

변조 함수법을 이용한 TSK 퍼지모델의 파라미터 인식

Parameters Identification of TSK Fuzzy Model using Modulating Function Method

류은태 · 정찬익 · 이원창 · 강근택
부경대학교 대학원 전자공학과

Chanik Jung · Zonghua Jin · Wonchang Lee · Geuntaek Kang
Department of Electronic Engineering, Graduate School, Pukyong National University
E-mail : chan017@hanmail.net

Abstract

본 논문에서는 변조 함수법을 이용하여 비선형 연속시스템의 퍼지모델 파라미터 인식을 위한 새로운 알고리즘을 제시하였다. 동력학 미분방정식은 미분항을 가지고 있기 때문에 입출력 데이터를 이용하여 퍼지모델 파라미터를 인식하는 경우 외란의 영향을 무시할 수 없으므로 퍼지모델 파라미터 인식이 어렵다. 그러나 변조 함수법을 이용하면 미분항을 소거할 수 있어 미분항이 없는 연립방정식으로부터 쉽게 퍼지모델 파라미터 인식이 가능하다. 몇 개의 시물레이션을 통해 제안한 변조 함수법을 이용한 퍼지모델 파라미터 인식의 정확성과 유효성을 확인할 수 있었다.

Key Words : TSK fuzzy Model, Modulating Function (MF), Nonlinear Continuous System.

1. 서론

비선형 연속시스템의 퍼지모델 파라미터 인식은 일반적으로 시스템의 입출력 데이터를 이용하여 이루어진다. 그러나 연속시스템의 미분방정식은 미분항을 갖고 있기 때문에 파라미터 인식에서 외란의 영향을 무시할 수 없으며 퍼지모델 파라미터 인식이 매우 어렵다.

본 논문에서는 변조 함수법을 이용하여 비선형 연속시스템의 퍼지모델 파라미터 인식을 하고자한다. 변조 함수법[1]을 이용하여 퍼지모델 파라미터 인식을 인식하면 동력학 미분방정식에서 미분항을 소거할 수

있어 미분항이 없는 연립방정식으로부터 쉽게 퍼지모델 파라미터 인식이 이루어진다. 그리하여 변조 함수법은 비선형 연속시스템의 퍼지모델 파라미터 인식의 매우 효과적인 방법임을 보여준다.

몇 개의 비선형 연속시스템에 대한 시물레이션으로부터 퍼지모델 파라미터 인식에 대한 제안한 알고리즘의 유효성과 실효성이 확인한다.

본 논문에서는 3개의 주요 부분으로 구성되었다. 2장에서는 변조 함수법을 이용한 TSK 퍼지모델 파라미터 인식을 보여주고, 3장에서는 결론을 맺는다.

II. MF 법을 이용한 TSK 퍼지모델 파라미터 인식

2.1 1차 연속시스템의 TSK 퍼지모델 파라미터 인식

1차 연속시스템의 동적 방정식은 식(1)과 같다.

$$\theta(t) = -\sin \theta(t) + 0.5u(t) \quad (1)$$

연속시스템의 TSK 퍼지모델의 i 번째 규칙은 다음과 같다[2,3,4].

$$M^i: \text{if } \theta_1(t) \text{ is } F_1^i, \theta_2(t) \text{ is } F_2^i, \dots, \theta_i(t) \text{ is } F_m^i \\ \text{then } \theta^i(t) = a_0^i + a_1^i \theta(t) + b^i u(t)$$

(2)

식 (1)을 입출력 데이터를 이용하여 인식되는 TSK 퍼지모델 형태로 표현하면 규칙수 $i=3$ 일 때 식 (3)와 같다.

$$M^1: \text{if } \theta(t) \text{ is } F_1 \\ \text{then } \theta^1(t) = a_0^1 + a_1^1 \theta(t) + b^1 u(t)$$

$$M^2: \text{if } \theta(t) \text{ is } F_2 \\ \text{then } \theta^2(t) = a_0^2 + a_1^2 \theta(t) + b^2 u(t)$$

$$M^3: \text{if } \theta(t) \text{ is } F_3 \\ \text{then } \theta^3(t) = a_0^3 + a_1^3 \theta(t) + b^3 u(t)$$

(3)

퍼지모델 출력 θ 는 다음과 같이 구한다.

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^3 w^i(\theta)(a_0^i + a_1^i \theta + b^i u)}{\sum_{i=1}^3 w^i(\theta)}$$

(4)

식(5)은 식(5)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\theta = w^1 a_0^1 + w^1 a_1^1 \theta + w^1 b^1 u \\ + w^2 a_0^2 + w^2 a_1^2 \theta + w^2 b^2 u \\ + w^3 a_0^3 + w^3 a_1^3 \theta + w^3 b^3 u$$

(5)

식(5) 미분항 θ 를 소거하기 위해 변조 함수

$\int_0^{t_0} \psi_i dt$ 을 양변에 곱하면 식(6)과 같다.

$$\int_0^{t_0} \psi_i \theta dt = \int_0^{t_0} \psi_i (w^1 a_0^1 + w^1 a_1^1 \theta + w^1 b^1 u \\ + w^2 a_0^2 + w^2 a_1^2 \theta + w^2 b^2 u \\ + w^3 a_0^3 + w^3 a_1^3 \theta + w^3 b^3 u) dt \quad (6)$$

θ 미분항이 소거되면서 미분항이 없는 연립방정식이 되고 식(7)과 같이 정리 할 수 있다.

$$-\int_0^{t_0} \psi_i \theta dt = w^1 \int_0^{t_0} \psi_i w^1 dt + a_1^1 \int_0^{t_0} \psi_i w^1 \theta dt \\ + b^1 \int_0^{t_0} \psi_i w^1 u dt + a_0^2 \int_0^{t_0} \psi_i w^2 dt \\ + a_1^2 \int_0^{t_0} \psi_i w^2 \theta dt + b^2 \int_0^{t_0} \psi_i w^2 u dt \\ + a_0^3 \int_0^{t_0} \psi_i w^3 dt + a_1^3 \int_0^{t_0} \psi_i w^3 \theta dt \\ + b^3 \int_0^{t_0} \psi_i w^3 u dt \quad (7)$$

$$(i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$$

여기서, $a_0^1, a_1^1, b^1, a_0^2, a_1^2, b^2, a_0^3, a_1^3, b^3$ 등 파라미터 값이 9개이므로 각각의 변조 함수를 아래와 같이 $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4, \psi_5, \psi_6, \psi_7, \psi_8, \psi_9$ 등 9개로 식 (7)과 같은 연립 방정식을 만들어 파라미터를 구한다.

연립방정식에 의해 구한 파라미터 아래와 같다.

$$a_0^1 = 0.6330, \quad a_1^1 = 0.0832, \quad b^1 = 0.4207 \\ a_0^2 = -0.0258, \quad a_1^2 = -0.9853, \quad b^2 = 0.5217 \\ a_0^3 = -0.1075, \quad a_1^3 = -0.1470, \quad b^3 = 0.3113 \quad (8)$$

따라서, TSK 퍼지모델은 식(9)와 같다.

$$M^1: \text{if } \theta(t) \text{ is } F_1 \\ \text{then } \theta^1(t) = 0380 + 0.0832 \theta(t) + 0.4207 u(t)$$

$$M^2: \text{if } \theta(t) \text{ is } F_2 \\ \text{then } \theta^2(t) = -0258 - 0.9853 \theta(t) + 0.5217 u(t)$$

$$M^3: \text{if } \theta(t) \text{ is } F_3 \\ \text{then } \theta^3(t) = -1075 - 0.1470 \theta(t) + 0.3113 u(t)$$

(9)

그림 1에서는 MF법을 이용하여 구한 TSK 퍼지모델의 출력 응답과 실제 시스템 출력 응답 비교를 보여준다. 그림에서 퍼지모델의 출력은 실제 시스템의 출력과 거의 같음을 볼 수 있다.

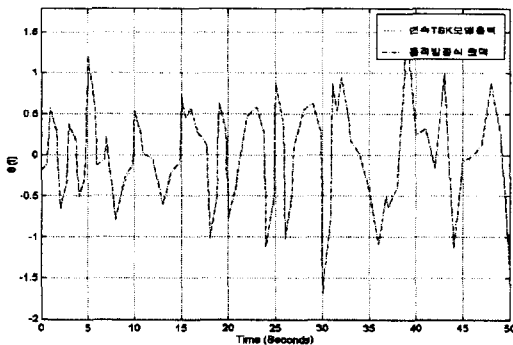


Fig. 1. Comparison of actual system output and TSK fuzzy model output

2.2 2차 연속시스템의 TSK 퍼지모델 파라미터 인식

2차 연속시스템의 동적 방정식은 식(10)과 같다.

$$\ddot{\theta} = -\theta - \sin \theta(t) + u(t) \quad (10)$$

연속시스템의 TSK 퍼지모델의 i 번째 규칙은 다음과 같다.

$$M^i : \text{if } \theta_1(t) \text{ is } F_1^i, \theta_2(t) \text{ is } F_2^i, \dots, \theta_i(t) \text{ is } F_m^i \\ \text{then } \mathcal{F}^i(t) = a_0^i + a_1^i \theta(t) + a_2^i \ddot{\theta}(t) + b^i u(t) \quad (11)$$

식 (10)을 입출력 데이터를 이용하여 인식되는 TSK 퍼지모델 형태로 표현하면 규칙수 $i=3$ 일 때 식 (12)와 같다.

$$M^1 : \text{if } \theta(t) \text{ is } F_1 \\ \text{then } \mathcal{F}^1(t) = a_0^1 + a_1^1 \theta(t) + a_2^1 \ddot{\theta}(t) + b^1 u(t)$$

$$M^2 : \text{if } \theta(t) \text{ is } F_2 \\ \text{then } \mathcal{F}^2(t) = a_0^2 + a_1^2 \theta(t) + a_2^2 \ddot{\theta}(t) + b^2 u(t)$$

$$M^3 : \text{if } \theta(t) \text{ is } F_3 \\ \text{then } \mathcal{F}^3(t) = a_0^3 + a_1^3 \theta(t) + a_2^3 \ddot{\theta}(t) + b^3 u(t) \quad (12)$$

퍼지모델 출력 θ 는 다음과 같이 구한다.

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^3 w^i(\theta)(a_0^i + a_1^i \theta + a_2^i \ddot{\theta}(t) + b^i u)}{\sum_{i=1}^3 w^i(\theta)} \quad (13)$$

식(13)은 식(14)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\ddot{\theta} = w^1 a_0^1 + w^1 a_1^1 \theta + w^1 a_2^1 \ddot{\theta} + w^1 b^1 u \\ + w^2 a_0^2 + w^2 a_1^2 \theta + w^2 a_2^2 \ddot{\theta} + w^2 b^2 u \\ + w^3 a_0^3 + w^3 a_1^3 \theta + w^3 a_2^3 \ddot{\theta} + w^3 b^3 u \quad (14)$$

식 (14)의 미분항 $\ddot{\theta}$, θ 를 소거하기 위해 변조

함수 $\int_0^{t_0} \psi \cdot dt$ 을 양변에 곱하면 식(15)가 된다.

$$\int_0^{t_0} \psi \cdot \ddot{\theta} dt = \int_0^{t_0} \psi (w^1 a_0^1 + w^1 a_1^1 \theta + w^1 a_2^1 \ddot{\theta} \\ + w^1 b^1 u + w^2 a_0^2 + w^2 a_1^2 \theta \\ + w^2 a_2^2 \ddot{\theta} + w^2 b^2 u + w^3 a_0^3 \\ + w^3 a_1^3 \theta + w^3 a_2^3 \ddot{\theta} + w^3 b^3 u) dt \quad (15)$$

$\ddot{\theta}$, θ 미분항이 소거되면서 미분항이 없는 연립 방정식이 되고 식(16)과 같이 정리할 수 있다.

$$\int_0^{t_0} \psi \ddot{\theta} dt = a_0^1 \int_0^{t_0} \psi_i w^1 dt + a_1^1 \int_0^{t_0} \psi_i w^1 \theta dt \\ - a_2^1 \int_0^{t_0} \psi_i \ddot{\theta} dt + b^1 \int_0^{t_0} \psi_i w^1 u dt \\ + a_0^2 \int_0^{t_0} \psi_i w^2 dt + a_1^2 \int_0^{t_0} \psi_i w^2 \theta dt \\ - a_2^2 \int_0^{t_0} \psi_i \ddot{\theta} dt + b^2 \int_0^{t_0} \psi_i w^2 u dt \\ + a_0^3 \int_0^{t_0} \psi_i w^3 dt + a_1^3 \int_0^{t_0} \psi_i w^3 \theta dt \\ - a_2^3 \int_0^{t_0} \psi_i \ddot{\theta} dt + b^3 \int_0^{t_0} \psi_i w^3 u dt$$

$$(i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12)$$

(16)

$a_0^1, a_1^1, a_2^1, b^1, a_0^2, a_1^2, a_2^2, b^2, a_0^3, a_1^3, a_2^3, b^3$ 들 12개 파라미터이므로 변조함수를 아래와 같은 $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4, \psi_5, \psi_6, \psi_7, \psi_8, \psi_9, \psi_{10}, \psi_{11}, \psi_{12}$ 등 식(17)과 같은 연립 방정식을 만들어 파라미터를 구한다.

연립 방정식으로부터 구한 파라미터로 TSK 퍼지모델을 인식하면 식 (17)과 같다.

$$\begin{aligned}
 M^1: & \text{if } \theta \text{ is } F_1 \text{ then } \dot{\theta}(t) = -1.2271 \theta(t) \\
 & \quad - 1.26911 \theta(t) - 0.4198 + 2.1858u(t) \\
 M^2: & \text{if } \theta \text{ is } F_2 \text{ then } \dot{\theta}(t) = -1.1662 \theta(t) \\
 & \quad - 1.4907 \theta(t) - 0.0031 + 1.2542u(t) \\
 M^3: & \text{if } \theta \text{ is } F_3 \text{ then } \dot{\theta}(t) = -2.0719 \theta(t) \\
 & \quad - 0.9404 \theta(t) + 0.4130 + 1.8640u(t)
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

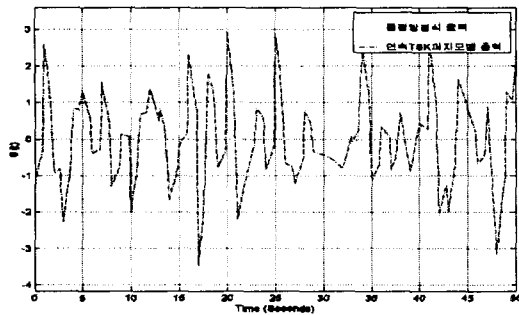


Fig. 2. Comparison of actual system output and TSK fuzzy model output

그림 2에서는 MF법을 이용하여 구한 TSK 퍼지모델의 출력 응답과 실제 시스템 출력 응답 비교를 보여준다. 그림에서 퍼지모델의 출력은 실제 시스템의 출력과 거의 같음을 볼 수 있다.

따라서 1차, 2차 시스템의 시뮬레이션을 통해 연속 시간 TSK 퍼지 모델을 시뮬레이션을 하였고 그 결과 시스템의 모델은 그림 1과 그림 2의 MF법을 이용한 출력응답이 동적방정식에 출력응답에 매우 잘 추정됨을 확인 할 수 있다.

III. 결론

본 논문에서는 변조 함수법을 이용하여 비선형 연속시스템의 퍼지모델 파라미터 인식을 위한 새로운 알고리즘을 제시하였다. 제안한 변조 함수법을 이용한 퍼지모델 파라미터 인식은 동력학 미분방정식에서 미분항을 소거할 수 있어 미분항이 없는 연립방정식으로부터 쉽게 퍼지모델 파라미터 인식이 이루어진다. 그리하여 입출력 데이터를 이용하여 퍼지모델 파라미터를 인식하는 경우 미분항으로 인한 외란의 영향을 무시할 수 있다.

몇 개의 비선형 연속시스템에 대한 시뮬레이션으로부터 퍼지모델 파라미터 인식에 대한 제안한 알고리즘의 유효성과 실효성이 확인되었다.

IV. 참고 문헌

- [1] Heinz Unbehauen, Ganti Prasada Rao, "Identification of Continuous Systems", North-Holland, PP. 167-236, 1987
- [2] 강근택, 이원창, " Design of TSK Fuzzy Controller Based on TSK Fuzzy Model". 전자공학회 논문집 제 11호 제 35권 S 편, PP. 53-67, 1998.11
- [3]菅野道夫 "퍼지 제어 시스템", 대영사, PP. 136-174, 1990.12
- [4] 채양범, "TSK 퍼지 시스템을 이용한 비선형 시스템의 모델링과 제어", 부경대학교, PP. 12-46, 2002.6