

# 무인자전거의 자율주행제어

## Autonomous Tracking Control of Unmanned Electric Bicycle

김성훈, 임삼수, 함운철  
전북대학교 전자정보공학부

Sung-Hoon Kim, Sam-Su Lim, Woon-Chul Ham

Division of Electronic and Information Engineering of Chonbuk National University

E-mail : wcham@chonbuk.ac.kr

### Abstract

In the former researches[2] [5] for the unmanned bicycle system, we do only focus on stabilizing it by using the lateral motion of mass which plays important role in driving a bicycle system. In this papers, we suggest an algorithm for deriving steering angle and speed for a given desired tracking path. As you may see in this paper, load mass balance system plays important role in stabilization and it is also discussed. We propose a control algorithm for the autonomous self stabilization of unmanned bicycle by using nonlinear compensation-like control based on the Lyapunov stability theory. We then propose a tracking control strategy by moving the center of load mass left and right respectively. From the computer simulation results, we can show the effectiveness of the proposed control strategy.

### 1. 서론

본 연구실에서는 stuck phenomena와 sliding patch에 기초한 비선형 제어를 이용해서 조향각과 자전거 진행속도를 가지고 무인자전거[1]를 주어진 영역 안에 머물게 하면서 자세를 안정화시키는 연구를 하였다[6]. 최근에는 Lyapunov 안정화 이론에 기반한 자전거와 같은 정역학 모델을 위한 closed-loop, 시불변, 그리고 안정적인 비선형 제어법칙들을 얻기 위한 연구[4]가 많은 이들에 의해서 이루어지고 있다[3].

본 논문에서는 복잡한 동역학 시스템을 임의의 가정을 통하여 간략화시키고, 간략화된 동역학 모델을 가지고 Lyapunov 안정화이론에 기반하여 비선형 제어 알고리즘을 유도하였다.

본 논문의 구성을 보면 2장에서는 무인 자전거의 동역학 및 정역학에 대해서 간략하게 유도해

보고, 3장에서는 역정역학의 문제해결을 위한 알고리즘을 소개한다. 4-1장에서는 조향각과 제한된 회전속도를 가지고 무인 자전거의 자기 안정화를 위한 제어를 소개하고, 4-2장에서는 경로 추적 제어전략을 소개한다. 5장에서는 4장에서 다룬 제어기의 MATLAB Simulink Toolbox를 이용한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 살펴보겠다. 6장에서는 현재까지의 실험을 통해 앞으로 나아갈 연구방향에 대해서 논하고자 한다.

### 2. 무인자전거의 동역학 및 정역학

본장에서, 우리는 무인자전거에 대한 동역학·정역학 방정식을 유도한다. 그림 1은 자전거 시스템을 기하학적인 관점에서 나타낸 것이다.

모델링 변수들은 다음과 같이 정의한다.

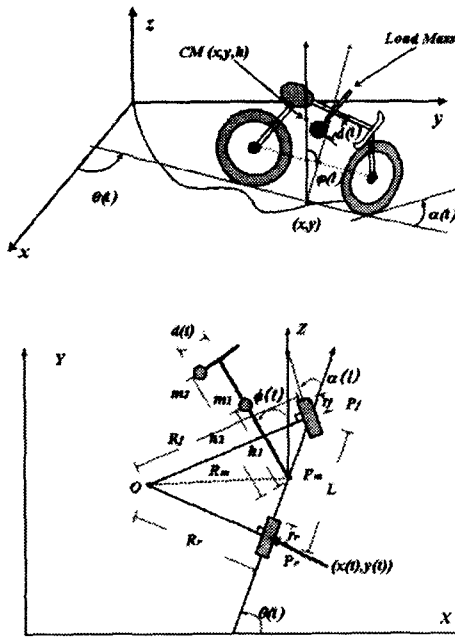


Figure 1: Kinematic and dynamic parameters of Bicycle

- $\theta$  :  $x$ 축에 대한 자전거 축의 각도
- $\alpha$  : 앞바퀴의 핸들 각도(조향각)
- $\phi$  :  $z$ 축에 대한 자전거의 경사진 각도 (자세각)
- $\omega$  : 각속도
- $R$  : 바퀴의 반경
- $l_1$  : 회전 중심으로부터 앞바퀴까지의 거리
- $l_2$  : 회전 중심으로부터 뒷바퀴까지의 거리
- $L$  : 앞/뒤 바퀴의 중심점 사이의 거리
- $h$  :  $xy$ 평면에서 자전거의 무게중심까지의 높이

위의 모델링 변수들과 그림 1을 이용하여 자전거의 방정식을 구해보면 아래의 (1), (2), (3), (4), (5)과 같다.

$$v_s = w_r r_r = w_{R_r} R_r, \quad w_{R_r} = w_{R_f} = w_{R_m} \quad (1)$$

$$\dot{x}(t) = r_r w_r(t) \cos\theta(t) \quad (2)$$

$$\dot{y}(t) = r_r w_r(t) \sin\theta(t) \quad (3)$$

$$\dot{\theta}(t) = (r_r/L) w_r(t) \tan\alpha(t) \quad (4)$$

$$h\ddot{\phi}(t) = g \sin\phi(t) - R^2 \frac{\sin\alpha(t)}{L} w^2(t) \cos^2\alpha(t) \cos\phi(t) \quad (5)$$

다음 장에서는 위의 식들을 이용하여 제어법칙을 만들고 제어를 설계하고자 한다.

### 3. 역정역학(Inverse Kinematics)

본장에서 우리는 역정역학의 해법을 유도하기 위한 알고리즘을 소개한다. 주어진 초기위치에

대한 자전거의 최종위치와 방향의 결정에 대한 3차원 다항식  $y(x)$ 는

$$y(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (6)$$

이고, 이 식은 다음의 초기조건과 최종조건을 충족시킨다.

$$y(x_0) = y_0, y(x_f) = y_f, \quad \frac{\partial y}{\partial x}(x_0) = \theta_0, \frac{\partial y}{\partial x}(x_f) = \theta_f \quad (7)$$

그리고 이 3차다항식은 회전연산좌표계를 사용할 경우 모든 무작위(임의의)경로를 다룰 수 있다.  $\alpha(t)$ 와  $w_r(t)$ 를 구하기 위한 방법으로 다음의 알고리즘을 제안한다.

#### Algorithm 1.

- step 1 : 식(7)로부터  $y(x)$ 를 구한다.
- step 2 : 다음 조건을 만족하는 (임의의)속력 전략  $v_s(t)$ 를 결정한다.

$$\int_0^T v_s(t) dt = \int_{x_0}^{x_f} \sqrt{1 + \frac{\partial^2 y^2}{\partial x^2}} dx \quad (8)$$

그리고, 식(1)로부터  $w_r(t)$ 를 유도한다.

- step 3 : 다음 조건에서  $x(t), y(t)$ 를 구한다.

$$\int_0^t v_s(\tau) d\tau = \int_{x_0}^{x(t)} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)^2} dx, \quad y(t) = ax^3(t) + bx^2(t) + cx(t) + d \quad (9)$$

그리고  $\dot{x}(t)$ 와  $\dot{y}(t)$ 을 유도한다.

- step 4 : 식 (2),(3)으로부터  $\theta(t)$ 를 구하고,  $\dot{\theta}(t)$ 를 유도한다.

- step 5 : 식(4)로부터  $\alpha(t)$ 를 구한다.

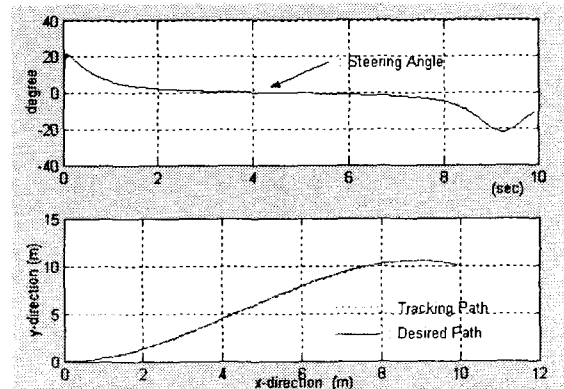


Figure 2: Steering angle and tracking path

Fig.2에서 보여주는 컴퓨터 시뮬레이션의 결과처럼 위의 알고리즘을 사용함으로써 유도된 추적 경로는 거의 예상했던 경로와 같이 나옴을 확인할 수 있다.

### 4. 제어 알고리즘

본장에서는 제어기를 설계한다. 4.1절에서는 자세안정을 위한 제어기를 제시하고 4.2절에서는 주어진 예상경로를 추적할 수 있는 제어전략을 제시하겠다.

#### 4.1 Problem Formulation

본장에서는 먼저 제어법칙을 만들어야 한다. 식 (10)를 만족하도록 구동되는 바퀴의 각속도  $w(t)$ 와 방향각도  $\alpha(t)$ 를 구해 보자.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t) = 0 \tag{10}$$

제어 문제는 시간이 0에서  $\infty$ 로 갈때  $\phi(t)$ 가 수렴하기 위한 제어입력  $u_1(t) = \cos^2\alpha(t)\sin\alpha(t)w^2(t)$ 를 구하는 것이다. 동역학 방정식 (5)는 식 (11)과 같은 상태 방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= a_1 \sin x_1(t) - b_1 \cos x_1(t) u_1(t) \end{aligned} \tag{11}$$

여기서,  $a_1 = g/h, b_2 = (R^2/Lh), x_1(t) = \phi(t)$ 이다. 이 때 다음과 같은 제어법칙을 제안한다.

**Theorem 1:** 만약 식 (12)과 같은 제어법칙을 갖는다면,

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \frac{2a_1}{b_1} \sin x_1(t) \\ &+ \frac{\gamma}{b_1} \operatorname{sgn}(5x_1(t) + x_2(t)) \end{aligned} \tag{12}$$

시스템 (11)은 식 (13)과 같은 초기 상태에 대해서 점근 안정(Asymptotically Stable)적으로 될 수 있다.

$$\begin{aligned} |x_1(0)| &= |\phi(0)| < \phi_{\max} \\ x_2(0) &= \phi'(0) = 0 \end{aligned} \tag{13}$$

여기서,  $\phi_{\max}$ 는 0과  $\pi/2$  사이의 양의 실수이다.

**Proof:** 만일 위의 제어법칙 (12)를 동역학 방정식 (11)에 적용하면, 식 (14)을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= a_1 \sin x_1(t) - 2a_1 \sin x_1(t) \cos x_1(t) \\ &- \gamma \cos x_1(t) \operatorname{sgn}(5x_1(t) + x_2(t)) \end{aligned} \tag{14}$$

스위칭 이득  $\gamma = 0$ 이면, 위의 방정식은 Marginally 안정하게 되고, 이러한 사실은 Lyapunov 함수 후보를 식 (15)과 같이 선택함으로써 쉽게 알 수 있다.

$$V(t) = \frac{x_2^2(t)}{2}$$

$$+ a_1 \left( \sin^2 x_1(t) - \int_0^{x_1} \sin(\sigma) d\sigma \right) \tag{15}$$

위의 식은 임의의  $|x_1(t)| < \pi/2$ 에 대해서 양이 되고 시간에 대한 미분은 0이 됨을 알 수 있다. 그러므로 이전의 연구(Sliding Patch and Stuck Phenomena of the 2-nd Order Nonlinear Control System)[6]의 SN type 2에 해당하므로 안정화 될 수 있다.

식 (12)과 같은 제어 법칙에 의거하여 앞바퀴의 핸들각도  $\alpha(t)$ 와 구동바퀴의 각속도  $w(t)$ 의 제어입력을 다음과 같이 설계한다.

$$\alpha(t) = \alpha_{\max} \operatorname{sgn}(u_1(t)) \tag{16}$$

$$w(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{u_1}{\cos^2 \alpha \sin \alpha}} \operatorname{sgn}(u_1(t)) & \text{if } u_1(t) \neq 0 \\ 0 & \text{if } u_1(t) = 0 \end{cases} \tag{17}$$

#### 4.2 Tracking Control Strategy

4.1절에서 우리는  $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = \phi_d$ 를 만족하는  $\alpha(t)$ 와  $w(t)$ 를 구하기 위한 제어 알고리즘을 유도 하였다. 그러나 실제 실험에서 하중장치의 이동변화없이 방향을 변화시키는 것은 매우 어렵다. 또한 실험으로부터 예상한 기울기각  $\phi_d(t)$ 가 자전거의 왼쪽으로의 회전은 양(+)이고, 오른쪽으로의 회전은 음(-)인 것을 알았다. 이 사실로부터 우리는 다음의 경로 추적전략을 제안한다.

#### Tracking Control Strategy 1.

$$\begin{aligned} \phi_d(t) &= \begin{cases} \gamma_3(\theta_d(t) - \theta(t)) & \text{if } |d_{err}(t)| > \delta \\ \phi_d(t_-) & \text{otherwise} \end{cases} \\ d(t) &= \gamma_4 \operatorname{sgn}(\phi_d(t)) \end{aligned} \tag{18}$$

여기에서

$$d_{err}(t) = |(x_d(t), y_d(t)) - (x(t), y(t))|$$

$t_-$ 는 이전시간  $t$ 를 나타낸 것이고,  $\theta_d(t)$ 는 자전거로부터 최종목표지점까지와 양의 x축 사이의 시계방향으로의 각을 나타낸다. 위의 경로추적 제어전략에서  $\delta$ 는 적절하게 선택되어야 한다. 만약  $\delta$ 를 너무 작게 선택한다면  $\theta_d(t) - \theta(t)$ 는 목표지점 주위에서 매우 크게 되고 그것은 위의 경로추적제어 전략을 불안정하게 만든다. 그러므로 위의 제어전략은 단지  $|d_{err}(t)| > \delta$ 인 시간 동안에만 효과적이고 안정한 상태가 된다.

### 5. 모의 실험

본장에서는 4.2절에서 언급했던 Tracking Control Strategy의 효과를 증명 할 것이다.

MATLAB Simulink Toolbox를 사용함으로써 Tracking Control Strategy의 효과를 컴퓨터 시뮬레이션 결과로 얻을 수 있다. 각각의 파라미터  $r, h_1, h_2, L, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \alpha_{max}, u_{1,max}$ , 초기방향  $\theta(0)$ 에 대한 설정을 각각  $0.5m, 0.5m, 1.0m, 1.0m, 200, 4, 1, 0.1, \frac{\pi}{9}, 50, 0$ 으로 설정한다.

제어루프에 low pass filter를 추가하고 제어루프의 cut-off frequency는 30~150Hz의 범위로 조정한다. Fig.3은 목표지점 (100, 100), (100,-100), (-100,-100), (-100,100)에 대한 30초간의 추적경로를 보여준다. Fig.3에서 볼 수 있는 것처럼 경로의 궤적들은 목표지점에 집중되어 있다. 목표지점 주위에서 하나의 불안정한 특성이 존재하는 것을 관찰할 수 있는데 이러한 종류의 현상은 목표지점 주위의 예상되는 방향각  $\theta_d(t)$ 의 상대적인 부정확성 때문이다. 컴퓨터 시뮬레이션으로 우리는 제안한 경로추적제어전략이 real system에 적용될 수 있다는 것을 볼 수 있다. 이후의 연구에서는 예상하는 목표지점이 time-varying인 경우에 제안된 제어전략을 적용하는 것을 시도할 것이다.

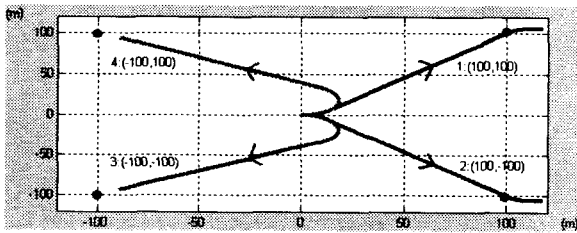


Figure 3: Tracking paths for tracking control strategy and Experiment

### 6. 결론

이 논문에서 우리는 무인자전거의 기울기각을 안정화 시키는 것은 물론 주어진 예상경로를 추적할 수 있는 nonholonomic motion planning을 제안하였다. 컴퓨팅 알고리즘으로 역정역학적인 문제 해결을 제안하였고, 컴퓨터 시뮬레이션을 통해서 그것의 효과를 증명하였다. 또한 비선형 compensator, 무저항, 비선형 시스템의 최저 안정성에 기반한 안정한 비선형 제어 법칙을 유도

할 수 있었다. Fig.3에서 보여준 것처럼 실험실에서 만든 real system에서 우리는 Theorem 1.에서 제안했던 제어 법칙의 결과로써 약 5분간 스스로 주행하는 자전거 실험을 성공하였다. 또한 MATLAB Simulink Toolbox를 사용함으로써 경로추적제어전략에 대한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 얻을 수 있었고 real system에 대한 그 결과의 타당성과 응용성을 살펴보았다. 앞으로 우리는 자전거의 가속에 있어서도 정확한 기울기각을 측정할 수 있는 sensing부분을 보강하여 가까운 시일 내에 경로추적제어전략에 대한 더 개선된 결과를 얻을 수 있을 것이다. 그 이상의 연구에 있어서 우리는 경로추적에 있어서의 최적의 경로를 이룰 수 있는 제어전략을 개발하기 위해 노력할 것이다.

이 논문은 전북대학교 Mechatronic Research Center의 지원하에 이루어 졌다.

### 7. 참고문헌

- [1] W. Ham. "Control Algorithm for stabilization of tilt Angle of unmanned Electric Bicycle". *ICASE*, 2001
- [2] Sangduck Lee and Woonchul Ham, "Self Stabilizing Strategy in Tracking Control of Unmanned Electric Bicycle with Mass Balance, "The Proc. of 2002 IROS, vol.1 (2002).
- [3] N. Getz, "Control of balance for nonlinear nonholonomic non-minimum phase model of a bicycle," *Proc. American Control Conference*, vol.1 (1994) 148-151.
- [4] Giovanni Indiveri, "Kinematic time-invariant control of a 2d nonholonomic vehicle, " *The Proc. 1999 IEEE international Conf. on Decision and Control* vol. 4 (1999) 2112-2117.
- [5] Ingyu Park, Sangchul Han, and Woonchul Ham, "Control Algorithm for Stabilization of Attitude of Unmanned Electric Bicycle, "The Proc. of 2001 INCOM, Wien, Austria (2001).
- [6] W. Ham, "Sliding patch and stuck phenomena of the 2-nd order nonlinear control system," *Proc. Asia-Pacific Conf. Contr. Measure.* vol.1 (2000) 168-171.