식이 성립하려면 $i_{C4} = 0 = i_{R4} = i_{F4}$ 이어야 함을 알 수 있다.

일반적으로 이와 같은 관계는 계통의 말단 메쉬로부터 AT의 1:1 전류비 관계와 메쉬 방정식을 연결하면 쉽게 확인할 수 있는 사항이나 열차를 정전류 전원 모델로 해석하는 경우 부하 전류가 분포하는 것으로 오류를 범하기 쉽다.

3.2 상호 임피던스의 처리

전철 변전소로부터 첫 번째 AT까지는 2선구간이며 이후로는 3선 구간이므로,

① 2선 구간 0의 경우,

구간 0는 전차선과 급전선의 2선 만이 존재하는 구간으로 상호 임피던스를 고려하면 다음과 같은 메쉬 방정식이 세워진다.

$$\begin{aligned} v_S &= Z_{C0}i_{C0} - Z_{F0}i_{F0} + 2v_{AT1} + Z_{CF0}i_{F0} - Z_{CF0}i_{C0} \\ &= (Z_{C0} - Z_{CF0})i_{C0} - (Z_{F0} - Z_{CF0})i_{F0} + 2v_{AT1} \\ &= Z_{C0}i_{C0} - Z_{F0}i_{F0} + 2v_{AT1} \end{aligned}$$

여기서

$$Z_{C0} = Z_{C0} - Z_{CF0}, \quad Z_{F0} = Z_{F0} - Z_{CF0}$$

(6)

이 되어 상호 임피던스를 제거한 등가 자기 임피던스 Z_{C0} 와 Z_{F0} 로 회로를 표현할 수 있다.

② 나머지 3선 구간의 경우

나머지 구간 1 ~ 구간 4는 전차선(C), 레일(R), 급전선(F)의 3선으로 구성된 구간이다. 그림 1을 보면 구간 1에 점선으로 표시한 가상 표면을 설정하였는데 이 표면에 유입하는 전류에 대하여 KCL을 적용하면 당연히 $i_{C1} + i_{R1} + i_{F1} = 0$ 이 되어야 한다. 나머지 구간들에 대해서도 같은 이유로 $i_{Ck} + i_{Rk} + i_{Fk} = 0$ (k 는 구간 번호)이 성립하게 되며 따라서 이들 구간에 대해서는 앞 절에서 살펴본 바와 같이 자기 임피던스만을 갖는 3선 문제로 간략하게 등가화가 가능하다.

즉,

$$Z_{Ck} = Z_{Ck} + Z_{Rk} - Z_{CRk} - Z_{CFk}$$

$$Z_{Rk} = Z_{Rk} + Z_{Fk} - Z_{RFk} - Z_{CRk}$$

$$Z_{Fk} = Z_{Fk} + Z_{CRk} - Z_{CFk} - Z_{RFk}$$

(7)

(k 는 구간 번호 $k \neq 0$)

4. 계통 방정식 유도

이제 그림 2로부터 계통의 방정식을 유도하기로 한다. 구간 3 및 AT3에서,

$$\text{KCL 에 의해 } i_{C3} + i_{R3} + i_{F3} = 0$$

$$\text{AT의 1:1 전류비 관계에 의해 } i_{F3} = i_{C3}$$

\therefore

$$i_{F3} = i_{C3}, \quad i_{R3} = -2i_{C3}$$

(8)

구간 2에서,

$$\text{KCL에 의해 } i_{C2} + i_{R2} + i_{F2} = 0$$

\therefore

$$i_{F2} = i_{F3} = i_{C3}, \quad i_{R2} = -(i_{C2} + i_{C3})$$

(9)

구간 1 및 AT2에서,

$$\text{KCL에 의해 } i_{C1} + i_{R1} + i_{F1} = 0$$

$$\text{AT의 1:1 전류비 관계에 의해 } i_{C1} - i_{C2} = i_{F1} - i_{F2}$$

$$\therefore i_{F1} = i_{C1} - i_{C2} + i_{F2} = i_{C1} - i_{C2} + i_{C3}, \quad i_{R1} = -i_{C1} - i_{F1} = -2i_{C1} + i_{C2} - i_{C3} \quad (10)$$

구간 0 및 AT1에서,

$$\text{KCL에 의해 } i_{C0} + i_{F0} = 0$$

$$\text{AT의 1:1 전류비 관계에 의해 } i_{C0} - i_{C1} = i_{F0} - i_{F1}$$

$$\therefore i_{F0} = -i_{C0}, \quad 2i_{C0} = i_{C1} - i_{F1} = i_{C2} - i_{C3} \quad (11)$$

위와 같이 회로 방정식에서 독립된 전류 변수로는 i_{C1} , i_{C2} 및 i_{C3} 를 설정하였고, 이제 메쉬들에 대해 KVL을 적용하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

구간 0의 메쉬에서,

$$f_1 = \frac{1}{2}(Z_{C0} + Z_{F0})i_{C2} - \frac{1}{2}(Z_{C0} + Z_{F0})i_{C3} + 2v_{AT1} - v_s = 0 \quad (12)$$

구간 1의 상부 메쉬에서,

$$f_2 = (Z_{C1} + 2Z_{R1})i_{C1} - Z_{R1}i_{C2} + Z_{R1}i_{C3} + v_{AT2} - v_{AT1} = 0 \quad (13)$$

구간 2의 상부 메쉬에서,

$$f_3 = (Z_{C2} + Z_{R2})i_{C2} + Z_{R2}i_{C3} + v_T - v_{AT2} \quad (14)$$

구간 3의 상부 메쉬에서,

$$f_4 = (Z_{C3} + 2Z_{R3})i_{C3} + v_{AT3} - v_T = 0 \quad (15)$$

구간 1의 하부 메쉬에서,

$$f_5 = (-2Z_{R1} - Z_{F1})i_{C1} + (Z_{R1} + Z_{F1})i_{C2} + (-Z_{R1} - Z_{F1})i_{C3} + v_{AT2} - v_{AT1} = 0 \quad (16)$$

구간 2, 3의 하부 메쉬에서,

$$f_6 = -Z_{R2}i_{C2} + (-Z_{R2} - 2Z_{R3} - Z_{F2} - Z_{F3})i_{C3} + v_{AT3} - v_{AT2} = 0 \quad (17)$$

또한, 열차 부하 S_T 에 대해서,

$$f_7 = v_T \times (i_{C2} - i_{C3})^* - S_T = 0 \quad (18)$$

회로망에서 구하고자 하는 변수는 i_{C1} , i_{C2} , i_{C3} , v_{AT1} , v_{AT2} , v_{AT3} , v_T 가 되며 (12)~(18) 방정식에 N-R 반복법을 사용하여 이들 변수값을 구하게 된다. N-R 반복법은 일반적으로 잘 알려져 있어 생략하기로 한다.

5. AT급전 해석 계산 예

AT1과 AT2사이에 열차가 위치하는 경우 열차의 운행 모드에 따른 계통 해석을 해보기로 한다. 열차 및 계통 데이터는 다음과 같이 설정하였다.

①전원 및 열차부하

$$\text{전원전압 : } v_s = 55(\text{kV}) \angle 0^\circ$$

$$\text{열차부하 : 역행시 : } S_T = 10.0(\text{MVA}) \text{ 역률각 } 40^\circ$$

$$\text{회생시 : } S_T = 2.5(\text{MVA}) \text{ 역률각 } 120^\circ$$

②구간 거리(단위 : kM)

구간 0	구간 1	구간 2	구간 3
0.3	8.0	4.0	10.0

③선로 임피던스(단위 : Ω / kM)

Z_{CC}	$0.13 + j0.82$	Z_{RR}	$0.19 + j0.72$	Z_{FF}	$0.21 + j0.95$
Z_{CR}	$0.06 + j0.38$	Z_{RF}	$0.06 + j0.39$	Z_{CF}	$0.07 + j0.38$

그림 3 및 그림 4는 각각 열차가 역행시 및 회생시의 해석 결과를 나타내고 있다. N-R반복 계산의 수렴성 판별은 2-norm $\|f(x^k)\|_2 \leq 1.0 \times 10^{-3}$ 로 설정하였으며 초기 설정치에 따라 조금씩 달라지기는 하나 보통 4회~5회 반복 과정에서 수렴하였다.

6. 결 론

열차를 정전력 모델로 하더라도 전력 방정식의 비선형성이 심하지 않아 N-R 반복법에 의한 계산 수렴 속도는 매우 빠른 편이다. 예제 계통에서의 계산 결과는 역행 및 회생 시 열차에서의 전력 소모 및 계통으로의 전력 반환을 명확히 나타내고 있다. 다중열차운행을 고려하는 경우라도 제

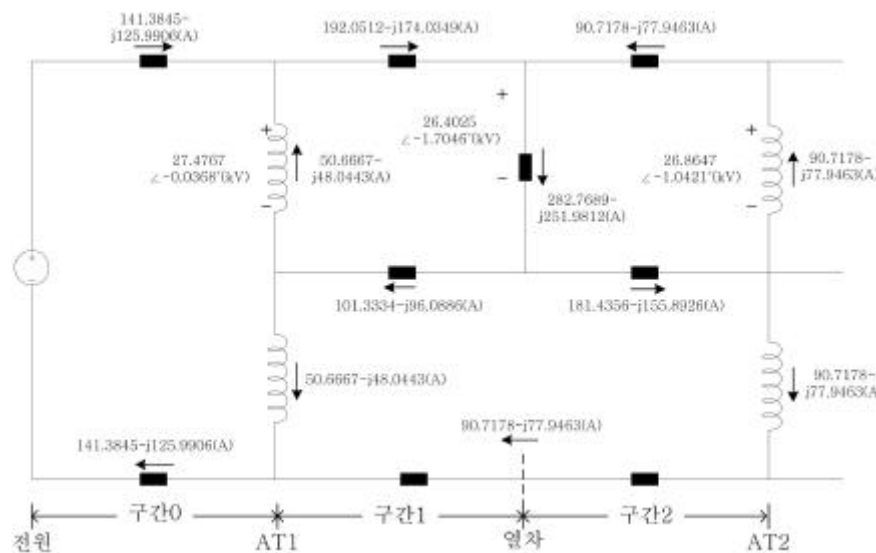


그림 3. 역행 시 계산 결과

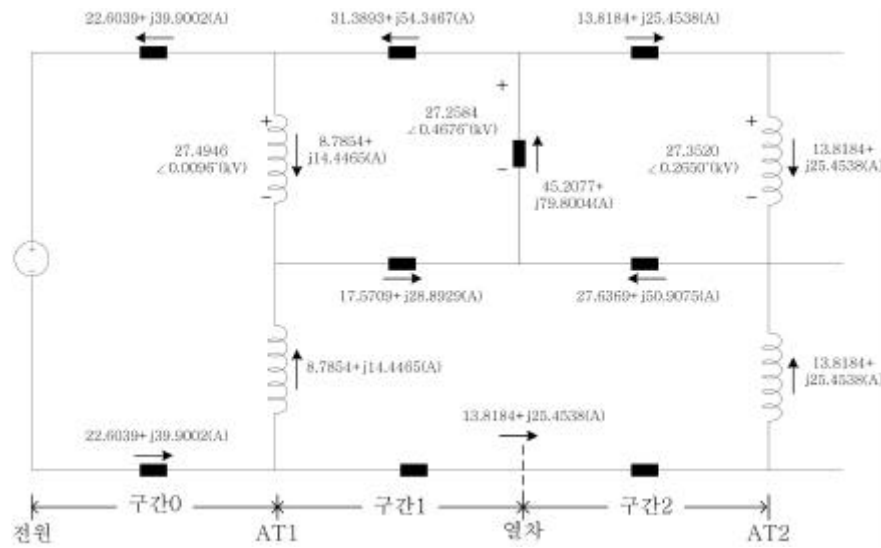


그림 4. 회생 시 계산 결과

시된 방법과 동일한 과정으로 처리할 수 있으며 AT의 누설 임피던스도 메쉬 방정식에 쉽게 반영시킬 수 있을 것이다. 본 논문에서 제시된 방법은 회로방정식의 유도과정이나 해법에서 특별한 가정을 필요로 하지 않으며 따라서 기존의 방식들에 비해 보다 엄밀하다고 생각된다.

참고문헌

1. JR교본연구회(1984), “변전소일반”, pp.109-122
2. J. D. Glover(1984), “Train Voltage Analysis for AC Railroad Electrification”, Trans. Industry Application, Vol. 1A-20, No. 4, pp. 925-934
3. 한국전기연구소(1992), “경부고속전철용 전력공급의 비용 절감 방안연구(최종)”, pp. 73-98
4. 정현수 외(2003), “단권변압기 교류전기철도 급전시스템의 전차선 전압해석”, Trans. KIEE, Vol. 52, No. 9, pp. 493-499