

# 회전하는 복합재-VEM 박판보의 GHM 기법을 이용한 진동해석

## The Vibration Analysis of Composite-VEM Thin-Walled Rotating Beam Using GHM Methodology

박재용\* · 나성수\*\*

Jaeyong Park, Sungsoo Na

**Key Words** : composite-ven thin-walled rotating beam(회전하는 복합재-VEM 박판보), viscoelastic material(점탄성 재료), sandwich beam(샌드위치 보), GHM Method(GHM 기법), flapping-lagging(플래핑-래깅), passive damping(수동감쇠)

### ABSTRACT

This paper concerns the analytical modeling and dynamic analysis of advanced rotating blade structure implemented by a dual approach based on structural tailoring and viscoelastic materials technology. Whereas structural tailoring uses the directionality properties of advanced composite materials, the passive materials technology exploits the damping capabilities of viscoelastic material(VEM) embedded into the host structure. The structure is modeled as a composite thin-walled beam incorporating a number of nonclassical features such as transverse shear, warping restraint, anisotropy of constituent materials, and warping and rotary inertias. The VEM layer damping treatment is modeled by using the Golla-Hughes-McTavish(GHM) method, which is employed to account for the frequency-dependent characteristic of the VEM. The displayed numerical results provide a comprehensive picture of the synergistic implications of the application of both techniques, namely, the tailoring and damping technology on vibration response of thin-walled beam structure exposed to external time-dependent excitations.

기 호 설 명	
$x, y, z$	: Global coordinates
$n, s, z$	: Local coordinates
$u_0, v_0, w_0$	: x, y, z 방향의 병진, 회전변위
$\theta, \theta_y, \phi$	
$F_w$	: 1 차 와평함수
$na(s)$	: 2 차 와평함수
$t_b, t_v, t_c$	: 기저층, VEM 층, 구속층의 두께
$\nu$	: 포와송의 비
$\partial W_f$	: 외부힘에 의한 가상일
$\rho_b, \rho_v, \rho_c$	: 각 층의 밀도
$\theta$	: 복합재의 적층각
$\bar{a}_n, \bar{\xi}_n, \bar{\omega}_n$	: GHM 방정식의 매개변수
$z(s)$	: 보조소산좌표
$\Omega$	: 허브의 회전속도
$\sigma$	: 테이퍼 비
$\bar{V}_0$	: $v_0/L$ 로서 무차원화된 값

구조물의 진동을 저감시키는 방법에는 크게 두 가지로 분류할 수 있다. 능동제진법과 수동제진법이다. 수동제진법은 주로 점탄성 재료를 구조물에 부착하거나 삽입하여 고주파 대역에서 그 진동 저감효과를 볼 수 있었고 대표적 능동제진법은 압전 재료를 이용하여 저주파대역에서의 탁월한 성능을 가진 것으로 알려져 왔다. 그러나 항공기 블레이드와 같은 회전 구조물에는 안정화된 시스템이 선호되므로 불안정하고 제조상으로도 문제점이 많은 능동제진법은 선호되지 못한다. 따라서 회전 블레이드의 진동저감을 위해서 선택되는 가장 최선의 시스템은 점탄성 재료를 이용한 진동저감법이다.

대개 회전 블레이드는 가볍고 강성이 뛰어나야 하는 특성 때문에 복합재로 제조되어 진다. 그리고 복합재는 이방성 재료(anisotropic materials)이기 때문에 적층각(ply angle)에 따라서 재료의 방향성에 따라 다른 강성을 나타낸다. 이 논문에서는 원주방향으로 일정한 강성을 가지는 CUS(circumferentially uniform stiffness)방식의 복합재를 가지고 점탄성이 삽입되었을때의 진동특성에 대해서 알아보려고 한다.

### 1. 서 론

### 2. GHM 기법을 이용한 점탄성 재료의 모델링

\* Graduate Student, Korea University  
E-mail : king1115@korea.ac.kr  
Tel : (02)3290-3854, Fax : (02) 926-9290

\*\* Associate Professor, Korea University

점탄성 재료는 폴리머, 천연고무, 접착제, 우레탄, 에폭시, 에나멜등 그 형태는 다양하다. 하지만 그 특성을 모델링하는 기법은 비슷하게 적용된다. 현재까지 소개된 점탄성 물질 모델기법은 몇가지로 압축된다. 맥스웰, 켈빈, 제너, 분수차 미분 모델과 GHM 모델 기법이다.[1] 여기서 점탄성

재료의 특성중에 알아두어야 할 것은 온도와 주파수 영역에 따라서 점탄성 재료의 강성이 달라진다는 점이다.[2] 온도는 상온으로 가정할 것이므로 그 영향성을 여기서는 다루지 않을 것이다. 대개 주파수가 높아질수록 점탄성 재료의 강성은 높아진다. 이러한 특성이 잘 나타나는 모델은 GHM 모델이다. GHM 기법은 일반적으로 사용되는 유한 요소법 또는 모드가정법과 주파수 영역에 종속적인 점탄성 물질의 물성치 측정치로부터 유도된다. “보조소산좌표(Auxiliary dissipation coordination)”[그림 1] 라는 개념을 도입하여 점탄성 재료의 주파수 종속적인 강성변화를 상당히 근사하게 표현할 수 있다. 간단하게 개념을 설명하자면 구조물의 질량행렬식과 강성행렬식만 가지고 감쇠행렬을 만들어 낼 수 있다. GHM 기법을 사용하면 1 개의 소형진동기(the mini-oscillator)[3]를 하나 사용했을 경우에 미정계수는 3 개가 생성된다. 실험자료를 통해서 3 개의 미정계수를 설정하면 GHM 기법의 점탄성 재료에 대한 물성치는 모두 얻어지는 셈이다.

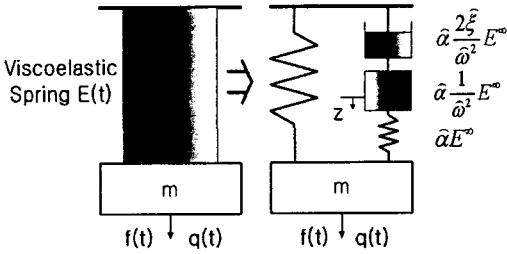


Fig. 1 The “mini-oscillator” mechanical analogy.

GHM 기법하에서 점탄성 물질에 대한 선형 응력-변형률 관계는 다음과 같이 표현된다.[4]

$$\sigma(t) = E(t)\varepsilon(0) + \int E(t-\tau) \frac{d}{d\tau} \varepsilon(\tau) d\tau \quad (1)$$

여기서  $\varepsilon$  는 “0” 보다 작은 시간에서는 “0” 을 갖는다고 가정한다.  $E(t)$  는 점탄성 재료의 계수함수(Modulus function)로 정의된다. 위 식을 라플라스 변환시켜서 쓰면 다음과 같다.

$$\sigma(s) = sE(s)\varepsilon(s) \quad (2)$$

$$E(s) = E^\infty(1+h(s)) = E^\infty \left( 1 + \sum_{n=1}^k \hat{\alpha}_n \frac{s^2 + 2\hat{\zeta}_n \hat{\omega}_n s}{s^2 + 2\hat{\zeta}_n \hat{\omega}_n s + \hat{\omega}_n^2} \right) \quad (3)$$

여기서  $E^\infty$  는  $E(t)$  의 평형값(the equilibrium value of the modulus)이다.  $\hat{\omega}_n$ ,  $\hat{\zeta}_n$ ,  $\hat{\alpha}_n$  는 점탄성의 강성계수측정치를 curve fitting 하여 얻을 수 있다. 전체 운동방정식을 감쇠까지 기술하여 라플라스 영역에서 표현하면 다음과 같다.[5]

$$M_v s^2 x(s) + E^\infty \left( 1 + \sum_{n=1}^k \hat{\alpha}_n \frac{s^2 + 2\hat{\zeta}_n \hat{\omega}_n s}{s^2 + 2\hat{\zeta}_n \hat{\omega}_n s + \hat{\omega}_n^2} \right) K(s)x(s) = F(s) \quad (4)$$

보조소산좌표를 도입하면 다음식과 같다.

$$z(s) = \frac{\hat{\omega}^2}{s^2 + 2\hat{\zeta}\hat{\omega}s + \hat{\omega}^2} x(s) \quad (5)$$

식(4)와 식(5)를 연립하여 다시 정리하고 소형진동기를 하나로 가정하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} M_v & 0 \\ 0 & \frac{\hat{\alpha} E^\infty}{\hat{\omega}^2} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ z(s) \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\hat{\alpha}\hat{\zeta} E^\infty}{\hat{\omega}^2} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ z(s) \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} (1+\hat{\alpha})E^\infty K & -\hat{\alpha}E^\infty K \\ -\hat{\alpha}E^\infty K & \hat{\alpha}E^\infty K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ z(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

이 형태가 McTavish 와 Hughes 에 의해서 기술된 최종식이다.

### 3. 복합재 박판보의 공식

#### 3.1 기본 가정과 동역학적 모델링

테이퍼된 복합재 박판보는 일정한 각속도  $\Omega$  로 회전하는 허브에 지지되어 있다.[그림 2]

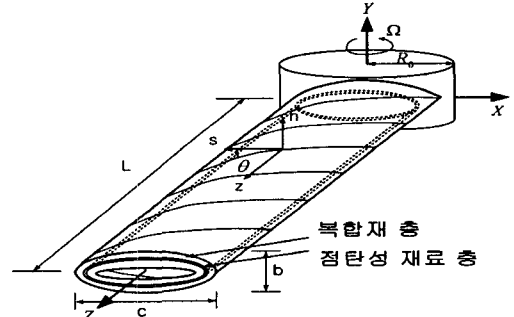


Fig. 2 Geometric Configuration of Composite-VEM Thin-Walled Rotating Beam

박판보의 지배방정식을 유도할 때 다음 가정을 사용한다.[6] (i) 원래 단면의 형상은 보의 변형 후에도 항상 보존된다. 이 가정은, 단면 자체의 변형이 축방향의 변위(strain)에 비해서 상대적으로 무시할 수 있기 때문에 가능하다. (ii) 1 차 와핑(primary warping) 및 2 차 와핑효과(secondary warping effect)가 포함되었으며, (iii) 전단변형효과가 도입되었다. 본 연구에서는 종방향 및 회방향연성운동(flapping-lagging coupled motion)과 축방향 및 비틀림연성운동(extension twist coupled motion)으로 양분되는 특수한 구조물인 CUS(circumferentially uniform system)에 대해서 고찰하였다. 이 구조물은 중간층에 점탄성 물질이 삽입된 층으로 샌드위치 보이론을 도입해야 한다.[7] 먼저 복합재층의 전

단 변형이 존재하고 점탄성층에서도 전단 변형이 존재하기 때문에 이에 대한 관계식을 구해야 한다. [그림 3] 횡방향 하중이 가해졌을 때 구조물 층의 형상을 표현하면 다음과 같다.

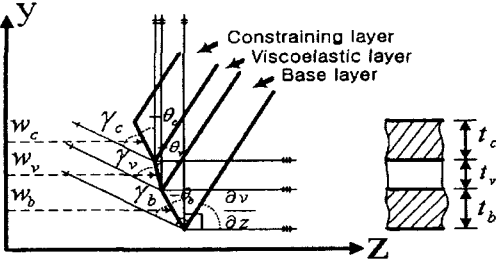


Fig. 3 Geometry and deformation of a beam with Composite-VEM-Composite layers

각 변위변수의 함수로 표현된 각 층의 변위벡터는 다음과 같다.

$$u_i(x, y, z, t) = u_{0,i} - y\phi(z, t) \quad (7)$$

$$v_i(x, y, z, t) = v_{0,i} + x\phi(z, t) \quad (8)$$

$$w_i(x, y, z, t) = w_0(z, t) + \theta_x(z, t)[y(s) - n \frac{dx}{ds}] + \theta_y(z, t)[x(s) + n \frac{dy}{ds}] - \phi'(z, t)[F_w(s) + na(s)] \quad (9)$$

$$\theta_{x,i}(z, t) = \gamma_{yz,i}(z, t) - v'_{0,i}(z, t) \quad (10)$$

$$\theta_{y,i}(z, t) = \gamma_{xz,i}(z, t) + u'_{0,i}(z, t) \quad (i = b, v, c) \quad (11)$$

여기서  $u_0$ ,  $v_0$ ,  $w_0$ 는 각각  $x$ ,  $y$ ,  $z$  축 방향의 병진방향(translation)을 나타내며,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\phi$ 는  $x$ ,  $y$ ,  $z$  축에 관한 회전각을 나타낸다. 또한  $F_w(s)$ 와  $na(s)$ 는 각각 1 차 외평함수와 2 차 외평함수를 나타낸다. 그리고  $b$ ,  $v$ ,  $c$ 는 각각 기저(base)층, 점탄성(VEM)층, 구속(constraining)층을 의미한다. 여기서 중요한 것은 각 층마다 자유도가 6 개가 되어 3 층이므로 총 18 개의 자유도가 생겨난다. 하지만 3 층의 자유도가 중속적으로 관련되어 있으므로 6 개의 독립자유도로 표현이 가능하다. 복합재는 적층각에 따라 강성이 변하므로 다음과 같은 관계식이 필요하다. [8, 9]

$$E_i = \frac{E_1}{m^4 + (\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12})n^2m^2 + \frac{E_1}{E_2}n^4} \quad (12)$$

$$G_i = \frac{G_{12}}{n^4 + m^4 + 2(2\frac{G_{12}}{E_1}(1+2\nu_{12}) + 2\frac{G_{12}}{E_2} - 1)n^2m^2} \quad (13)$$

$m = \cos \theta$ ,  $n = \sin \theta$ ,  $\theta$  = 적층각 (ply angle)

각 층의 전단변형률은 서로 다음과 같은 관계가 있다.

$$\gamma_i = \frac{\tau}{G_i} = \frac{V}{G_i b (E_b I_b + E_v I_v + E_c I_c)} \int_A E_i y dA \quad (14)$$

$$\gamma_b : \gamma_v : \gamma_c = P_b : P_v : P_c \quad (15)$$

여기서  $P_b, P_v, P_c$ 는 식(14)의 각층의 값을 대입한 값이다. 그리고 길이방향으로는 각층의 값이 다음과 같은 관계가 성립한다. [10, 11]

$$w_v = w_b - \frac{t_b}{2} \gamma_{yz,b}(z; t) + \frac{t_v}{2} \theta_{x,v} - \frac{t_b}{2} \gamma_{xz,b}(z; t) + \frac{t_v}{2} \theta_{y,v} \quad (16)$$

$$w_c = w_b - \frac{t_b}{2} \gamma_{yz,b}(z; t) - \frac{t_c}{2} \gamma_{yz,c}(z; t) + t_v \theta_{x,v} \quad (17)$$

$$- \frac{t_b}{2} \gamma_{xz,b}(z; t) - \frac{t_c}{2} \gamma_{xz,c}(z; t) + t_v \theta_{y,v}$$

그리고  $v_{0,b} = v_{0,v} = v_{0,c}$  이고  $u_{0,b} = u_{0,v} = u_{0,c}$  라고 가정한다. 그러면 자유도는 위에서 말한 것과 같이 기저층의 자유도로서 점탄성층과 구속층의 자유도가 중속적으로 표현이 가능하다.

변형된 구조물의 어느 한 점  $M(x, y, z)$ 의 위치벡터를 다음과 같이 표현할 수 있다. [12]

$$\mathbf{R}(x, y, z, t) = (x+u)\mathbf{i} + (y+v)\mathbf{j} + (z+w)\mathbf{k} + \mathbf{R}_0 \quad (18)$$

회전속도가 일정하다고 가정하면 점  $M$ 의 속도와 가속도는 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{R}} = [\dot{u} - \Omega(y+v)]\mathbf{i} + [\dot{v} + \Omega(x+u)]\mathbf{j} + \dot{w}\mathbf{k} \quad (19)$$

$$\ddot{\mathbf{R}} = [\ddot{u} - 2\Omega\dot{v} - (x+u)\Omega^2]\mathbf{i} + [\ddot{v} + 2\Omega u - (y+v)\Omega^2]\mathbf{j} + \ddot{w}\mathbf{k} \quad (20)$$

빔의 경우에 운동에너지  $K$ 와 포텐셜 에너지  $U$ 는 다음과 같이 각각 표현된다.

$$K_i = \frac{1}{2} \int_V \rho_i (\dot{\mathbf{R}} \cdot \dot{\mathbf{R}}) d\tau \quad (21)$$

$$U_i = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{i,j} \epsilon_{i,j} d\tau \quad (22)$$

$$= \frac{1}{2} \int_V \int_C \int_A [\sigma_{i,z} \epsilon_{i,z} + \sigma_{i,x} \gamma_{i,x} + \sigma_{i,y} \gamma_{i,y}] dndsdz$$

( $i = b, v, c$ ;  $d\tau = dndsdz$ )

가상일은 외부에서 가해진 힘에 의해 구성된다.

$$\delta W_f = \int_0^L f(z, t) \delta v(z, t) dz \quad (23)$$

### 3.2 구조물의 운동방정식과 경계조건

종방향 및 횡방향연성 운동방정식과 그와 연관된 경계조건식을 유도하기 위하여 확장된 해밀턴 원리(the extended Hamilton's principle)를 적용하면 다음과 같다.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta U + \delta W) dt = 0 \quad (24)$$

$$\delta u_0 = \delta v_0 = \delta \theta_x = \delta \theta_y = 0 \quad \text{at } t = t_1, t_2$$

종방향 및 횡방향연성 운동방정식은 다음과 같다.

$$\delta u_0 : a_{44}(u_0'' + \theta_y') + a_{43}\theta_x'' + b_1 \Omega^2 [R(z)u_0'] - 2b_1 \Omega \dot{w}_0 + b_1 \Omega^2 u_0 - b_1 \ddot{u} = 0 \quad (25)$$

$$\delta v_0 : a_{55}(v_0'' + \theta_x') + a_{52}\theta_y'' + b_1 \Omega^2 [R(z)v_0'] - b_1 \ddot{v} = 0 \quad (26)$$

$$\delta\theta_y : a_{22}\theta_y'' + a_{25}(v_0'' + \theta_x') - a_{43}\theta_x' - a_{44}(u_0' + \theta_y) - (b_3 + b_{13})(\ddot{\theta}_y - \Omega^2\theta_y) = 0 \quad (27)$$

$$\delta\theta_x : a_{33}\theta_x'' + a_{34}(u_0'' + \theta_y') - a_{52}\theta_y' - a_{55}(v_0' + \theta_x) - (b_4 + b_{14})(\ddot{\theta}_x - \Omega^2\theta_x) = 0 \quad (28)$$

경계조건

$z=0$  에서  $u_0 = v_0 = \theta_x = \theta_y = 0$  이고

$z=L$  에서

$$\delta u_0 : a_{44}(u_0'' + \theta_y') + a_{43}\theta_x'' = 0 \quad (29)$$

$$\delta v_0 : a_{55}(v_0'' + \theta_x') + a_{52}\theta_y'' = 0 \quad (30)$$

$$\delta\theta_y : a_{22}\theta_y'' + a_{25}(v_0'' + \theta_x') = 0 \quad (31)$$

$$\delta\theta_x : a_{33}\theta_x'' + a_{34}(u_0'' + \theta_y') = 0 \quad (32)$$

위 식은 하나의 층만에 해당하는 식이므로 3 층에 대해 모두 그 값을 구하여야 한다. 고유치문제의 해를 구하기 위해 변위변수를 다음과 같이 표현한다.

$$u_0(z;t) = \Theta_1^T(z)q_1(t), \quad v_0(z;t) = \Theta_2^T(z)q_2(t) \quad (33)$$

$$\theta_y(z;t) = \Theta_3^T(z)q_3(t), \quad \theta_x(z;t) = \Theta_4^T(z)q_4(t)$$

여기서  $\Theta_n$  은 trial function 이라고 하고  $q_n(t)$  는 generalized coordinates 라고 부른다. 위에서처럼 표현된 변위변수를 원래 운동 방정식에 대입해서 이산화된 운동방정식을 유도할 수 있다.[13]

$$[M]\ddot{q}(t) + [K]q(t) = [M_c + M_v]\ddot{q}(t) + [K_c + K_v]q(t) = F(t) \quad (34)$$

여기서 아래첨자  $c$  는 복합재를 의미하고  $v$  는 VEM 을 의미한다. 이렇게 구성된  $M$ ,  $K$  행렬을 가지고 GHM 기법을 적용하여 3 층이 통합된 전체 시스템의 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} M_c + M_v & 0 \\ 0 & \frac{\hat{\alpha}E^\circ}{\hat{w}^2}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}(t) \\ \ddot{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\hat{\alpha}\hat{\zeta}E^\circ}{\hat{w}^2}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_c + (1+\hat{\alpha})E^\circ K_v & -\hat{\alpha}E^\circ K_v \\ -\hat{\alpha}E^\circ I & \hat{\alpha}E^\circ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

#### 4. 수치적 해석과 시뮬레이션

Table 1 복합재의 물성치 (Graphite/Epoxy) [12]

Parameter	Value	Parameter	Value
L	2.032 m	$G_{12}$	3.103E9 N/m <sup>2</sup>
$t_b = t_c$	4.953E-3 m	$G_{23} = G_{31}$	2.551E9 N/m <sup>2</sup>
R	0.254 m	$\nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{31}$	0.25
$E_1$	2.068E11 N/m <sup>2</sup>	$\rho$	1528.227 kg/m <sup>3</sup>
$E_2 = E_3$	5.171E9 N/m <sup>2</sup>		

Table 2 점탄성 재료의 물성치(ISD-112) [5]

Parameter	Value	Parameter	Value
L	2.032 m	$G$	5E5 N/m <sup>2</sup>
$t_v$	4.953E-4 m	$\rho$	1,250 kg/m <sup>3</sup>
$E$	1.4E6 N/m <sup>2</sup>	$\nu$	0.4

Table 3 GHM 매개변수 값 [5]

Parameter	Value
$\hat{\alpha}$	6
$\hat{\zeta}$	4
$\hat{w}$	10,000 rad/s

GHM 매개변수는 소형 진동기가 하나라고 가정했을 때 주어진 값이며 그림 4~8 까지의 결과에 사용되었다. 아래 결과에서 주어진 외력은 임펄스 형태의 힘이 주어졌다. 점탄성 재료층은 복합재 전체에 걸쳐서 삽입되어 있으며 [그림 2], 테이퍼비, 적층각, 점탄성 재료층의 두께 그리고 허브의 회전 속도의 변화에 따른 팁에서의 횡변위응답을 그래프로 아래에 명시하였다. 그림 8 은 점탄성 재료층의 두께변화에 따른 주파수 응답을 살펴보았다.

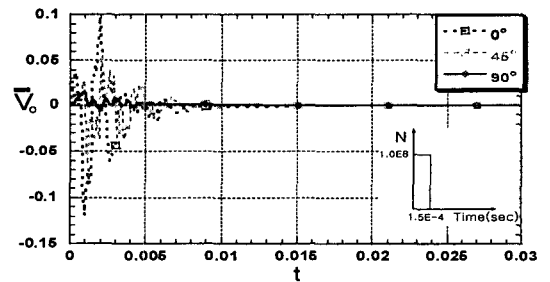


Fig. 4  $\theta$  의 변화 ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ) 에 따른 팁에서 임펄스 외력에 의한 횡변위 [ $\sigma = 1$ , VEM 두께=기저층의 10%,  $\Omega = 0$  rpm]

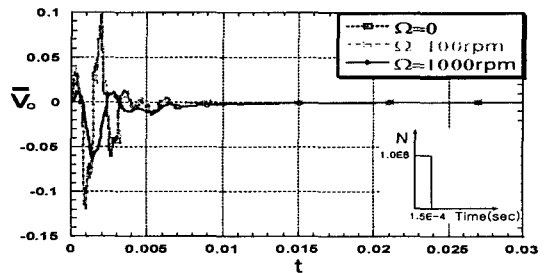


Fig. 5  $\Omega$  의 변화 (0rpm, 100rpm, 1000rpm) 에 따른 팁에서 임펄스 외력에 의한 횡변위 [ $\sigma = 1$ , VEM 두께=기저층의 10%,  $\theta = 45^\circ$ ]

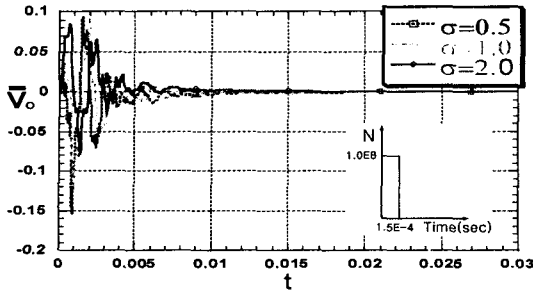


Fig. 6  $\sigma$ 의 변화(0.5, 1, 2)에 따른 팁에서 임펄스 외력에 의한 횡변위 [ $\Omega = 0\text{rpm}$ , VEM 두께=기저층의 10%,  $\theta = 45^\circ$ ]

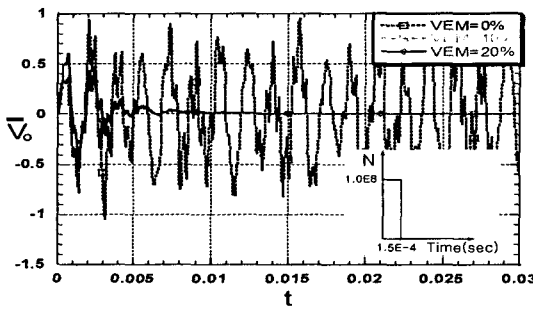


Fig. 7 점탄성 재료층의 두께 변화(기저층의 0%, 10%, 20%)에 따른 팁에서 임펄스 외력에 의한 횡변위 [ $\Omega = 0\text{rpm}$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\theta = 0^\circ$ ]

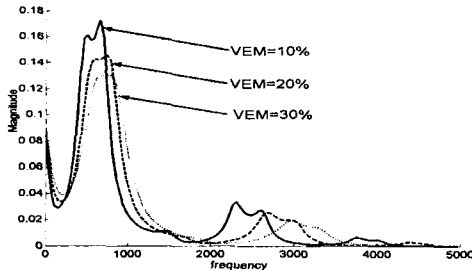


Fig. 8 점탄성 재료층의 두께 변화(기저층의 10%, 20%, 30%)에 따른 임펄스 외력에 의한 팁변위의 FFT 선도 [ $\Omega = 0\text{rpm}$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\theta = 45^\circ$ ]

## 5. 결과 및 토의

본 구조물은 속이 빈 형태의 박판보 모델이다. 따라서 3 층이 적층되어 있는 샌드위치 모델이며 보형태 모델이므로 기존에 나온 샌드위치 보 모델에서 기저층과 구속층이 오일러(Euler-Bernoulli) 보가 아닌 티모셴코(Timoshenko) 보로 가정하고 모델링 하였다. 따라서 기존 모델과는 다른 구성 식으로 모델링 된 것이다. 점탄성 재료층의 모델링은 GHM 기법을 사용하였고 소형 진동기는 하나

를 사용하였다. 구조물의 질량 행렬과 강성 행렬은 확장된 갤러킨 법(the extended Galerkin Method)에 근거하여 유도하였다.

## 후 기

Sungsoo Na acknowledges the support of the work by the Basic Research Program of the Korea Science and Engineering Foundation, Grant No. R01-2002-000-00129-0.

## 참고문헌

- (1) D. J. McTavish and P. C. Hughes 1992 AIAA-92-2380, 1753-1763. Finite element modeling of linear viscoelastic structures : the GHM method.
- (2) Ahid D. Nashif, David I.G. Jones, John P. Henderson, 1985 "Vibration damping", A Wiley-Interscience publication
- (3) C. H. Park and D. J. Inman, "Model Reduction of Viscoelastic Finite Element Models", Journal of Sound and Vibration (1999) 219(4), 619-637
- (4) Lakes, Roderic S, 1999 "Viscoelastic solids" CRC Press LLC
- (5) Y. M. Shi and Z. F. Li, "The Modelling and Vibration Control of Beams With Active Constrained Layer Damping", Journal of Sound and Vibration (2001) 245(5), 785-800
- (6) S.-Y.Oh, O.Song, L.Librescu, "Effect of pretwist and presetting on coupled bending vibrations of rotating thin-walled composite beams" International Journal of Solids and Structures 40(2003) 1203-1224
- (7) Mead DJ, Markus S. "The force vibration of a three layer damped sandwich beam with arbitray boundary conditions" Journal of sound and vibration 1969 Vol. 10 pp 163-175
- (8) J. N. Ready, 1997 "Mechanics of Laminated Composite Plates, Theory and Analysis" CRC Press LLC
- (9) M. W. Hyer, 1997 "Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials" WCB McGraw-Hill
- (10) Daniel J. Inman, 1996 "Engineering vibration", Englewood Cliffs, N.J. : Prentice Hall
- (11) Margaretha J Lam, Daniel J Inman, and William R Saunders "Hybrid damping models using the Golla-Hughes-McTavish method with internally balanced model reduction and output feedback" Smart Mater. Stuct. 9(2000) 362-371
- (12) S. Na , Librescu "Optimal vibration Control of Thin-Walled Anisotropic Cantilevers Exposed to Blast Loadings" Journal of Guidance, Control and Dynamics Vol,23, No3, May-June 2000.
- (13) C. H. Park and W. C. Kim, "Vibration Analysis of Three Layer Sandwich Beam", Journal of KSNVE, Vol. 8, No. 1, pp. 157~170, 1998