

미지의 불규칙 외란에 노출된 유연 계의 진동제어 및 불규칙 외란의 규명

Vibration Control of Flexible Dynamic System Exposed to Unknown Random Disturbance and Identification of the Random Disturbance

정근용* · 오용설** · 민성준** · 오경석** · 허훈***

Q. Y. Jung*, Y. S. Oh**, S. J. Min**, K. S. Oh**, H. Heo***

Key Words : Random Disturbance(불규칙 외란), Vibration Control(진동 제어), Flexible Dynamic system(유연한 동적 구조체), Piezo actuator(압전소자 작동기), Identification of Random Disturbance(불규칙 외란의 규명)

ABSTRACT

This paper is to identify the position of random disturbance on flexible dynamic system, and the position of the piezo ceramic actuator to minimize tip response. Correlation of the output signals from each parts on flexible system is used to identify the position of random disturbance. Except the correlation with an output signal from the position of random disturbance, other correlations have time delay. This is a base idea to identify the position on this study.

1. 서론

자연계에 존재하는 동적 시스템은 내부 또는 외부로부터의 다양한 외란에 노출되어 있다. 이러한 외란은 정형화 되어있지 않은 불규칙한 외란이 그 주를 이루며, 시스템의 임의의 부위에 작용하여 시스템의 안정성을 해치게된다. 이전까지의 연구에서는 유연 체에 그 위치가 알려진 곳에 인가된 불규칙한 외란을 규명하는데 있어서 root부분에 위치한 Piezo ceramic만을 센서로 이용하였다. 즉, 주파수 성분만을 파악하여 특정 모드를 검출하고 이를 제어하는 방식이었다.[3] 본 논문에서는 외란의 위치를 파악하기 위하여 각 부위에서 검출된 신호의 상관관계를 이용한다. 또한 외란의 위치에 대응하여 유연 체의 정상상태 응답의 진폭을 최소화 할 수 있는 제어입력 위치를 찾는 실험적 연구를 수행한다. 즉, 임의적인 외란의 위치에 대응하여 유연 체의 응답을 최적화 할 수 있는 제어입력 위치를 찾고자 하는 것이 본 연구의 최종 목표이다. 이는 어떠한 시스템에 가장 적합한 제어 이론을 적용하기에 앞서서 물리적인 최적 제어 위치를 찾으므로써, 이론적

연구의 뒷받침이 되게 하고자 한다.

2. 시스템 모델링

Table. 1. Experiment Materials Specification

parameter	Beam	Piezo ceramic	unit	
Length	L	0.28	0.055	m
Width	W	0.055	0.055	m
Thickness	h	0.0003	0.000191	m
Density	ρ	2700	7700	kg/m ³
Young's modulus	E	70Giga	50Giga	N/m ²
Piezoelectric strain coefficient	d_{31}		-180Pico	m/V

2.1 작동기 모델링

압전 세라믹에 전압 $V(t)$ 가 가해졌을 때 압전 세라믹에서 일어나는 변형은 복합 재료 보에 변형을 야기한다. Beam의 축 방향을 y 축 이라할 때 piezo-ceramic에 의한 휨 모멘트(bending moment)는 다음과 같다.[1]

$$\begin{aligned}
 M_p(t) &= \int_A L_b \sigma_p dA \\
 &= -d_{31} \frac{E_p W_p [E_b h_b (h_b + h_p)]}{2(E_b h_b + E_p h_p)} V(t) \\
 &= c_p V(t)
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 내부응력은 $\sigma_p(t) = E_p \frac{d_{31}}{h_p} V(t)$ 이다.

* 고려대학교 제어계측공학과 대학원
E-mail : jung_andy@korea.ac.kr
Tel: (02) 3230-3355, Fax: (02) 929-7808

** 고려대학교 제어계측공학과 대학원

*** 고려대학교 제어계측공학과 교수

2.2 복합재료 보의 지배방정식

복합재료 보의 운동방정식을 유도하기 위하여 Hamilton의 법칙을 사용한다.

$$Const = \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W_p + W_n) dt \quad (2)$$

여기서, W_p , W_n 은 각각 piezo-ceramic과 Noise에 의한 비 보존력을 나타낸다.

Piezo-ceramic의 크기가 유연 보 길이의 0.2배의 크기일 때, 유연 보에 작용하는 토크는 다음의 관계를 만족한다.

$$F_M(x, t) = -\frac{\partial \alpha(x, t)}{\partial x} \quad (3)$$

$$= M_p(t) [\delta(x-l-a) - \delta(x-l)]$$

외력 $F_M(x, t)$ 에 의한 비 보존력 W_n 는 다음과 같다.

$$W_p = \int_0^L F_M(x, t) u(x, t) dx \quad (4)$$

$$= \int_0^L [M_p(t) \delta(x-l-a) - \delta(x-l)] u(x, t) dx.$$

식(3)과 (4)를 식(2)의 Hamilton의 법칙에 대입하여 변분법을 적용하면, 보의 휨 변형에 대한 지배방정식을 얻는다.

$$\rho A \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t)) \quad (5)$$

$$= F_n(t) \delta(x-a) + c_p V(t) \delta(x-l-a) \delta(x-l), \quad \text{for } 0 < x < L$$

2.3 모달 해석 (Modal Analysis)

다음과 같이 modal 변수를 사용하는 급수를 도입한다.

$$u(x, t) = \sum_i q_i(t) \phi_i(x) \quad (6)$$

여기서 $q_i(t)$ 는 generalized modal coordinate이고, $\phi_i(x)$ 는 mode shape function이다. 유연 체의 각 구간별 경계조건과 모달 변수의 조화운동으로의 가정을 적용하면, 4차 미분 방정식을 얻을 수 있다. 미분 방정식에 대한 해는 다음과 같은 식으로 구해진다.

$$\phi(x) = c_1 \cosh \beta x + c_2 \sinh \beta x + c_3 \cos \beta x + c_4 \sin \beta x \quad (7)$$

$$\beta_i = \frac{\rho A \omega_i^2}{EI}, \quad \text{for } i=1,2$$

식 (5)를 $\phi(x)$ 에 대하여 χ 로 편 미분한 후 이를 수치해석을 수행하면 각 mode의 고유주파수를 얻을 수 있다.[2]

$$\omega_i = \beta_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho}} = (\beta_i l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho l^4}} \quad (8)$$

Table. 2. Clamped-free beam

mode, i	$\beta_i L$	$(\beta_i L)^2$	ω_i/ω_1
1	1.8751	3.5160	1.0000
2	4.6941	22.0345	6.2669

Galerkin method는 모달 분할로 근사할 경우 나타나는 잉여 항을 가장 적분할 때 그 가장 값을 모드형 함수로 택하는 방법이다. 이를 이용하여 지배방정식을 상 미분 방정식으로 변환할 수 있다. 지배방정식에서 잉여를 정리하여 2모드 근사를 하면 식(9)과 같다.

$$(\phi_i(t), R) = \int_0^L \left\{ \sum_{j=1}^2 \left[\rho A \phi_j(x) \phi_i(x) \frac{d^2 q_j(t)}{dt^2} \right. \right. \quad (9)$$

$$\left. \left. + EI \frac{d^4 \phi_j(x)}{dx^4} \phi_i(x) q_j(t) \right] \right.$$

$$\left. + \phi_i(x) c_p V(t) (\delta(x-l-a) - \delta(x-l)) \right.$$

$$\left. - \phi_i(x) F_n(t) \delta(x-a) \right\} = 0$$

for $i = 1, 2$

위 근사식을 고유 주파수항을 포함하는 ODE형태의 모달방정식으로 정리하면 다음과 같이 정리된다.

$$\ddot{x}_i(t) + 2\zeta \omega_i \dot{x}_i(t) + \omega_i^2 x_i(t) = b_i v(t) + p_i f(t) \quad (10)$$

for $i = 1, 2.$

이 때 $v(t)$ 와 $f(t)$ 는 각각 제어신호와 외란 신호이며, ζ 는 실험체의 자유진동응답을 통해 구해지는 감쇠계수이다. b_i , p_i 는 제어 신호와 외란 신호의 값을 2차 미분방정식에 대응시키기 위한 상수 값으로 다음과 같이 구해진다.

$$b_i = -\phi_i(l+L_p) C_p + \phi_i(l) C_p \quad (11)$$

$$p_i = -\phi_i(a) \quad \text{for } i=1,2$$

여기서 l 은 유연 체의 root부분에서 Piezo-ceramic의 앞 부분까지의 거리를 나타내며, a 는 Noise, $f(t)$ 가 유연 체에 작용하는 위치를 나타낸다

3. 외란 규명 (Simulation)

전체적인 빔을 다섯 부위로 볼 때, 두 번째와 세 번째 부위에 외란이 들어온다고 가정하고, 시뮬레이션을 실시하였다. 각 부분에서 측정된 신호들 간의 상관관계를 알아보기 위하여, Correlation 을 구한다.[3]

$$R_{x_1x_2}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_1(t)x_2(t-\tau) dt \quad (12)$$

$R_{x_1x_2}(\tau)$ 가 최대 값이 될 때의 τ 를 이용하여 아래와 같은 도표와 그래프를 구성한다.

첫 시뮬레이션으로 두 번째 부분에 외란이 인가된 경우에 각 부분에서의 응답을 이용하여 상관관계를 구한다.

e1 \ e2	1	2	3	4	5
1	0	14	0	-12	-27
2	-14	0	-13	-27	-40
3	0	13	0	-13	-26
4	12	27	13	0	-13
5	27	40	26	13	0

Table 3. τ values with correlation under the random disturbance on second part

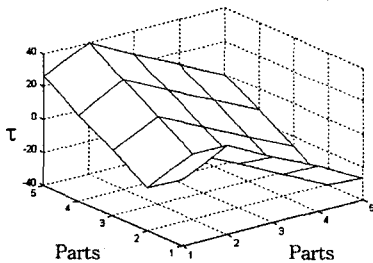


Fig. 1. τ values under the random disturbance on second part (Simulation)

위의 그림에서 볼 수 있듯이 외란이 인가된 두 번째 부분의 τ 값은 이외의 부분에 대한 τ 값에 비하여 최대 또는 최소의 값을 보이고 있으므로, 이로부터 두 번째 부분에 외란이 인가된 것임을 확인 할 수 있다.

또한 각 도표에서 대각 항은 자기 상관관계를 갖게 되므로 지연이 나타나지 않는다. 그러므로 τ 는 0이 되는 것을 볼 수 있다.

다음 시뮬레이션으로 세 번째 부위에 외란이 인가된 경우의 상관관계를 구한다.

e1 \ e2	1	2	3	4	5
1	0	15	30	11	-3
2	-15	0	15	-3	-11
3	-30	-15	0	-12	-26
4	-11	3	12	0	-15
5	3	11	26	15	0

Table 4. τ values with correlation under the random disturbance on third part

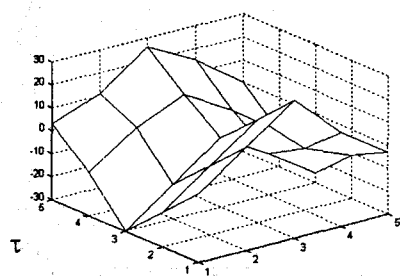


Fig. 2. τ values under the random disturbance on third part (Simulation)

이번 시뮬레이션도 첫 번째와 동일하게 외란이 인가된 세 번째 부위에서 τ 값이 최대 또는 최소 값을 나타내므로 외란이 유연 체에 인가된 위치를 규명할 수 있다.

4. 외란 규명 (Experiment)

본 실험에 사용된 시스템의 구성은 다음과 같다. 유연체를 다섯 부분으로 나누고 각 부위에 레이저 탐지기를 설치한다. 외란은 백색 잡음으로써 빔의 임의의 부위에 적용하게 된다.

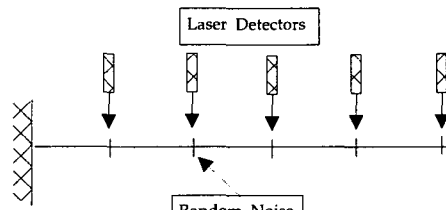


Fig. 3. 시스템 구성도

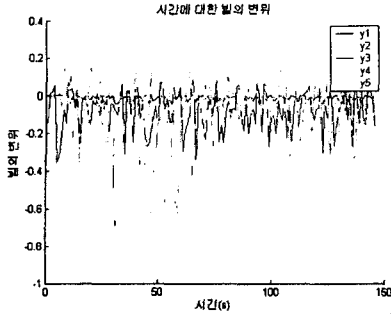


Fig. 4. Time response of each parts on flexible system

e2 \ e1	1	2	3	4	5
1	0	12	10	8	2
2	-8	0	2	-1	-12
3	-10	-2	0	-3	-14
4	-7	1	3	0	3
5	-2	12	14	10	0

Table 5. τ values with correlation under the random disturbance on third part

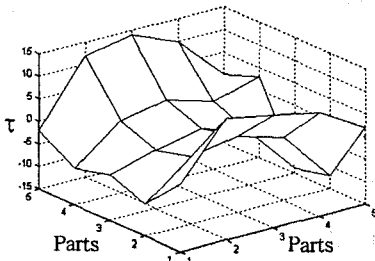


Fig. 5. τ values under the random disturbance on third part (Experiment)

실험 결과는 위의 그래프에서 보이는 것처럼, 시뮬레이션의 결과와는 다소 차이가 있으나 이를 근거로 세 번째 부위를 외란의 위치로 규명할 수 있겠다.

5. 진동 제어 (Simulation)

이번 시뮬레이션은 불규칙 외란에 앞서 sinusoidal 파형

에 대한 것으로, 위의 외란 규명을 통하여 획득한 외란의 위치에 대하여 유연 체 끝단의 진동을 가장 작게 만들 수 있는 제어 입력의 위치를 찾고자 한다. 이로써 다양한 제어 방식의 적용에 앞서 물리적으로 actuator의 최적 위치를 찾을 수 있을 것이다.

Fig. 6.과 같은 응답곡선에서 정상상태 응답을 확대하여, 진폭의 크기가 가장 작게 나타나는 actuator의 위치를 찾는다. 전체적인 응답곡선은 생략하고, 정상상태 응답만을 살펴본다.

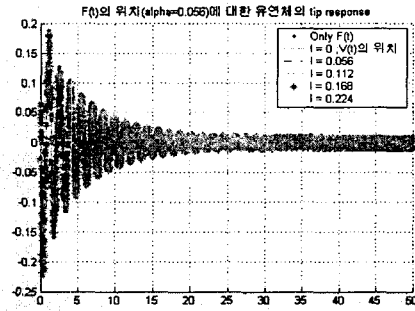


Fig. 6. Tip response for each position of actuators ($f(t)$; $a=0.056$)

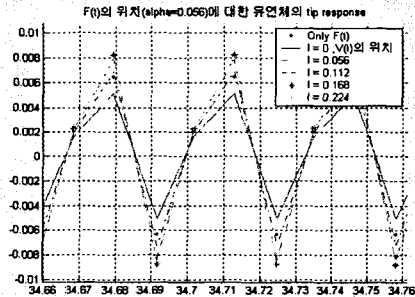


Fig. 6.1 Tip response for each position of actuators ($f(t)$; $a=0.056$)

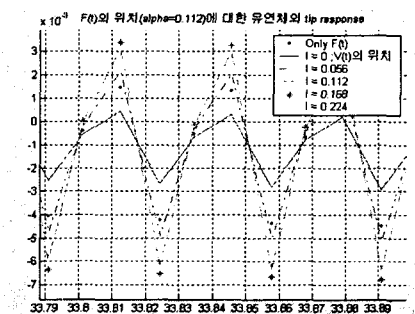


Fig. 7. Tip response for each position of actuators ($f(t)$; $a=0.112$)

6. 결론

본 논문은 불규칙한 외란을 받는 유연 체에서 외란이 인가되는 위치를 규명해 내고, 이 위치의 외란에 대하여 최적으로 제어할 수 있는 actuator의 물리적 위치를 찾아, 다양한 제어이론의 적용에 앞서 물리적인 최적제어의 해법을 찾고자 하는 일환이다.

외란 규명을 위하여 유연 체의 특정 부위에 인가된 외란이 유연 체를 통해 퍼져나가며 생기는 시간 지연에 주목하고, 이를 이용하기 위하여 각 신호간의 상관관계를 이용하였다. 그림 1과 2에서 볼 수 있듯이 각 신호간의 상관관계는 외란이 인가된 특정 부분에서 최대 또는 최소를 보이고 있다. 그림 5의 실험에서도 다소 시간지연이 시뮬레이션 결과와 같이 일정하지는 않았지만, 외란이 인가된 특정부위를 알아내는데는 무리가 없었다.

진동제어에 앞서 본 논문에서는 단순한 sinusoidal 파형에 대하여 시뮬레이션만을 수행하였다. 위에서 규명한 외란의 위치에 대하여 유연 체 끝단의 응답을 최소화 할 수 있는 제어입력의 위치를 찾는 것이 목적이다. 그림 6과 같은 유연 체의 끝단의 움직임에서 정상상태의 응답을 확대하여 그림6부터 9까지의 결과를 얻었다. 외란이 인가되는 위치에 대하여 유연 체의 응답의 진폭을 최소화 할 수 있는 actuator의 위치가 특정부위로 서로 다를 수 있다.

진동제어의 방안으로 제시된 actuator의 위치에 대한 유연 체의 응답은 예상했던 것보다 차이가 크지 않음을 볼 수 있다. 하지만 외란의 위치가 유연 체 상에서 변화함에 따라 최적 제어입력의 위치 또한 변화한다는 사실을 확인할 수 있었다.

진동제어 방식의 시뮬레이션 상의 값의 차가 실험에서 측정할 수 있는 오차범위 이내이므로 실험에 앞서 선행 과제로, 유연 체의 길이를 늘려 actuator의 위치에 의한 유연 체 끝단에서의 응답에 대한 영향력을 키워야 할 것으로 보인다.

참고 문헌

- [1] Bailey, T. and Hubbard, J. E. "Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam.", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 8. pp.605-611, 1985.
- [2] H. Heo, Y.S. Yoon, Y.K. Kim, J.B. Lee, "A Study of Mode Selecting Control Methodology for a Dynamic System under Irregular Disturbance.", submitted at Journal of Sound and Vibration, 2003.
- [3] Roy R. Craig, "Structural Dynamic", John Wiley & Sons,

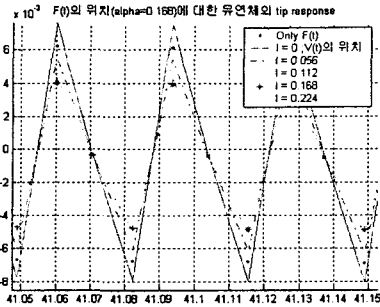


Fig. 8. Tip response for each position of actuators ($f(t)$; $\alpha=0.168$)

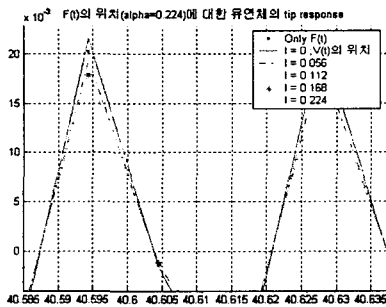


Fig. 9. Tip response for each position of actuators ($f(t)$; $\alpha=0.224$)

위의 4개의 그래프에서 외란의 위치(α)에 대하여 유연 체의 끝단의 진폭이 가장 작게 나타나는 actuator의 위치(l)를 표로 만들어보면 다음과 같다.

Table. 6. 외란과 Actuator의 위치에 따른 유연 체의 응답

$f(t)$ 의 위치(α) \ Actuator의 위치(l)	0.056	0.112	0.168	0.224
0	○	○		
0.056				
0.112			△	○
0.168			○	△
0.224				

○ : 최적 제어 위치

△ : 오차범위 이내에서의 최적 제어위치

Table. 6.에서 볼 수 있듯이 최적 제어위치는 외란의 입력 위치에 따라서 변화하는 것을 볼 수 있다. 또한 외란이 끝단에 가까워지면서 최적제어 위치가 오차범위 이내에서 두 부분으로 나타나는 것을 볼 수 있다.