Proceedings of KFIS Spring Conference 2004 Volume 14, Number 1

Interval 제 2종 퍼지 C 원형 윤곽선 알고리즘

An Interval Type-2 Fuzzy C Spherical Shells Algorithm

황철, 이정훈
한양대학교 전자공학

Cheul Hwang, Frank Chung-Hoon Rhee
Department of Electronic Engineering, Hanyang University, Ansan, Korea
E-mail : {chwang, frhee}@fuzzy.hanyang.ac.kr

ABSTRACT

본 논문은 fuzzy C 원형 윤곽선(fuzzy C spherical shells 이하 FCSS) 알고리즘을 확장한 interval 제2종 fuzzy C 원형 윤곽선 알고리즘에 관한 연구이다. 본 논문에서는 FCSS의 클러스터 윤곽선과의 관계에 의해 패턴이 할당 받은 퍼지 소속도(fuzzy 소속도) 값 결정에 존재하는 불확실성(uncertainty)은 표현하고, 관리하여 클러스터링 성능을 향상하고자 한다. 이러한 과정을 통하여 확장된 interval 제2종 FCSS는 패턴 집합에 존재할 수 있는 노이즈(noise)의 존재에 대해 기존의 FCSS보다 좀더 안정적이고, 바람직한 클러스터 윤곽선을 검출해낼 수 있도록 할 수 있을 것이다.

Key words : FCSS, 불확실성, interval 제2종 퍼지 집합

I. 서 론

FCSS는 패턴 공간상에서 원의 형태를 따르고 있지만, 패턴의 분포가 원의 중심을 기준으로 밀집되지 않은 형태를 갖는 패턴데이터에 대한 클러스터링을 수행할 때 사용된다[1]-[3]. FCSS는 기존의 prototype기반의 방법에서 사용하는 클러스터 중심과의 거리측정이 아닌, 패턴과 클러스터의 원형 경계면과의 상대적인 거리 측정에 의해 패턴의 퍼지 소속도를 할당하게 된다. 이러한 퍼지 소속도할당방법에 따른 클러스터링 방법은 그림 1(a)아 같이 원의 형태를 따르지만 속이 빈(hollow) 형태의 클러스터들에 대해 바람직한 클러스터링 결과를 갖는다. 그림 1(a)에 보여지는 예제는 직관적으로 클러스터 윤곽선에서 벗어난 매우 적은 개수의 노이즈를 갖는 패턴의 분포이다. 이는 직관적으로 패턴이 두개의 원형 클러스터를 형성하고 있음을 알 수 있다. 그림 1(a)와 같이 다소 클러스터의 경계면이 불분명한 예제에 FCSS를 사용하였을 경우에도, 비교적 합리적인 클러스터링 결과를 기대할 수 있다. 그러나, 그림 1(b)은 그 노이즈의 양이 증가하여, 두 클러스터의 경계면에대한 불확실성이 커지게 된다. 이러한 경우, 클러스터의 윤곽선과 패턴간의 거리 측정에의해 얻어진 패턴이 할당받은 퍼지 소속도값 또한 이러한 불확실성을 포함하게 된다. 따라서, 이러한 경우 패턴의 퍼지 소속도에 대한 불확실성을 잘 관리해야 한다.

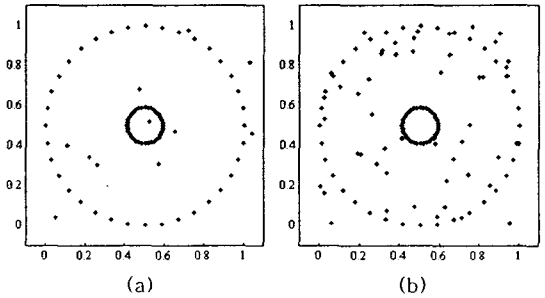


그림. 1. 서로 다른 불확실성을 표현하는 클러스터의 예제

따라서 본 논문에서는 이러한 패턴 집합이 표현하는 클러스터 경계면의 불확실성을 제어

하기 위해, 퍼지화 상수 m의 변화에 따른 퍼지 소속도 할당의 불확실성을 관리하는 접근방법을 사용하도록 한다. 본 논문에서는 실제 클러스터들의 퍼지화 정도와 퍼지화 상수에 의해 할당된 퍼지 소속도사이에 존재하는 불확실성을 관리하기 위해 패턴 집합을 퍼지화 상수m에 대하여 interval 제2종 퍼지 집합으로 확장하도록 한다. 본 논문의 나머지 부분은 다음과 같이 구성되어 있다. 두번째 절은 불확실성에 대한 정의와 함께 패턴 집합을 interval 제2종 퍼지 집합으로 확장하는 방법에 대해 설명하고, 다음으로 확장된 패턴 집합을 사용하여 FCSS 방법을 수행하는 동안 interval 제2종 퍼지 집합에의해 표현된 불확실성을 관리하는 방법에 대해 설명한다. 다음으로 여러 예제들을 통해 제시된 방법의 유용성을 보이고, 마지막으로 논문에 대한 결론을 언급하도록 한다.

II. 본 론

2.1 interval 제2종 퍼지집합으로의 확장

일반적으로 FCSS를 포함한 목적함수 기반의 클러스터링에서는 퍼지화 상수 2.0을 사용한다. 이는 실험을 통해 일반적인 패턴들에 대해 비교적 합리적인 클러스터링 결과를 보이기 때문이다. 그러나 서론에서도 설명했듯이 하나의 클러스터를 형성하는 경계면에 있어 불확실성이 높은 패턴 데이터들에 대해서는 이러한 패턴 집합이 포함한 불확실성을 표현하고 관리하는 것에의해 FCSS에 비해 좀더 합리적이고 의미있는 결과를 얻을 수 있을 것이다. 만약 퍼지화 상수 m값을 증가시킨다면 패턴 집합에 대한 퍼지화정도 또한 증가할 것이다. 반대의 경우는 퍼지화 정도가 감소한다.

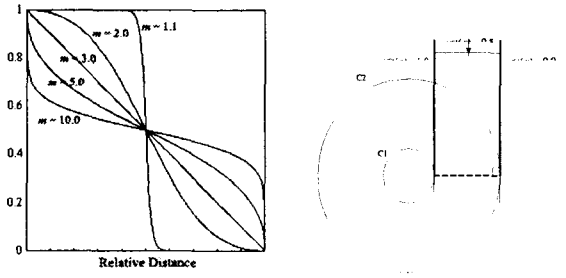


그림. 2. FCSS의 소속도 함수: (a) m의 변화에 대한 소속도 함수 (b) 패턴의 상대적 거리에 따른 소속도

그림 2(a)에서 확인할 수 있듯이, 하나의 패턴에 대해 할당되는 퍼지 소속도는 m값의 증가에 따라 증가한다. 그림 2(b)는 FCSS방법에서 하나의 패턴 x의 위치에 따른 소속도 할당변화의 예제이다. FCSS에서는 패턴이 특정 클러스터에 대해 할당받는 소속도는 각 클러스터의 원형 경계면과 패턴과의 상대적인 거리관계에 의해 얻어진다. 그림 2(b)에 보여지는 것과 같은 퍼지 소속도할당 방법에 의해, FCSS는 속이 빈 원의 형태를 가지고 있는 클러스터의 바람직한 원형 경계면을 찾아내게 된다. 그러나, 패턴이 형성하고 있는 클러스터 경계면의 형태가 불분명해 질수록(경계면으로부터 멀리 떨어진 패턴의 개수가 많아질때), FCSS가 산출하는 클러스터 경계면은 바람직한 형태를 갖지 못할 수 있다. 이는 클러스터의 경계면을 표현해야 할 패턴들의 위치가 불분명해짐에 따라, 패턴 집합이 퍼지 집합으로 확장될때 갖는 퍼지화 정도가 틀려지기 때문이다. 따라서 본 논문에서는 FCSS에서 퍼지화 정도를 결정하는 m에 대한 모호성을 퍼지화 정도에 대한 불확실성으로 정의한다. 또한 이를 관리하기 위해, 패턴 집합을 2개의 선택된 m값에 대하여 각각 퍼지 집합으로 확장한다. 이러한 2개의 퍼지 집합이 갖는 interval은 패턴 집합을 자연스럽게 interval 제2종 퍼지 집합으로 확장하게 된다. 이러한 primary 소속도 interval은 불확실성을 표현하는 영역(footprint of uncertainty 이하 FOU)으로 고려할 수 있다. 이는 그림 3에 도식화 되어 있다. 그림 3의 각 패턴 x'에 대한 primary 소속도 interval을 정리하면 식(1)과 같다.

$$\mu(x') = \left[\underline{\mu}(x'), \bar{\mu}(x')\right] \tag{1}$$

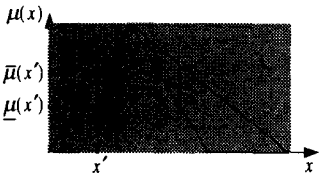


그림. 3. interval 제2종 퍼지집합에 대한 예제

또한, 각 입력 패턴 x'의 primary 소속도에 대한 secondary 소속도는 1.0이 된다. 이상의 과정을 정리해보면, 우선 FCSS의 소속도 할당 방법에 서로 다른 두 m값을 적용하여 패턴에 대한 lower와 upper 퍼지 소속도를 정의한다.

$$\bar{\mu}_s(x_i) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{C}\left(d_{si}/d_{ji}\right)^{2/(m_1-1)}} \quad \underline{\mu}_s(x_i) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{C}\left(d_{si}/d_{ji}\right)^{2/(m_2-1)}} \tag{2}$$

그림 4는 식(2)과 같이 서로 다른 두개의 m값 1.1과 2.0을 사용하여 interval 제2종 퍼지 집합을 구성한 예이다.

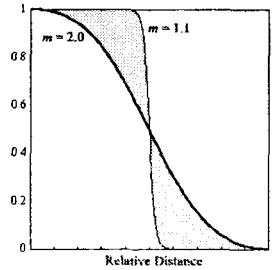


그림. 4. m = 1.1과 2.0을 사용하여 interval 제2종 퍼지 집합으로 확장한 예제

2.2. interval 제2종 FCSS

FCSS에서는 거리측정을 위해 클러스터가 형성하고 있는 원형 경계면의 중심값과 반지름을 이용한 원의 방정식을 사용한다. FCSS에 사용된 원형 경계면 거리 측정 방법[1]을 정리하면 식(3)과 같다.

$$d_{ij}^2 = \mathbf{p}_i^T \mathbf{M}_j \mathbf{p}_i + \mathbf{V}_j^T \mathbf{p}_i + b_j, \quad (3)$$

$$b_j = \left(\mathbf{x}_j^T \mathbf{x}_j\right)^2 \quad \mathbf{v}_j = 2\left(\mathbf{x}_j^T \mathbf{x}_j\right)\mathbf{y}_j \quad \mathbf{y}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_j \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{M}_j = \mathbf{y}_j \mathbf{y}_j^T \text{ and } \mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} -2\mathbf{c}_i \\ \mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_i - \mathbf{r}_i^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

식(5)에서 확인할 수 있듯이, $\mathbf{p}_i$는 클러스터의 원형 경계면을 결정하는 원의 중심값과 반지름을 포함하게 된다. 이를 계산하기 위해서는 식(6)와 (7)을 사용한다.

$$\mathbf{H}_i = \sum_{j=1}^{N} (\mu_{ij})^m \mathbf{M}_j \quad \mathbf{w}_i = \sum_{j=1}^{N} (\mu_{ij})^m \mathbf{v}_j \quad (6)$$

$$\mathbf{p}_i = -\frac{1}{2}(\mathbf{H}_i)^{-1} \mathbf{w}_i \quad (7)$$

FCSS알고리즘은 다음과 같이 정리된다[1].

Fix the number of clusters C; fix m, $1 < m < \infty$;
Set iteration counter $l = 1$;
Initialize the fuzzy C-partition $\mathbf{U}^{(0)}$ (using FCM);
Repeat
  Calculate $\mathbf{H}_i^{(l)}$ and $\mathbf{w}_i^{(l)}$ for each cluster λ_i using (6);
  Compute $\mathbf{p}_i^{(l)}$ for each cluster λ_i using (7);
  Update $\mathbf{U}^{(l)}$;
  Increment l;
Until $\left(\|\mathbf{U}^{(l-1)} - \mathbf{U}^{(l)}\| < \varepsilon\right)$;

제안된 방법은 interval 제2종 퍼지 집합으로의 확장에의해, 서로 다른 목적함수를 최소화 시키도록 한다.

$$J_{m_k}(\mathbf{L}, \mathbf{U}) = \sum_{i=1}^{C} \sum_{j=1}^{N} (\mu_{ij})^{m_k} d_{ij}^2, \quad (8)$$

where k=1, 2.

2.2.1 type-reduction과 defuzzification

interval 제2종 퍼지 집합을 FCSS알고리즘에 적용하기 위해서는 FCSS에 사용되는 $\mathbf{H}_i$, $\mathbf{w}_i$, $\mathbf{p}_i$을 각각 수정해야 한다. FCSS에서는 $\mathbf{H}_i$와 $\mathbf{w}_i$을 보정하기위해 식(6)을 사용한다. 이는 $\mathbf{p}_i$를 결정하는 defuzzification과정의 중간단계로 고려 될 수 있다. 제안된 방법에서는 $\mathbf{p}_i$를 구하기 위해, 이러한 defuzzification과정 전에 $\mathbf{H}_i$와 $\mathbf{w}_i$에 대한 type-reduction과정이 선행되어야 한다. 이러한 type-reduction과정을 위해 일반적인 제2종 퍼지 연산에 사용되는 type-reduction과정과 defuzzification과정을 적용하도록 한다. GC type-reducer를 적용하여 $\mathbf{H}_i$와 $\mathbf{w}_i$를 표현하면 아래와 같다.

$$\mathbf{H}_i = \left[\mathbf{H}_i^l, \mathbf{H}_i^r\right] = \sum_{x \in X} \sum_{\mu_1(x_1) \in J_{x_1}} \cdots \sum_{\mu_N(x_N) \in J_{x_N}} \Big/ \sum_{j=1}^{N} \mathbf{M}_j \left(\mu_i(x_j)\right)^m \quad (9)$$

$$\mathbf{w}_i = \left[\mathbf{w}_i^l, \mathbf{w}_i^r\right] = \sum_{x \in X} \sum_{\mu_1(x_1) \in J_{x_1}} \cdots \sum_{\mu_N(x_N) \in J_{x_N}} \Big/ \sum_{j=1}^{N} \mathbf{v}_j \left(\mu_i(x_j)\right)^m \quad (10)$$

식 (9)과 (10)의해 표현된 $\mathbf{H}_i$와 $\mathbf{w}_i$는 각각 interval $[\mathbf{H}_i^l, \mathbf{H}_i^r]$과 $[\mathbf{w}_i^l, \mathbf{w}_i^r]$을 형성한다. 이러한 interval을 구하기 위해서는 각 패턴의 upper와 lower 소속도에의해 형성되는 interval안에 존재하는 모든 embedded 퍼지 집합을 고려 한다. 각 패턴은 interval 제2종 퍼지 집합에 대해 upper와 lower 소속도를 갖기 때문에, 각 패턴은 2개씩의 primary 소속도값을 primary 소속도 set의 원소로 갖게 된다. 따라서, N개의 패턴으로 이루어진 패턴 집합에 대한 embedded 퍼지 집합의 개수는 2^N개가 된다. 본 논문에 사용된 $\mathbf{H}_i$와 $\mathbf{w}_i$또한, 이에 따라, 각각 2^N개의 embedded 퍼지 집합들을 갖게 된다. 각각 $\mathbf{H}_i$와 $\mathbf{w}_i$에 포함된 embedded 퍼지 집합들에 대한 union은 각각 단일한 interval 퍼지 집합을 형성한다. 이는 식(11)와 같이 정리 될 수 있다.

$$\mathbf{H}_i = \{\mathbf{H}_i^1 \ldots \mathbf{H}_i^{2^N}\} = [\mathbf{H}_i^l, \mathbf{H}_i^r] \quad \mathbf{H}_i^l \le \forall \mathbf{H}_i^q \le \mathbf{H}_i^r$$
$$\mathbf{w}_i = \{\mathbf{w}_i^1 \ldots \mathbf{w}_i^{2^N}\} = [\mathbf{w}_i^l, \mathbf{w}_i^r] \quad \mathbf{w}_i^l \le \forall \mathbf{w}_i^q \le \mathbf{w}_i^r \quad (11)$$

where $q = 1, \ldots, 2^N$.

각 embedded 퍼지 집합들에 대한 defuzzification과정은 주어진 interval 제2종 퍼지 집합에 대한 type-reduction과정을 제공한다. 그러나 이러한 과정을 위하여 2^N개의 모든 embedded 퍼지 집합에 대한 계산은 필요하지 않다. 이는 embedded 퍼지 집합들이 형성하는 interval의 left value와 right를 모든 embedded 퍼지 집합을 사용하지 않고 구해내는 반복 연산 방법이 Mendel과 Karnik에의해 제시되고 있기 때문이다[5]. 이를 정리하면 다음과 같다.

Finding the Maximum $\mathbf{H}_i^r$ *and* $\mathbf{w}_i^r$
Assume pre-computed $\mathbf{M}_j$ and $\mathbf{v}_j$ are arranged in ascending order;
i.e. $\mathbf{M}_{ij}^1 \le \cdots \le \mathbf{M}_{ij}^N$ $(i \times j = (L+1) \times (L+1))$, $\mathbf{v}_i^1 \le \cdots \le \mathbf{v}_i^N$ $(i = 1, \ldots, L+1)$ where L is number of features.
1. Compute $\mathbf{R}_i^r$ and $\mathbf{T}_i^r$ in (13) by initially setting $\mu_i(\boldsymbol{x}_j)$ in (12), and let $\mathbf{R}_i^r \equiv \mathbf{R}_i^{r'}$ and $\mathbf{T}_i^r \equiv \mathbf{T}_i^{r'}$.

$$\mu(x_i) = \frac{\bar{\mu}(x_i) + \underline{\mu}(x_i)}{2} \quad (12)$$

$$\mathbf{R}_i^r = \frac{\sum_{j=1}^{N} M_j \mu(x_j)}{\sum_{j=1}^{N} \mu(x_i)}, \quad \mathbf{T}_i^r = \frac{\sum_{j=1}^{N} \mathbf{v}_j \mu(x_j)}{\sum_{j=1}^{N} \mu(x_i)} \quad (13)$$

2. Find $k_i(1 \le k_i \le N-1)$ such that
$\mathbf{R}_i^{r,k} \le \mathbf{R}_i^{r\prime} \le \mathbf{R}_i^{r,k+}$ and $s_i(1 \le s_i \le N-1)$ such that
$\mathbf{T}_i^{r,s} \le \mathbf{T}_i^{r\prime} \le \mathbf{T}_i^{r,s+1}$.
3. Compute R_i^r and T_i^r in (15) by setting $\mu_i(\mathbf{x}_j)$ in (14) and let $\mathrm{R}_i^{r\prime\prime} \equiv \mathrm{R}_i^r$ and $\mathrm{T}_i^{r\prime\prime} \equiv \mathrm{T}_i^r$.

$$\text{if } i \le k,\ \mu(x_i) = \underline{\mu}(x_i) \text{ and } m = m_{Lower}$$
$$\text{else, } \mu(x_i) = \overline{\mu}(x_i) \text{ and } m = m_{Upper} \quad (14)$$

$$\mathbf{R}_i^r = \frac{\sum_{j=1}^{N} M_j \left(\mu(x_j)\right)^m}{\sum_{j=1}^{N} \left(\mu(x_j)\right)^m},\quad \mathbf{T}_i^r = \frac{\sum_{j=1}^{N} \mathbf{v}_j \left(\mu(x_j)\right)^m}{\sum_{j=1}^{N} \left(\mu(x_j)\right)^m} \quad (15)$$

4. If $\mathrm{R}_i^{r\prime\prime} \neq \mathrm{R}_i^{r\prime}$, $\mathrm{T}_i^{r\prime\prime} \neq \mathrm{T}_i^{r\prime}$, then go to Step 5.
If $\mathrm{R}_i^{r\prime\prime} = \mathrm{R}_i^{r\prime}$, $\mathrm{T}_i^{r\prime\prime} = \mathrm{T}_i^{r\prime}$, then go to Step 6.
5. Set $\mathrm{R}_i^{r\prime} = \mathrm{R}_i^{r\prime\prime}$, $\mathrm{T}_i^{r\prime} = \mathrm{T}_i^{r\prime\prime}$ and return to Step 2.
Stop and compute $\mathbf{H}_i^r$ and $\mathbf{w}_i^r$ in (9) and (10) by setting $\mu_i(\mathbf{x}_j)$ in (15).

최소값 $\mathbf{H}_i^l$과 $\mathbf{w}_i^l$을 찾는 과정은 step 3을 제외하고는 다르지 않다. 최소값을 찾는 과정에서 step은 다음과 같이 바뀐다.

$$\text{if } i \le k,\ \mu(x_i) = \overline{\mu}(x_i) \text{ and } m = m_{Upper}$$
$$\text{else, } \mu(x_i) = \underline{\mu}(x_i) \text{ and } m = m_{Lower} \quad (16)$$

이러한 반복 연산에 의해 얻어진 interval 퍼지 집합은 식(21)과 같이 표현된다.

$$\tilde{\mathbf{H}}_i = 1.0/\left[\mathbf{H}_i^l, \mathbf{H}_i^r\right],\ \tilde{\mathbf{w}}_i = /\left[\mathbf{w}_i^l, \mathbf{w}_i^r\right], \quad (17)$$

식 (17)로부터, $\mathbf{p}_i$를 산출하기 위해서는 type-reduce된 $\tilde{\mathbf{H}}_i$와 $\tilde{\mathbf{w}}_i$로부터 만들어질 수 있는 모든 $\tilde{\mathbf{p}}_i$를 찾아야 한다 이는 식 (18)를 따른다.

$$\tilde{\mathbf{p}}_i = 1.0/\mathbf{p}_i^{RR} + 1.0/\mathbf{p}_i^{RL} + 1.0/\mathbf{p}_i^{LR} + 1.0/\mathbf{p}_i^{LL} \quad (18)$$

$$\mathbf{p}_i^{AB} = 1.0/-\tfrac{1}{2}\left(\mathbf{H}_i^a\right)^{-1}\mathbf{w}_i^b, \quad (19)$$

where A (B) denotes left or right of H (w).

식(19)를 사용해 측정된 $\tilde{\mathbf{p}}_i$의 값들은 또한 interval 퍼지 집합을 형성한다. 따라서, 클러스터의 원형 경계면이 포함하는 중심값과 반지름 정보를 얻을 수 있는 $\mathbf{p}_i$를 계산하기 위해서는 defuzzification과정이 필요하게 된다 이는 식(20)와 같다.

$$\mathbf{p}_i = \frac{\sum_{\mathbf{p}_i^q \in I_{\tilde{\mathbf{p}}_i}} \mathbf{p}_i^q \left(\mu(\mathbf{p}_i^q)\right)}{\sum_{\mathbf{p}_i^q \in I_{\tilde{\mathbf{p}}_i}} \left(\mu(\mathbf{p}_i^q)\right)} = \frac{\mathbf{p}_i^{RR} + \mathbf{p}_i^{RL} + \mathbf{p}_i^{LR} + \mathbf{p}_i^{LL}}{4} \quad (20)$$

defuzzification과정을 수행하여 $\mathbf{p}_i$를 구하고 난 이후 모든 과정은 FCSS의 알고리즘과 동일하다.

2.3 실험 결과

본 절에서는 여러 예제들을 통해 제시된 방법의 유용성을 보이도록 한다. 각 예제들은 기존의 FCSS와 제시된 방법에 대하여 수행하고, 그 결과를 비교하도록 한다. FCSS에 사용되는 퍼지화 상수 m값은 1.1~10사이의 값을 1단위로 변화시켜 퍼지화 상수 m값으로 사용하도록 하고, 제시된 방법에서 사용되는 퍼지화 상수 $m1$과 $m2$에 대해서는 1.1과 10.1사이의 값을 0.01단위로 변화시켜 그 중 두값을 퍼지화 상수 $m1$과 $m2$로 사용하도록 한다.

그림 5는 노이즈를 첨가하여 원의 형태를 갖는 두 클러스터가 클러스터 윤곽선에 불확실성을 갖도록 하였다. 그림 5(b)(c)에 보여지는 것처럼, FCSS의 경우 퍼지화 상수 m값을 증가시킴에 따라 좀더 명확한 경계면을 찾아냄을 알 수 있다. 그러나 그 결과는 패턴이 이루는 클러스터 윤곽선에 완전히 일치하지 못한다. 그러나 그림 5(d)에 보여지는 제시된 방법의 결과는 FCSS에 비해 좀더 바람직한 클러스터 경계면을 생성하고 있다. 그림 6은 3개의 같은 크기의 원이 서로 겹쳐진 클러스터 모양을 형성하는 패턴 데이터에 대한 예제이다.

본 논문의 마지막 예제는 그림 7에 보여지는 클러스터링 방법을 통한 영상에 대한 윤곽선 검출에 관한 예제이다. 일반적으로 목적함수 기반의 fuzzy 클러스터링 방법에서 사용하는 퍼지화 상수 m = 2.0에서는 FCSS와 제시된 방법 모두에서 만족할만한 결과를 얻지 못했다. 그러나, m = 8.0에 가깝게 퍼지화 정도를 높였을 때, 그 결과는 향상되었다.

III. 결 론

본 논문에서는, FCSS의 클러스터 경계면 검출 결과를 좀더 향상시키기 위해 패턴 집합을 interval 제2종 퍼지 집합으로 확장하였다. 이를 통해 패턴이 형성하는 클러스터 경계면의 형태가 불분명한(노이즈의 존재에의해 오염된) 패턴 데이터들에 대하여, 좀더 향상된 클러스터 경계면을 산출 할 수 있었다. 제시된 방법은 퍼지 집합의 특성들을 유지하기 위해 퍼지화 상수의 변화에 대하여 패턴 데이터를 interval 제2종 퍼지 집합으로 확장했다. 이러한 접근 방법은 목적 함수의 변화 없이 사용할 수 있는 장점이 있다. 이러한 장점은 목적함수 기반의 여러 클러스터링 방법에도 적용할 수 있도록 한다. 따라서, 앞으로 목적함수를 사용하는 여러가지 fuzzy 클러스터링 방법에 대해서도 퍼지화 상수를 통한 interval 제2종 퍼지 집합으로의 확장을 시도할 것이다.

감사의 글 : 본 연구는 한양대학교(HY-2002-T)의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

IV. 참고문헌

[1] R. Krishnapuram, O. Nasraoui, and H. Frigui, "The fuzzy C-spherical shells algorithm," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 3, no. 5, pp. 663-671, Sept. 1992.

[2] R. Dave, "Fuzzy-shell clustering and applications to circle detection in digital images," *Int. J. General Systems*, vol. 16, pp. 343-355, 1990.

[3] J. Bezdek and R. Hathaway, "Accelerating convergence of the fuzzy c-shells clustering algorithms," in *Proc. IFSA Congress*, pp. 12-15, Brussels, July 1991.
[4] R. Krishnapuram and J. Keller, "A possibilistic approach to clustering," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 1, no. 2, pp. 98-110, May 1993.
[5] J. Mendel, *Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001.
[6] J. Mendel and R. John, "Type-2 fuzzy set made simple," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 10, no. 2, April 2002.
[7] J. Bezdek, *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. Plenum, 1981.
[8] J. Mendel and R. John, "A fundamental decomposition of type-2 fuzzy sets," *2001 IFSA/NAFIPS Joint Conference*, pp. 1896-1901, Vancouver, BC, July 2001.

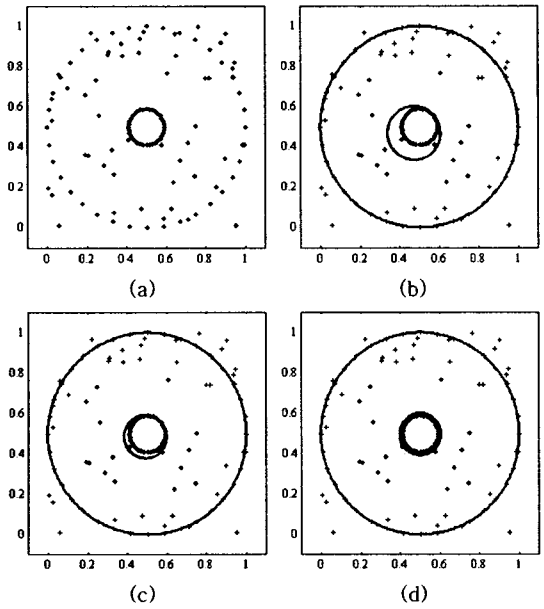
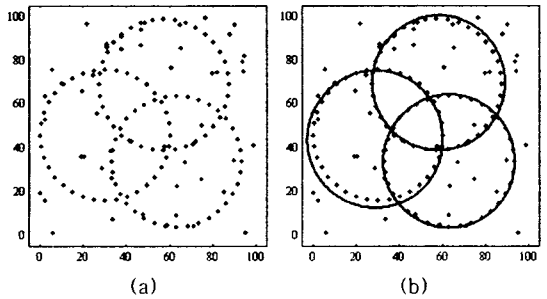


그림. 5. 클러스터의 불확실성이 증가한 두개의 원(40%의 노이즈 첨가): (a) original data, (b) FCSS with m = 5.0, (c) FCSS with m =10.01, (d) Interval type-2 FCSS with m_1 = 10.0 and m_2 = 10.01.



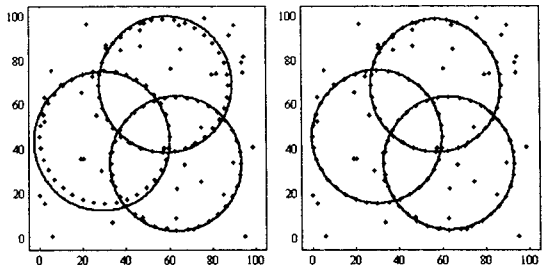


그림. 6. 3개의 교차된 원(32%의 노이즈 첨가): (a) 패턴 데이터 (b) FCSS(m = 2.0) (c) FCSS(m =2.05), (d) Interval type-2 FCSS(m_1 = 2.0, m_2 = 2.05).

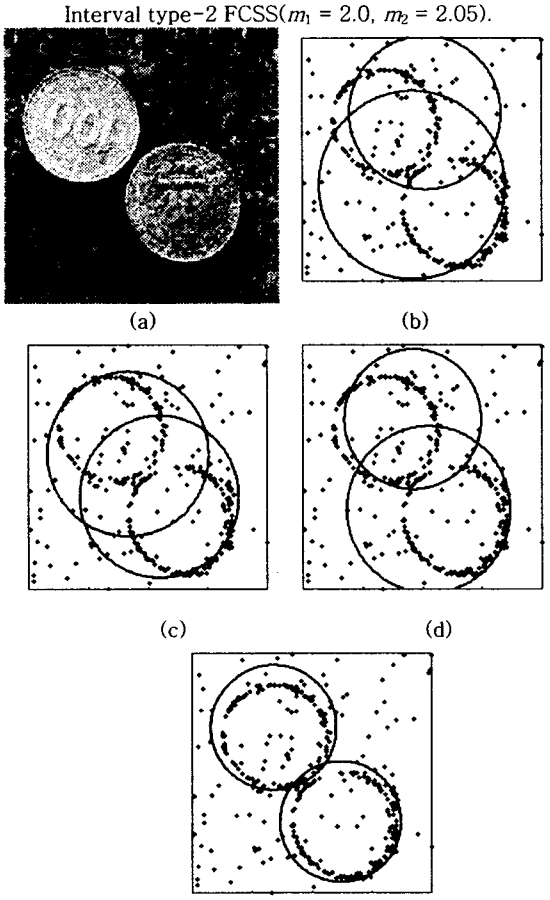


그림. 7. 영상 윤곽선 검출: (a) 원본 영상 (b) FCSS(m = 2.0) (c) FCSS(m =8.1) (d) Interval type-2 FCSS(m_1 = 2.0, m_2 = 2.15) (e) Interval type-2 FCSS(m_1 = 8.0, m_2 = 8.1)