

보/평판 점연성구조의 파동전달해석

Wave Transmission Analysis of Beam/Plate Point-Coupled Structures

⁰서성훈* · 홍석윤** · 길현권***

Seong-Hoon Seo, Suk-Yoon Hong and Hyun-Kwon Kil

Key Words : Wave transmission analysis(파동전달해석), Power flow analysis(파워흐름해석) Point-coupled structure(점연성구조)

ABSTRACT

Wave Transmission analysis is one of methods for power transmission and reflection coefficients in coupled infinite structures. This paper focuses the wave transmission analysis of point coupled structures among semi-infinite beams and infinite thin plates considering all kinds of waves. It is supposed that the junction through the beams and plates is an identical spot and no point of contact exist except the spot. The boundary conditions are applied at the spot for continuities of 6 DOF displacements and 6 DOF force equilibriums, and then wave fields are obtained in the coupled structures. Since wave components in plate field are simplified using asymptotic expressions of Henkel functions, the displacements and forces at the plate junction can be simply expressed with magnitudes of the wave components. The wave fields according to incident waves gives the power transmission coefficients in beam/plate point coupled structures. For both coupled structures with a beam vertically and obliquely joined to a plate, power transmission analysis is performed and the analysis results are compared and examined.

기호설명

w : 회전 각속도
 x_p, y_p, z_p : 평판의 지역좌표계
 r, θ : 평판의 극좌표계
 u, v, w : 평판의 r 방향, θ 방향, z_p 방향 운동변위
 ρ, h, ν : 평판의 밀도, 두께 포아송비
 D, K, E, G : 평판의 굽힘강성, 인장강성, 탄성계수, 전단계수
 k_f, k_t, k_s : 평판의 굽힘파, 종파, 전단파에 대한 파수
 a : 연성점의 유효반지름
 n : 평판의 원주방향에 대한 차수
 u_0, w_{cn}, w_{sn} : 평판의 횡방향 변위성분
 u_0, u_{cn}, u_{sn} : 평판의 반지름방향 변위성분
 v_0, v_{cn}, v_{sn} : 평판의 원주방향 변위성분
 $\bar{A}_n, \bar{D}_n, \bar{E}_n$: 평판의 입사파 변위성분의 진폭
 B_n, C_n, F_n, G_n : 평판의 투과파 변위성분의 진폭
 $U_{s,0}, U_{p,0}, U_{s,0}, R_{s,0}, R_{p,0}, R_{s,0}$: 연성점에서 평판의 6자유도 변위
 $F_{s,0}, F_{p,0}, F_{s,0}, M_{s,0}, M_{p,0}, M_{s,0}$: 연성점에서 평판의 6자유도 힘

$\langle P_j \rangle, \langle P_i \rangle, \langle P_s \rangle$: 평판에서의 진동파워
 x_0, y_0, z_0 : 보의 지역좌표계
 $u_b, w_{zb}, w_{yb}, \theta_{ib}$: 보의 종방향, 횡방향, 비틀림방향 운동변위
 $S_b, I_{xxb}, I_{zzb}, \nu$: 보의 단면적, 2차모멘트, 포아송비
 E_b, G_b, T_b : 보의 탄성계수, 전단계수, 비틀림강성
 $k_{fcb}, k_{fcb}, k_{tb}, k_{tb}$: 보의 굽힘파, 종파, 비틀림파의 파수
 $\bar{A}_{s,b}, \bar{A}_{s,b}, \bar{D}_{s,b}, \bar{E}_{s,b}$: 보의 입사파 변위성분의 진폭
 $B_{s,b}, C_{s,b}, B_{s,b}, C_{s,b}, F_{s,b}, G_{s,b}$: 보의 투과파 변위성분의 진폭
 $U_{s,0}, U_{p,0}, U_{s,0}, R_{s,0}, R_{p,0}, R_{s,0}$: 연성점에서 보의 6자유도 변위
 $F_{s,0}, F_{p,0}, F_{s,0}, M_{s,0}, M_{p,0}, M_{s,0}$: 연성점에서 보의 6자유도 힘
 $\langle P_{fcb} \rangle, \langle P_{fcb} \rangle, \langle P_{tb} \rangle, \langle P_{tb} \rangle$: 보에서의 진동파워
 $[T_c]_p, [T_c]_b$: 평판과 보의 좌표계변환행렬
 τ_{ij} : i 파동의 입사파에 대한 j 파동의 파워투과계수
 τ_{ij}^0 : i 파동이 평면입사파에 대한 j 파동의 파워투과계수
 τ_{ij}^0 : 평면입사파에 대한 분산장의 파워투과계수

1. 서론

파동전달해석(Wave Transmission Analysis)은 무한연성 구조물에 대하여 진동파워투과계수를 구하는 기법으로서, 에너지기반의 중고주파대역의 진동해석기법인 파워흐름해석법(Power Flow Analysis, PFA)이나 통계적에너지해석법(Statistical Energy Analysis, SEA)에서 연성요소간의 에

* 서울대학교 대학원 조선해양공학과

E-mail : shseo94@snu.ac.kr

Tel : (02) 880-7331

** 서울대학교 조선해양공학과

*** 수원대학교 기계공학과

너지전달관계를 제시하는 방법 중의 하나로 활용된다. [1, 2] 실제 유한구조물의 연성부에서의 진동에너지의 전달특성은 저주파수대역에서 주파수에 상당히 민감하며 이를 계산하기 위해서는 전체 시스템을 해석해야한다. 하지만, 중고주파대역에서는 유한구조의 동특성이 주파수에 대하여 비교적 둔감해지고 무한구조의 동특성과 유사해지는 경향을 보이기 때문에 [3], 파동전달해석은 연성부의 진동에너지 전달특성을 파악하는데 간단하면서도 신뢰성이 높은 방법으로 인식되고 있다.

동일한 부재로 연성되어 있는 구조물에 대해서는 비교적 쉽게 파동전달해석이 수행될 수 있으며 그 적용 예로는 보와 보가 한점에서 연성된 구조와 평판이 선으로 연성된 구조에 대하여 진행된 바 있다. [4, 5] 하지만 보와 평판이 연성된 구조와 같이 차원이 다른 부재간의 연성구조는 파워흐름해석이 비교적 어려워지며 연성조건을 가정하는 방법에 따라 해석방법이 다양해진다. 보와 평판이 선연결된 구조는 최근 들어 파동전달해석이 수행되었으며, 이를 이용하여 파워흐름해석에 적용된 사례가 있다. [6, 7]

한편 보와 평판이 점연성된 구조에 대해서는 박종현 및 강연식 등에 의해 연구가 진행되었으나[8, 9] 미흡한 부분이 있어 이를 보강하고 다른 요소로 확장하고자 본 연구를 수행하게 되었다. 기존의 연구에서는 보와 평판이 점연결되어 있는 연결부가 보의 단면과 같은 원형이라는 가정이 사용되고 보 이론에 따라 원형 연결부 형상이 변하지 않는다는 전제로 이 연결부 둘레에서 경계조건을 적용하였다. 하지만 이는 임의의 각으로 연결되어 있는 보에 대해서는, 연결부 형상이 원형이 되지 않는다는 문제점이 있으며 보의 파동이 보의 단면과 평행하게 진행한다는 가정과 연결부 형상이 변하지 않는다는 가정이 서로 모순이 된다. 또한 여러 개의 다른 단면적을 갖는 보가 연성된 구조에 대해서는 연결부 형상을 결정하는데 아울러 문제가 발생한다.

본 연구에서는 보와 평판이 점연결되어 있는 연결부를 아주 작은 한점이라고 가정하고 그 점에서 경계조건을 적용하는 방법을 사용하여 위의 문제점들을 해결하고자 하였다. 평판에 대한 연성점에서의 6자유도 힘과 변위를 각 파동의 진폭성분으로 유도하였으며 이를 위해 연성부를 변형이 없는 작은 원형이라고 가정하고 그 둘레에 대한 평균값 및 적분값을 구하고 이를 다시 원형반지름에 대하여 극한을 취하였다. 또한 평판의 파동성분은 Hankel함수로 표현되는데, 점근해법을 이용하여 간단한 수식으로 표현하였으며 극한 취할 때, 한정되어지지 않는 경우에는 유효반지름을 도입하여 유한한 값으로 유도하였다. 평판에서 평면파가 입사하는 경우에 대해서는 입사파를 여러 성분으로 분해하여 산란파에 기여하는 입사파에 대해서만 입사파위를 계산하였다.

2. 무한 평판

2.1 파동 변위

Fig. 1과 같이 무한평판이 $x_p y_p$ 평면에 위치하고 극좌표계에 대한 평판의 변위가 (u_p, v_p, w_p) 이고, 원점에서 보와 연성되어 있다고 가정한다. 고전이론에 의한 평판의 운동을 지배하는 미분방정식은 횡방향운동과 면내운동이 분리되어 다음 식과 같이 표현된다. [10]

$$D\nabla^4 w + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{1-\nu}{2r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \\ = \frac{\rho(1-\nu^2)}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{r \partial \theta} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \\ = \frac{\rho(1-\nu^2)}{E} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1c)$$

여기서 평판의 굽힘강성은 $D = Eh^3/(12(1-\nu^2))$ 을 만족한다.

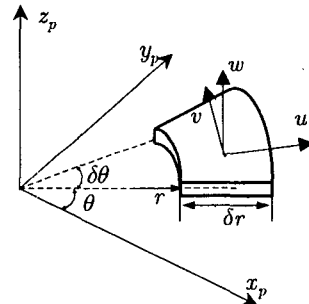


Fig. 1. 평판의 좌표계와 변위

이 평판이 자유진동한다고 가정하면 위 식에 대한 일반해로부터 극좌표계에서 평판의 거동이 원주방향으로 sine함수와 cosine함수의 급수형태와 반지름방향으로 Bessel함수의 차수에 대한 급수형태로 표현되며, 이때 시간에 대한 조화성분 $(e^{j\omega t})$ 을 제외하면 아래 수식과 같다. [11]

$$\begin{aligned} w(r, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} \{ A_{1n} J_n(kr) + A_{2n} Y_n(kr) + A_{3n} I_n(kr) + A_{4n} K_n(kr) \} \cos(n\theta) \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \{ A'_{1n} J_n(kr) + A'_{2n} Y_n(kr) + A'_{3n} I_n(kr) + A'_{4n} K_n(kr) \} \sin(n\theta) \\ u(r, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ B_{1n} \frac{dJ_n(kr)}{dr} + n B_{2n} \frac{J_n(kr)}{r} + B_{3n} \frac{dY_n(kr)}{dr} + n B_{4n} \frac{Y_n(kr)}{r} \right\} \cos(n\theta) \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ B'_1 \frac{dJ_n(kr)}{dr} + n B'_2 \frac{J_n(kr)}{r} + B'_3 \frac{dY_n(kr)}{dr} + n B'_4 \frac{Y_n(kr)}{r} \right\} \sin(n\theta) \\ v(r, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ -n B_{1n} \frac{J_n(kr)}{r} - B_{2n} \frac{dJ_n(kr)}{dr} - n B_{3n} \frac{Y_n(kr)}{r} - B_{4n} \frac{dY_n(kr)}{dr} \right\} \cos(n\theta) \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ n B'_{1n} \frac{J_n(kr)}{r} + B'_2 \frac{dJ_n(kr)}{dr} + n B'_{3n} \frac{Y_n(kr)}{r} + B'_{4n} \frac{dY_n(kr)}{dr} \right\} \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (2a-2c)$$

여기서 평판의 굽힘파, 종파, 전단파에 대한 파수는 다음과

같이 표현되며,

$$k_j = \left(\frac{\rho w^2 h}{D} \right)^2, \quad k_i = w \sqrt{\frac{\rho h}{K}}, \quad k_s = w \sqrt{\frac{\rho}{G}} \quad (3-5)$$

이때 평판의 인장강성은 $K = Eh/(1-\nu^2)$ 와 같다. Bessel 함수로 표현된 평판의 일반해는 일반적으로 평판의 유한장 문제에서 주로 이용되며, 무한장의 평판문제에 대해서는 Hankel 함수로 표현된 일반해가 사용된다.

극좌표에서의 무한평판에 대한 일반해는 횡방향의 경우 평판의 중심으로 들어오는 진행파(propagating wave) 성분과 감쇠파(decaying wave) 성분 및 평판의 중심에서 나가는 진행파 성분과 감쇠파 성분으로 구성되어 있다. 면내방향에 대해서는 평판의 중심으로 들어오는 진행파 성분과 나가는 진행파 성분이 종파와 전단파에 대하여 각각 존재한다.

· 파동전달 해석은 연성부분에 입사파가 들어올 경우 연성부분에서 반사되어 되돌아가는 파동 성분과 연성부분을 거쳐 다른 구조로 전달되어 투과되는 파동 성분을 계산하게 된다. 이 무한평판에 대해서도 보와 연성된 평판 중심으로 입사파가 진행파 형태로 입사된다고 가정한다면 발생하는 파동 성분은 중심으로 들어오는 입사파와 중심에서 나가는 반사파만이 존재하게 되며, 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$w(r, \theta) = w_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} w_{cn}(r) \cos(n\theta) + w_{sn}(r) \sin(n\theta)$$

$$w_0(r) = \bar{A}_0 H_0^{(1)}(k_j r) + B_0 H_0^{(2)}(k_j r) + C_0 H_0^{(2)}(-j k_j r)$$

$$w_{cn}(r) = \bar{A}_{cn} H_n^{(1)}(k_j r) + B_{cn} H_n^{(2)}(k_j r) + C_{cn} H_n^{(2)}(-j k_j r)$$

$$w_{sn}(r) = \bar{A}_{sn} H_n^{(1)}(k_j r) + B_{sn} H_n^{(2)}(k_j r) + C_{sn} H_n^{(2)}(-j k_j r) \quad (6a-6d)$$

$$u(r, \theta) = u_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} u_{cn}(r) \cos(n\theta) + u_{sn}(r) \sin(n\theta)$$

$$u_0(r) = \bar{D}_0 \frac{dH_0^{(1)}(k_i r)}{dk_i r} + F_0 \frac{dH_0^{(2)}(k_i r)}{k_i dr}$$

$$u_{cn}(r) = \bar{D}_{cn} \frac{dH_n^{(1)}(k_i r)}{k_i dr} + n \bar{D}_{cn} \frac{H_n^{(1)}(k_i r)}{k_i r} + F_{cn} \frac{dH_n^{(2)}(k_i r)}{k_i dr} + n F_{cn} \frac{H_n^{(2)}(k_i r)}{k_i r}$$

$$u_{sn}(r) = \bar{E}_{sn} \frac{dH_n^{(1)}(k_i r)}{k_i dr} + n \bar{E}_{sn} \frac{H_n^{(1)}(k_i r)}{k_i r} + G_{sn} \frac{dH_n^{(2)}(k_i r)}{k_i dr} + n G_{sn} \frac{H_n^{(2)}(k_i r)}{k_i r} \quad (7a-7d)$$

$$v(r, \theta) = v_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} v_{cn}(r) \cos(n\theta) + v_{sn}(r) \sin(n\theta)$$

$$v_0(r) = \bar{E}_0 \frac{dH_0^{(1)}(k_s r)}{k_s dr} + G_0 \frac{dH_0^{(2)}(k_s r)}{k_s dr}$$

$$v_{cn}(r) = n \bar{E}_{cn} \frac{H_n^{(1)}(k_s r)}{k_s r} + \bar{E}_{cn} \frac{dH_n^{(1)}(k_s r)}{k_s dr} + n G_{cn} \frac{H_n^{(2)}(k_s r)}{k_s r} + G_{cn} \frac{dH_n^{(2)}(k_s r)}{k_s dr}$$

$$v_{sn}(r) = -n \bar{D}_{sn} \frac{H_n^{(1)}(k_s r)}{k_s r} - \bar{D}_{sn} \frac{dH_n^{(1)}(k_s r)}{k_s dr} - n F_{sn} \frac{H_n^{(2)}(k_s r)}{k_s r} - F_{sn} \frac{dH_n^{(2)}(k_s r)}{k_s dr} \quad (8a-8d)$$

여기서 $H_n^{(1)}(k r)$ 와 $\partial H_n^{(1)}(k r)/\partial r$ 은 중심으로 들어오는 진행파 성분(입사파)을 의미하며 $H_n^{(2)}(k r)$ 와 $\partial H_n^{(2)}(k r)/\partial r$ 은 중심에서 나가는 진행파 성분(투과파)을 의미하며 $H_n^{(2)}(-k r)$ 는 중심에서 나가는 감쇠파(투과파)를 의미한다. 첨자 s, c 는 sine 함수와 cosine 함수와 관련된 항을 의미하며 첨자 n 은 원주방향에 대한 모드를 의미한다. 또한 바가 위에 붙은 변수는 입사파를 진폭을 나타낸다.

보의 중심이 평판의 한점(원점)에서만 연성되어 있고 보의 중심의 다른 곳은 평판과 접촉되어 있지 않다고 가정하고, 이에 따른 기하형상적인 경계조건을 도입한다.

먼저 연성점에서 횡방향 변위는 모든 원주방향에 대하여 같은 값을 가져야 하며 그렇지 않을 경우 연성점에서 구멍이 발생하게 된다. n 에 따라 $\cos(n\theta)$ 와 $\sin(n\theta)$ 는 선형적으로 독립적이므로, 다음을 만족해야 한다.

$$\text{For } n=0, \quad w_n(0) = \text{finite} \quad (9a-9b)$$

$$\text{For } n \neq 0, \quad u_n(0) = 0$$

다음으로 평판의 연성점을 작은 원형의 강체라고 가정하면 면내방향의 변위는 다음 조건을 만족해야 한다. [12]

$$\text{For } n=0, \quad u_0(0) = 0$$

$$\text{For } n=1, \quad u_{c1}(0) = -v_{s1}(0), \quad u_{s1}(0) = v_{c1}(0)$$

$$\text{For } n \geq 2, \quad u_{cn}(0) = u_{sn}(0) = 0, \quad v_{cn}(0) = v_{sn}(0) = 0 \quad (10a-10e)$$

이 조건에 의하면, 이 작은 원형의 강체는 회전운동과 병진운동만 하게 된다. 0차 모드에 대한 원주방향의 변위인 u_0 항이 회전운동을 의미하며 $n=1$ 일 때의 조건은 병진운동을 의미한다.

변위성분으로 표현된 변위식을 위 수식(9-10)에 대입하면, 다음과 같은 파동성분의 크기간의 관계를 얻는다.

$$\text{For } n=0, \quad C_0 = \bar{A}_0 - B_0, \quad F_0 = \bar{D}_0 \quad (11a-11b)$$

$$\text{For } n=1,$$

$$C_{c1} = j(-\bar{A}_{c1} + B_{c1}), \quad C_{s1} = j(-\bar{A}_{s1} + B_{s1})$$

$$(\bar{D}_{c1} - F_{c1}) \left(\frac{4j}{\pi(k_i a)^2} + \frac{j}{\pi} \right) = (\bar{D}_{s1} - F_{s1}) \left(\frac{4j}{\pi(k_i a)^2} + \frac{j}{\pi} \right)$$

$$(\bar{E}_{c1} - G_{c1}) \left(\frac{4j}{\pi(k_s a)^2} + \frac{j}{\pi} \right) = (\bar{E}_{s1} - G_{s1}) \left(\frac{4j}{\pi(k_s a)^2} + \frac{j}{\pi} \right) \quad (11c-11f)$$

$$\text{For } n \geq 2,$$

$$B_{cn} = \bar{A}_{cn}, \quad C_{cn} = 0, \quad B_{sn} = \bar{A}_{sn}, \quad C_{sn} = 0$$

$$F_{in} = \bar{D}_{in}, \quad F_{sn} = \bar{D}_{sn}, \quad G_{in} = \bar{E}_{in}, \quad G_{sn} = \bar{E}_{sn} \quad (11g-11m)$$

이 결과를 유도하는 과정에서 Hankel 함수의 근사식이 사용된다. 이때 a 는 연성점의 유효반지름을 의미하며 $k_i a \ll 1$ 와 $k_s a \ll 1$ 를 만족한다고 가정한다.

수식 (11)을 변위식에 대입하면 점연성된 무한평판의 변위식이 다음과 같이 얻어진다.

$$w(r, \theta) = w_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} w_{cn}(r) \cos(n\theta) + w_{sn}(r) \sin(n\theta)$$

$$w_0(r) = \bar{A}_0 H_0^{(1)}(k_j r) + B_0 H_0^{(2)}(k_j r) + (\bar{A}_0 - B_0) H_0^{(2)}(-j k_j r)$$

$$w_{cn}(r) = \begin{cases} \bar{A}_{cn} H_n^{(1)}(k_j r) + B_{cn} H_n^{(2)}(k_j r) + j(-\bar{A}_{cn} + B_{cn}) H_n^{(2)}(-j k_j r) & , n=1 \\ \bar{A}_{cn} H_n^{(1)}(k_j r) + \bar{A}_{cn} H_n^{(2)}(k_j r) & , n \geq 2 \end{cases}$$

$$w_{sn}(r) = \begin{cases} \bar{A}_{sn} H_n^{(1)}(k_j r) + B_{sn} H_n^{(2)}(k_j r) + j(-\bar{A}_{sn} + B_{sn}) H_n^{(2)}(-j k_j r) & , n=1 \\ \bar{A}_{sn} H_n^{(1)}(k_j r) + \bar{A}_{sn} H_n^{(2)}(k_j r) & , n \geq 2 \end{cases} \quad (12a-12d)$$

$$u(r, \theta) = u_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} u_{cn}(r) \cos(n\theta) + u_{sn}(r) \sin(n\theta)$$

$$u_0(r) = \bar{D}_0 \frac{dH_0^{(1)}(k_i r)}{dk_i r} + F_0 \frac{dH_0^{(2)}(k_i r)}{k_i dr}$$

$$\begin{aligned}
 u_{..}(r) &= \begin{cases} \overline{D}_n \frac{dH_n^{(1)}(kr)}{kdr} + \overline{D}_n \frac{H_n^{(1)}(kr)}{kr} + F_n \frac{dH_n^{(2)}(kr)}{kdr} + F_n \frac{H_n^{(2)}(kr)}{kr}, & n=1 \\ \overline{D}_n \frac{dH_n^{(1)}(kr)}{kdr} + n\overline{D}_n \frac{H_n^{(1)}(kr)}{kr} + \overline{D}_n \frac{dH_n^{(2)}(kr)}{kdr} + n\overline{D}_n \frac{H_n^{(2)}(kr)}{kr}, & n \geq 2 \end{cases} \\
 u_{..}(r) &= \begin{cases} \overline{E}_n \frac{dH_n^{(1)}(kr)}{kdr} + \overline{E}_n \frac{H_n^{(1)}(kr)}{kr} + G_n \frac{dH_n^{(2)}(kr)}{kdr} + G_n \frac{H_n^{(2)}(kr)}{kr}, & n=1 \\ \overline{E}_n \frac{dH_n^{(1)}(kr)}{kdr} + n\overline{E}_n \frac{H_n^{(1)}(kr)}{kr} + \overline{E}_n \frac{dH_n^{(2)}(kr)}{kdr} + n\overline{E}_n \frac{H_n^{(2)}(kr)}{kr}, & n \geq 2 \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{13a-13d}$$

$$r(r, \theta) = v_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} v_{cn}(r) \cos(n\theta) + v_{sn}(r) \sin(n\theta)$$

$$\begin{aligned}
 v_0(r) &= \overline{E}_0 \frac{dH_0^{(1)}(kr)}{kdr} + G_0 \frac{dH_0^{(2)}(kr)}{kdr} \\
 v_{..}(r) &= \begin{cases} \overline{E}_n \frac{dH_n^{(1)}(kr)}{kdr} + \overline{E}_n \frac{H_n^{(1)}(kr)}{kr} + G_n \frac{dH_n^{(2)}(kr)}{kdr} + G_n \frac{H_n^{(2)}(kr)}{kr}, & n=1 \\ n\overline{E}_n \frac{dH_n^{(1)}(kr)}{kdr} + n\overline{E}_n \frac{H_n^{(1)}(kr)}{kr} + n\overline{E}_n \frac{dH_n^{(2)}(kr)}{kdr} + n\overline{E}_n \frac{H_n^{(2)}(kr)}{kr}, & n \geq 2 \end{cases} \\
 v_{..}(r) &= \begin{cases} -\overline{D}_n \frac{dH_n^{(1)}(kr)}{kdr} - \overline{D}_n \frac{H_n^{(1)}(kr)}{kr} - F_n \frac{dH_n^{(2)}(kr)}{kdr} - F_n \frac{H_n^{(2)}(kr)}{kr}, & n=1 \\ -n\overline{D}_n \frac{dH_n^{(1)}(kr)}{kdr} - n\overline{D}_n \frac{H_n^{(1)}(kr)}{kr} - nF_n \frac{dH_n^{(2)}(kr)}{kdr} - nF_n \frac{H_n^{(2)}(kr)}{kr}, & n \geq 2 \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{14a-14d}$$

이때, $\overline{D}_n, F_n, \overline{D}_n, F_n$ 와 $\overline{E}_n, G_n, \overline{E}_n, G_n$ 은 다음을 만족한다.

$$(\overline{D}_n - F_n) \left(\frac{4j}{\pi(kr)^2} + \frac{j}{\pi} \right) = (\overline{D}_n - F_n) \left(\frac{4j}{\pi(kr)^2} + \frac{j}{\pi} \right) \tag{15a}$$

$$(\overline{E}_n - G_n) \left(\frac{4j}{\pi(kr)^2} + \frac{j}{\pi} \right) = (\overline{E}_n - G_n) \left(\frac{4j}{\pi(kr)^2} + \frac{j}{\pi} \right) \tag{15b}$$

2.2 연성점에서의 6자유도 변위

본 절에서는 앞 절에서 구한 점연성된 무한평판의 변위를 이용하여 연성점에서의 6자유도 변위를 계산한다. Fig.2는 이 평판 직교좌표계에 대한 6자유도 변위의 양의 방향을 보여준다.

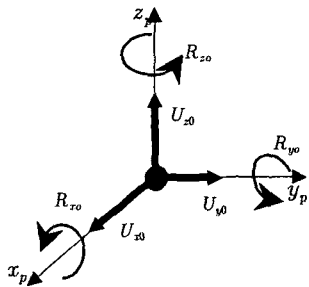


Fig. 2. 평판 연성점에서의 6자유도 변위의 좌표계

평판 임의의 위치에서의 6자유도 변위는 극좌표계로 표현된 평판의 변위(u, v, w)를 변환하여 얻을 수 있다. x 방향과 y 방향의 변위는 r 방향 변위(u)와 원주방향 변위(v)를 직교좌표계로 변환하여 얻어지며, z 방향 변위는 횡방향변위(w)와 같게 되고, x 와 y 방향 회전변위는 횡방향변위(w)를 각각 y 방향과 x 방향으로 미분하여 얻어지며, z 방향 회전변위는 원주방향변위(v)를 거리(r)로 나뉘어진 식으로 표현가능하다.

이때 연성점인 원점에서의 6자유도 변위는 둘레방향으로 평균된 변위를 r 에 대한 영으로의 극한을 취하여 얻어지며, sine함수와 cosine함수의 직교성을 이용하면 n 에 대한 파동성분으로 간단히 표현된다.

$$\begin{aligned}
 U_{z0} &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(r, \theta) \cos \theta - v(r, \theta) \sin \theta d\theta \\
 &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (u_{..} \cos \theta + u_{..} \sin \theta) \cos \theta - (v_{..} \cos \theta + v_{..} \sin \theta) \sin \theta d\theta \\
 &= u_{..} |_{r=0} \\
 U_{r0} &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u \sin \theta - v \cos \theta d\theta \\
 &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (u_{..} \cos \theta + u_{..} \sin \theta) \sin \theta + (v_{..} \cos \theta + v_{..} \sin \theta) \cos \theta d\theta \\
 &= u_{..} |_{r=0} \\
 U_{\theta} &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w d\theta = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w_{\theta} d\theta - w_{\theta}(0) \\
 R_{z0} &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial w}{\partial y} d\theta \\
 &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} d\theta = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial w}{\partial r} \sin \theta + \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\cos \theta}{r} d\theta \\
 &= \pi \left(\frac{\partial w_{\theta}}{\partial r} + \frac{w_{\theta}}{r} \right) |_{r=0} \\
 R_{x0} &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} -\frac{\partial w}{\partial x} d\theta \\
 &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} d\theta = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial w}{\partial r} \cos \theta - \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{r} d\theta \\
 &= \pi \left(\frac{\partial w_{\theta}}{\partial r} + \frac{w_{\theta}}{r} \right) |_{r=0} \\
 R_{y0} &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial w}{\partial x} d\theta = \frac{v_{\theta}}{r} |_{r=0}
 \end{aligned}
 \tag{16a-16f}$$

n 에 대한 파동성분은 앞절에서 구한 변위식을 대입하여 Hankel함수에 대한 식으로 표현되며 이때 Hankel함수의 근사식을 적용하면 각각의 파동성분은 다항함수와 로그함수에 대한 식으로 표현되고, r 이 영일 때의 파동성분값을 구하면 연성점에서의 6자유도 변위가 다음과 같이 파동성분의 크기로 정리된다.

$$\begin{aligned}
 U_{z0} &= \frac{1}{2} (2\overline{D}_0 + \frac{1+\nu}{2}\overline{D}_1 + \frac{3-\nu}{2}F_{11}) + (\overline{D}_1 - F_{11}) \frac{j}{\pi} \left(\frac{1-\nu}{2} \ln \frac{7k_0 a}{2} + \ln \frac{7k_0 a}{2} \right) \\
 U_{r0} &= \frac{1}{2} (2\overline{E}_0 + \frac{1+\nu}{2}\overline{E}_1 + \frac{3-\nu}{2}G_{11}) + (\overline{E}_1 - G_{11}) \frac{j}{\pi} \left(\frac{1-\nu}{2} \ln \frac{7k_0 a}{2} + \ln \frac{7k_0 a}{2} \right) \\
 U_{\theta} &= \overline{A}_0 + B_0 \\
 R_{z0} &= \frac{k_1}{2} \overline{A}_{11} \left(1 + \frac{4j}{\pi} \ln \frac{7k_0 a}{2} \right) + \frac{k_1}{2} B_{11} \left(1 - \frac{4j}{\pi} \ln \frac{7k_0 a}{2} \right) \\
 R_{x0} &= -\frac{k_1}{2} \overline{A}_{11} \left(1 + \frac{4j}{\pi} \ln \frac{7k_0 a}{2} \right) - \frac{k_1}{2} B_{11} \left(1 - \frac{4j}{\pi} \ln \frac{7k_0 a}{2} \right) \\
 R_{y0} &= k_1 \overline{E}_0 \left(-\frac{1}{2} + \frac{4j}{(k_0 a)^2} \right) + k_1 G_0 \left(-\frac{1}{2} - \frac{4j}{(k_0 a)^2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{17a-17f}$$

이때, r 이 영일 때 무한한 크기를 갖는 파동성분에 대해서는 물리적으로 비현실적이므로, 유효거리(a)에서의 변위를 연성점에서의 변위라 한다.

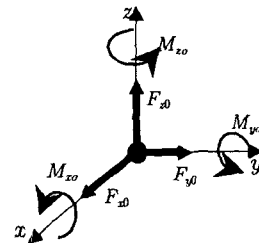


Fig. 3. 평판 연성점에서의 6자유도 힘과 모멘트의 좌표계

2.3 연성점에서의 6자유도 힘과 모멘트

본 절에서는 평판의 연성점에서의 6자유도 힘과 모멘트의 좌표계가 Fig.3과 같을 때, 이 힘과 모멘트를 각각 구해본다. 연성점에서의 힘과 모멘트를 계산하기 위해서는 원주좌표계의 중심에 놓인 원형평판요소에 대한 단면에서의 힘과 모멘트가 필요하게 되는데, 이 힘과 모멘트의 양의 방향이 Fig.4와 같을 때 단면에서의 힘과 모멘트는 다음과 같이 변위에 대한 식으로 표현된다. [13]

$$\begin{aligned}
 N_{rr} &= K \left\{ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \nu \frac{w}{r} \right\} \\
 N_{\theta\theta} &= Gh \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{u}{r} \right\} \\
 Q_r &= -D \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{2}{r^3} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right\} \\
 M_{rr} &= -D \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\nu}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right\} \\
 M_{\theta\theta} &= -D(1-\nu) \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right\}
 \end{aligned} \tag{18a-18e}$$

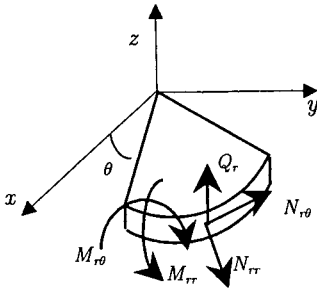


Fig. 4. 원주좌표계에서 평판의 힘과 모멘트

연성점에서의 평판의 힘과 모멘트는 반경이 매우 작은 원형평판요소에 작용하는 힘과 모멘트라 할 수 있으며, 이때 작은 원형평판요소에 작용하는 힘과 모멘트는 원형평판요소의 단면에 작용하는 힘과 모멘트를 둘레방향에 대한 합으로 표현가능하다.

$$\begin{aligned}
 F_{xx} &= \lim_{r \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} (N_{rr} \cos \theta - N_{\theta\theta} \sin \theta) r d\theta \\
 F_{yy} &= \lim_{r \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} (N_{rr} \sin \theta + N_{\theta\theta} \cos \theta) r d\theta \\
 F_{zz} &= \lim_{r \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} Q_r r d\theta \\
 M_{xx} &= \lim_{r \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} (-M_{rr} \sin \theta - M_{\theta\theta} \cos \theta + Q_r r \sin \theta) r d\theta \\
 M_{yy} &= \lim_{r \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} (M_{rr} \cos \theta - M_{\theta\theta} \sin \theta - Q_r r \cos \theta) r d\theta \\
 M_{zz} &= \lim_{r \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} N_{\theta\theta} r^2 d\theta
 \end{aligned} \tag{19a-19e}$$

여기서, x 방향과 y 방향 힘은 r 방향 힘인 인장력과 θ 방향 힘인 면내전단력의 각각 x 방향과 y 방향에 대한 성분의 합으로 표현되고, x 방향과 y 방향 모멘트는 r 방향 모멘트와 θ 방향 모멘트의 각각 x 방향과 y 방향에 대한 성분뿐만 아니라 횡방향 전단력에 의해 발생하는 모멘트 성분의 합으로 표현됨을 알 수 있다.

연성점에서의 6자유도 힘과 모멘트는 원형평판단면에서의 힘과 모멘트와 변위간의 관계식(식18)을 이용하면 변위에 대한 식으로 표현할 수 있으며, 이때 sine함수와 cosine함수의 직교성을 적용하여 n 에 대한 특정 변위성분으로 간단히 정리된다.

$$\begin{aligned}
 F_{z0} &= \lim_{r \rightarrow 0} \pi K r \frac{\partial w_{c1}}{\partial r} - \pi Gh r \frac{\partial v_d}{\partial r} \\
 F_{y0} &= \lim_{r \rightarrow 0} \pi K r \frac{\partial u_{c1}}{\partial r} + \pi Gh r \frac{\partial v_{c1}}{\partial r} \\
 F_{x0} &= \lim_{r \rightarrow 0} -2\pi D \left[r \frac{\partial^2 w_0}{\partial r^3} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial w_0}{\partial r} \right] \\
 M_{z0} &= \lim_{r \rightarrow 0} D \pi \left[-r^2 \frac{\partial^3 w_{c1}}{\partial r^3} + 3 \frac{\partial w_{c1}}{\partial r} - \frac{3}{r} w_{c1} \right] \\
 M_{y0} &= \lim_{r \rightarrow 0} -D \pi \left[-r^2 \frac{\partial^3 w_{c1}}{\partial r^3} + 3 \frac{\partial w_{c1}}{\partial r} - \frac{3}{r} w_{c1} \right] \\
 M_{x0} &= \lim_{r \rightarrow 0} 2\pi Gh \left[r^2 \frac{\partial v_0}{\partial r} - r v_0 \right]
 \end{aligned} \tag{20a-20e}$$

여기서 x 방향과 y 방향의 힘과 모멘트는 $n=1$ 일 때의 파동성분으로 표현되며 z 방향 힘과 모멘트는 $n=0$ 일 때의 파동성분으로 표현됨을 알 수 있다.

위 식을 간단하게 정리하기 위해서는 연성점에서의 6자유도 변위를 구할 때와 마찬가지로의 과정을 거친다. n 에 대한 파동성분은 앞절에서 구한 변위식을 대입하여 Hankel함수에 대한 식으로 표현되며 이때 Hankel함수의 근사식을 적용하면 각각의 파동성분은 다항함수와 로그함수에 대한 식으로 표현되고, r 이 영일 때의 파동성분값을 구하면 연성점에서의 6자유도 힘과 모멘트가 다음과 같이 파동성분의 크기로 정리된다. 이때 r 이 영일 때 무한한 크기를 갖는 파동성분에 대해서는 물리적으로 비현실적이므로, 유효거리 a 에서의 힘과 모멘트를 구한다.

$$\begin{aligned}
 F_{z0} &= 4jGh(\overline{D}_a - F_{a1}) \\
 F_{y0} &= 4jGh(\overline{E}_a - G_{a1}) \\
 F_{x0} &= 8jk^2 D(\overline{A}_0 - B_0) \\
 M_{z0} &= j8k_j D(\overline{A}_{c1} - B_{c1}) \\
 M_{y0} &= -j8k_j D(\overline{A}_{c1} - B_{c1}) \\
 M_{x0} &= \frac{j8}{k_i} Gh(-\overline{E}_0 + G_0)
 \end{aligned} \tag{21a-21e}$$

2.4 연성점에서의 변위 및 힘과 모멘트 검증

파동성분의 크기로 유도된 평판 연성점에서의 변위 및 힘과 모멘트에 대하여 다음 두가지 방법으로 검증해 본다.

첫 번째는 평판에 입사파가 들어올 경우 입사파위가 평판으로 반사되는 반사파위와 연성점을 통하여 투과되는 투과파위와의 합과 같은지를 비교한다. 연성점으로 입사되거나 반사되어 나가는 진동파위는 중심을 기준으로 하는 동심원에 대하여 반지름 방향으로의 진동파위를 둘레방향에 대하여 적분하여 계산된다. 또한 평판 내부적으로 소실되는 진동파위가 없다고 가정하면 이 동심원의 반지름의 크기와 상관

없기 때문에 kr 이 상당히 클 경우에 대한 Hankel함수의 근사식을 이용하여 진동파위를 계산한다. 이렇게 얻어진 시간 평균된 진동파위는 파종과 원주방향의 차수에 따라 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \langle P_r \rangle &= \begin{cases} 4Dwk^2 |A_n|^2, & \text{for } n=0 \\ 2Dwk^2 |A_n|^2, & \text{for } n \geq 1 \end{cases} \\ \langle P_t \rangle &= \begin{cases} 2Kw |A_n|^2, & \text{for } n=0 \\ Kw |A_n|^2, & \text{for } n \geq 1 \end{cases} \\ \langle P_z \rangle &= \begin{cases} 2Chw |A_n|^2, & \text{for } n=0 \\ Chw |A_n|^2, & \text{for } n \geq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (22a-22c)$$

연성점을 통하여 나가는 파워는 연성점에서의 힘과 변위의 곱이나 모멘트와 회전변위를 이용하여 계산한다.

두 번째 방법으로는 무한평판의 연성점에서 외력이 전달되어 평판으로 파동이 발생하는 경우에 연성점에서의 점입피던스 및 모멘트임피던스를 계산하여 알려진 값과 일치하는지를 확인을 한다. 이때 연성점으로 입사하는 파동은 없다고 가정하고 연성점에 작용하는 외력은 연성점에서의 평판의 힘과 같다는 조건을 이용한다.

이 두가지 방법을 사용하여 각 파동성분에 대하여 검증해 본다.

2.4.1 0차 횡방향 운동(w_0)

0차 횡방향 운동은 z 방향 변위와 힘과 관련되어 있으며, U_m 와 F_m 에 대한 수식으로부터 변위성분의 크기는 $A_0 = \frac{1}{2}(U_m + \frac{F_m}{\beta k^2 D})$, $B_0 = \frac{1}{2}(U_m - \frac{F_m}{\beta k^2 D})$ 와 같다. 이를 이용하여 입사파위와 평판으로의 반사파위 및 연성점으로 투과되는 파워는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \langle P_p \rangle &= 4Dwk^2 |A_0|^2 = Dwk^2 \left| U_m - \frac{F_m}{\beta k^2 D} \right|^2 \\ \langle P_r \rangle &= 4Dwk^2 |B_0|^2 = Dwk^2 \left| U_m + \frac{F_m}{\beta k^2 D} \right|^2 \\ \langle P_t \rangle &= \frac{1}{2} Re(F_m(jwU_m)) \end{aligned} \quad (23a-23c)$$

이 결과는 입사파위가 반사파위와 투과파위의 합과 같다는 조건을 만족한다.

연성점에서의 점입피던스를 계산하기 위하여, 입사파와 외력을 $\bar{A}_0 = 0$, $F_{ez} = -F_m$ 라 하면 점입피던스는 다음과 같이 얻어진다.

$$Z = \frac{-F_{zo}}{jwU_{zo}} = \frac{8k^2 D}{w} \quad (24)$$

이는 고전평판이론에 의해 얻어지는 무한평판의 횡방향 점입피던스와 같게 된다. [3]

2.4.2 1차 횡방향 운동(w_{c1} , w_{s1})

w_{c1} 와 w_{s1} 의 두가지 경우에 대하여 비슷하게 유도되므로, w_{c1} 에 대해서만 검증한다. w_{c1} 는 y 방향 회전변위와 y 방향 모멘트와 관련되어 있으며, w_{c1} 의 파동성분의 크기를 R_w 와 M_w 로 나타내면 다음과 같다.

$$A_{c1} = -\frac{R_w}{k_y} - \frac{M_w}{j16kD} \left(1 - \frac{4j}{\pi} \ln \frac{\gamma k_y a}{2}\right)$$

$$E_{c1} = -\frac{R_w}{k_y} + \frac{M_w}{j16kD} \left(1 + \frac{4j}{\pi} \ln \frac{\gamma k_y a}{2}\right) \quad (25a-25b)$$

이를 이용하여 입사파위와 반사파위를 계산하여 이들의 차는 연성점으로 투과되는 파워 $\langle P_p \rangle = \frac{1}{2} Re(M_w(jwR_w))$ 와 같게 된다.

모멘트임피던스를 계산하기 위하여, $\bar{A}_{c1} = 0$ 와 $M_{ez} = -M_w$ 를 대입하면 y 방향 모멘트에 대한 임피던스는 다음과 같이 계산된다.

$$W = \frac{-M_w}{jwR_w} = \frac{16D}{w(1 - \frac{4j}{\pi} \ln \frac{\gamma k_y a}{2})} \quad (26)$$

이는 Cremer가 반대위상의 점가진을 근접시켜 얻은 무한평판의 모멘트임피던스와 같게 되며, 이때 유효거리가 두 점가진의 거리를 의미한다. [3]

2.4.3 0차 면내원주방향 운동(v_0)

v_0 는 z 방향 회전변위와 z 방향 모멘트와 관련되어 있어 이를 이용하여 v_0 의 파동성분의 크기를 R_w 와 M_w 로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{E}_0 &= -\frac{R_w}{k_z} - \frac{k_z M_w}{j16Gh} \left(1 + \frac{4j}{\pi(k_z a)^2}\right) \\ G_0 &= -\frac{R_w}{k_z} - \frac{k_z M_w}{j16Gh} \left(-1 + \frac{4j}{\pi(k_z a)^2}\right) \end{aligned} \quad (27)$$

이 결과를 이용하여 입사파위와 투과파위, 반사파위를 계산해보면 파워간의 보존관계가 만족된다.

모멘트 임피던스는 $\bar{E}_0 = 0$ 와 $M_{ez} = -M_w$ 를 적용하여 계산된다.

$$W = \frac{-M_w}{jwR_w} = \frac{16Gh}{k_z^2 w \left(1 + \frac{4j}{\pi(k_z a)^2}\right)} \quad (28)$$

이 식은 Ljunggren에 의해 얻어진 대칭 비틀림모멘트 가진에 대한 점입피던스 결과와 같게 된다. [12]

2.4.4 1차 면내 운동(u_{c1} , u_{s1} , v_{c1} , v_{s1})

u_{c1} 와 v_{s1} 는 x 방향 면내운동과 관련되어 있으며, u_{s1} 와 v_{c1} 는 y 방향 면내운동과 관련되어 있다. 두 경우에 대하여 유도과정이 유사하므로 x 방향 면내운동에 대해서만 살펴본다.

면내방향 점가진에 의한 점입피던스를 계산하기 위하여, x 방향 변위와 힘에 $\bar{D}_{n1} = 0$ 와 $\bar{D}_{s1} = 0$ 을 대입하고 $F_{ez} = -F_m$ 인 관계를 이용하면 다음과 같이 된다.

$$Z = \frac{-F_{zo}}{jwU_{zo}} = \frac{16Gh}{w \left\{ (3-\nu) - \frac{2j}{\pi} \left((1-\nu) \ln \frac{\gamma k_x a}{2} + 2 \ln \frac{\gamma k_y a}{2} \right) \right\}} \quad (29)$$

이 식은 Ljunggren에 의해 얻어진 평판의 면내가진에 대한 점입피던스 결과와 같게 된다. [12]

3. 무한 보

Fig. 5와 같이 반무한보가 원점에서 y_0 방향으로 위치하고 있고 원점에서 평판과 점연성되어 있을 때, Euler보 이론을

적용하면 보의 변위는 x 방향과 z 방향에 대한 횡변위와 y 방향으로 종변위, y 향에 대한 비틀림변위가 발생한다.

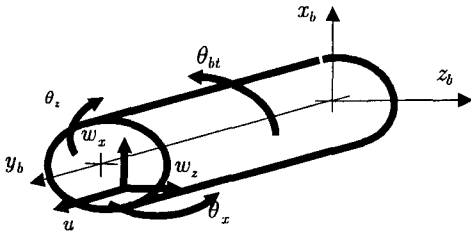


Fig. 5. 보의 좌표계와 변위

$-y$ 방향으로 입사파가 들어올 경우 보의 y 방향으로 반사파가 발생하며 일부는 점연성점을 투과하여 다른 구조로 파동 에너지를 전달하게 된다. 반사되어 발생하는 파동 중에 굽힘 파에 대해서는 감쇠파가 발생하는데 이를 고려하며 보의 변위를 수식을 표현하면 다음과 같다.

$$w_{zb} = \bar{A}_{z0} e^{+j\phi_y y} + B_{z0} e^{-j\phi_y y} + C_{z0} e^{-k_y z}$$

$$w_{zb} = \bar{A}_{z0} e^{+j\phi_y y} + B_{z0} e^{-j\phi_y y} + C_{z0} e^{-k_y z}$$

$$u_b = \bar{D}_0 e^{+j\phi_y y} + F_0 e^{-j\phi_y y}$$

$$\theta_{bt} = \bar{E}_0 e^{+j\phi_y y} + G_0 e^{-j\phi_y y} \quad (30a-30d)$$

또한 x 와 z 방향에 대한 회전변위는 $\theta_x = dw_x/dy$ 와 $\theta_z = dw_z/dy$ 인 관계를 이용하여 계산할 수 있다.

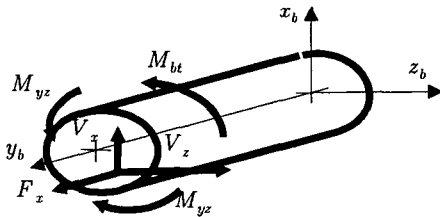


Fig. 6. 보의 힘과 모멘트

Euler보이론에 의한 보 단면에서 작용하는 힘과 모멘트는 잘 알려져 있으며 Fig.6과 같은 방향에 대해서는 다음과 같다.

$$F_{yx} = E_s S_x \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad V_x = -EI_x \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^3}, \quad V_z = -EI_z \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^3}$$

$$M_x = \tau \frac{\partial \theta_x}{\partial y}, \quad M_{yz} = -EI_y \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2}, \quad M_{yz} = -EI_z \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} \quad (31a-31f)$$

보 연성점에서의 6자유도 힘과 모멘트에 대한 좌표계가 Fig.7과 같을 때, 이 힘과 모멘트는 원점에서 힘과 모멘트 값을 이용하여 다음과 같이 파동성분으로 표현된다.

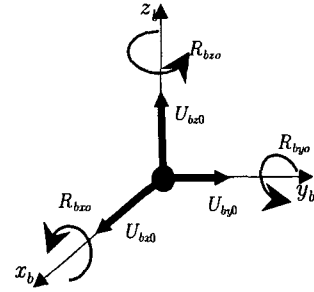


Fig. 7. 보 연성점에서의 6자유도 변위의 좌표계

$$F_{bx0} = -E_s I_x (-\beta_x^2 \bar{A}_{bx} + \beta_x^2 B_{bx} - k_x^2 C_{bx})$$

$$F_{by0} = E_s S_x (\beta_x \bar{D}_{bx} - \beta_x u_{Fbx})$$

$$F_{bz0} = -E_s I_z (-\beta_z^2 \bar{A}_{bz} + \beta_z^2 B_{bz} - k_z^2 C_{bz})$$

$$R_{bzo} = E_s I_x (-k_x^2 \bar{A}_{bx} - k_x^2 B_{bx} + k_x^2 C_{bx})$$

$$R_{by0} = T_x (\beta_x \bar{E}_{bx} - \beta_x u_{Gbx})$$

$$R_{bx0} = -E_s I_z (-k_z^2 \bar{A}_{bz} - k_z^2 B_{bz} + k_z^2 C_{bz})$$

$$(32a-32f)$$

보에서 발생하는 입사파와 반사파에 대한 시간평균된 파워는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\langle P_{y1} \rangle_{inc} = E_s I_x k_x^3 w | \bar{A}_{y1} |^2, \quad \langle P_{y1} \rangle_{ref} = E_s I_x k_x^3 w | \bar{A}_{y1} |^2$$

$$\langle P_x \rangle_{inc} = 0.5 E_s S_x k_x w | \bar{D}_x |^2, \quad \langle P_x \rangle_{ref} = 0.5 T_x k_x w | \bar{F}_x |^2$$

$$\langle P_{z1} \rangle_{inc} = E_s I_z k_z^3 w | \bar{B}_{z1} |^2, \quad \langle P_{z1} \rangle_{ref} = E_s I_z k_z^3 w | \bar{B}_{z1} |^2$$

$$\langle P_x \rangle_{inc} = 0.5 E_s S_x k_x w | \bar{E}_x |^2, \quad \langle P_x \rangle_{ref} = 0.5 T_x k_x w | \bar{G}_x |^2 \quad (33a-33h)$$

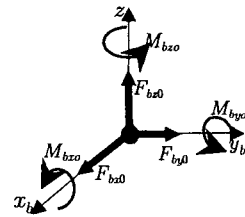


Fig. 7. 보 연성점에서의 6자유도 힘과 모멘트의 좌표계

4. 파동전달해석

4.1 보평판 점연성 구조

Fig. 8은 무한평판의 한점에서 여러 개의 반무한보가 연성되어 있는 구조를 보여준다. 이때 좌표계 (x, y, z) 는 전역좌표계를 의미하며 평판과 보가 전역좌표계의 원점에서 연성되어 있으면서 어떠한 위치에 놓일 수 있다고 가정한다. 보 m 개가 연성되어 있다고 가정하고, k 번째 보와 평판의 지역좌표계는 (x_{bk}, y_{bk}, z_{bk}) 와 (x_p, y_p, z_p) 이다.

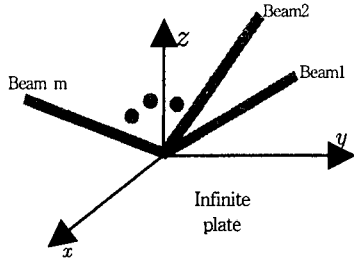


Fig. 8. 무한평판과 무한보의 연성구조

평판이나 보에서 입사파가 입사될 경우 평판과 보에서의 변위는 앞서 구한 바와 같이 각 파동성분의 합으로 표현되며, 이때 입사파의 진폭이 기지수가 되고 투과파의 진폭은 미지수가 된다.

입사파의 진폭은 평판에서 $\bar{A}_0, \bar{A}_{s1}, \bar{A}_{s2}, \bar{E}_0, \bar{D}_{c1}, \bar{D}_{c2}, \bar{E}_{c1}, \bar{E}_{c2}$ 등 8개가 존재하며 k 번째 보에서 $\bar{A}_{b1k}, \bar{A}_{b2k}, \bar{D}_{bk}, \bar{E}_{bk}$ 등 4개가 있어 전체적으로 $(8+4m)$ 개의 기지수가 존재한다. 투과파의 진폭의 경우는 평판에서 $B_0, B_{c1}, B_{s1}, G_0, G_{c1}, G_{s1}$ 등 6개가 존재하고 k 번째 보에서 $B_{b1k}, C_{b1k}, B_{b2k}, C_{b2k}, F_{bk}, G_{bk}$ 등 6개가 있어 전체적으로 미지수의 개수는 $(6+6m)$ 이다. 즉 $(8+4m)$ 개의 입사파에 대하여 각각 $(6+6m)$ 개의 경계조건을 적용한 방정식을 풀게 되면 보와 평판의 거동을 알 수 있게 된다.

4.2 경계 조건

경계조건으로는 먼저 연성점에서의 보와 평판 간의 6자유도 변위가 같아야 한다는 변위연속조건이 적용된다. m 개의 보에 대하여 만족해야하므로 $6m$ 개의 변위연속조건이 존재한다. 이를 위해 연성점에서 보와 평판의 전역좌표계에 대한 6자유도 변위가 필요하다. 앞서 구한 보와 평판의 6자유도 변위는 보와 평판의 지역좌표계에 대한 변위로서 좌표계의 변환을 통하여 전역좌표계에서의 변위를 구할 수 있다.

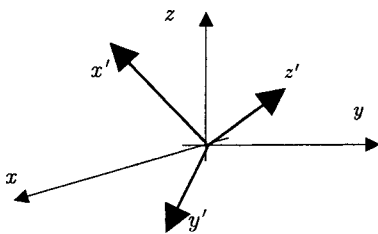


Fig. 9. 전역좌표계와 지역좌표계

Fig. 9와 같이 전역좌표계와 지역좌표계가 존재할 때, 전역좌표계의 좌표축은 직교좌표계 형태로 표현하면 $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = ((1,0,0), (0,1,0), (0,0,1))$ 이 된다. 이때 전역좌표

계에서의 지역좌표계의 좌표축이 $(\vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$ 이 될 때, 6자유도 운동에 대한 지역좌표계의 값을 전역좌표계로 변환하는 좌표계변환행렬은 다음과 같이 된다.

$$[T_c]_i = \begin{bmatrix} \vec{x}_i^T & \vec{y}_i^T & \vec{z}_i^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vec{x}_i^T & \vec{y}_i^T & \vec{z}_i^T \end{bmatrix} \quad (34)$$

즉 평판과 k 번째 보의 좌표계변환행렬은 다음과 같이 된다.

$$[T_c]_p = \begin{bmatrix} \vec{x}_p^T & \vec{y}_p^T & \vec{z}_p^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vec{x}_p^T & \vec{y}_p^T & \vec{z}_p^T \end{bmatrix} \quad (35a)$$

$$[T_c]_{bk} = \begin{bmatrix} \vec{x}_k^T & \vec{y}_k^T & \vec{z}_k^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vec{x}_k^T & \vec{y}_k^T & \vec{z}_k^T \end{bmatrix} \quad (35b)$$

이를 이용하여 전역좌표계에서의 평판과 보의 변위연속조건에 대한 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[T_c]_p \begin{Bmatrix} U_{z0} \\ U_{y0} \\ U_{z0} \\ R_{x0} \\ R_{y0} \\ R_{z0} \end{Bmatrix} = [T_c]_{bk} \begin{Bmatrix} U_{bkz0} \\ U_{bky0} \\ U_{bkz0} \\ R_{bkz0} \\ R_{bky0} \\ R_{bkz0} \end{Bmatrix} \quad \text{for } k = 1, 2, \dots, m \quad (36a-36f)$$

두 번째 경계조건으로는 연성점에서의 힘과 모멘트의 평평을 6자유도에 대하여 만족해야 한다. 즉 연성점에서 평판과 모든 보에서 발생하는 힘과 모멘트의 합이 영이 되어야 한다. 평판과 보의 지역좌표계에 대한 연성점에서 힘과 모멘트를 전역좌표계로 변환시켜 이에 대한 평형조건을 적용하면 다음과 같다.

$$[T_c]_p \begin{Bmatrix} F_{z0} \\ F_{y0} \\ F_{z0} \\ M_{x0} \\ M_{y0} \\ M_{z0} \end{Bmatrix} + \sum_{k=1}^m [T_c]_{bk} \begin{Bmatrix} F_{bkz0} \\ F_{bky0} \\ F_{bkz0} \\ M_{bkz0} \\ M_{bky0} \\ M_{bkz0} \end{Bmatrix} = \{0\} \quad \text{for } k = 1, 2, \dots, m \quad (37a-37f)$$

이와 같이 $6m$ 개의 변위연속조건과 6개의 평형조건을 적용한 연립방정식을 풀면 $(6m+6)$ 개의 미지수인 투과파 변위성분의 진폭을 계산할 수 있고, 이로써 보평판 점연성구조에서 입사파에 따른 변위장이 해석된다.

4.3 파워투과계수

파워투과계수는 각각의 입사파에 대한 보와 평판으로 투과되는 파동의 진동파워 비로 표현할 수 있으며 이를 행렬로 표현하면 다음과 같이 $(8+4m) \times (8+4m)$ 크기를 갖는다.

$$\tau_{ij} = \frac{\langle P_j \rangle_{trans}}{\langle P_i \rangle_{inc}} \quad (38)$$

여기서 i 와 j 는 입사파와 투과파를 의미하며, 각각은 다음과 같은 성분을 갖는다.

- f_0 : 평판의 0차 굽힘파
- fc_1 : 평판의 1차 cosine성분 굽힘파
- fs_1 : 평판의 1차 sine성분 굽힘파
- s_0 : 평판의 0차 면내전단파
- lc_1 : 평판의 0차 cosine성분 종파
- ls_1 : 평판의 0차 sine성분 종파

scl: 평판의 0차 cosine성분 면내전단파

ssl: 평판의 0차 sine성분 면내전단파

bkfx: k번째 보의 x방향 굽힘파

bkfs: k번째 보의 z방향 굽힘파

bkt: k번째 보의 종파

bkt: k번째 보의 비틀림파

위 식은 평판에서 입사되거나 평판으로 투과되는 n 에 따른 파동성분에 대하여 파워투과계수를 계산한 식으로서, 평판의 굽힘파, 종파, 전단파에 따른 파워투과계수를 계산하기 위해서는 n 에 따른 파동성분을 중첩시켜 계산해야 한다. 평판에 평면파가 입사될 경우에 대하여 평면파를 n 에 따른 파동성분의 기여도를 분류하여 그에 대한 입사파와 투과파를 계산한 후, 다시 같은 파동에 대하여 합하는 과정을 거친다.

평판의 평면파를 고려한 파워투과계수는 다음과 같이 $(3+4m) \times (3+4n)$ 크기의 행렬로 표현된다.

$$T_{ij}^p = \frac{\langle P_j^p \rangle_{trans}}{\langle P_i^p \rangle_{inc}} \quad (39)$$

이때도 i 와 j 는 입사파와 투과파를 의미하며, 보의 경우는 이전과 같지만, 평판의 경우 n 에 따른 성분이 아니라 평면파 파형에 따른 성분을 다음과 같이 나타낸다.

f : 평판의 굽힘파

l : 평판의 종파

s : 평판의 종파

bkfx: k번째 보의 x방향 굽힘파

bkfs: k번째 보의 z방향 굽힘파

bkt: k번째 보의 종파

bkt: k번째 보의 비틀림파

평판에 평면파 형태의 굽힘파, 종파, 전단파가 x 축에서 ϕ 만큼 회전이동한 지역에서 $-r$ 방향으로 입사할 경우, 이를 Hankel함수의 급수로 나타내고 이중 연성점으로 입사되어 파동전달에 기여하는 성분으로 표현하면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{A}_r \exp(ik_r r \cos(\theta - \phi)) &= \sum_{n=0}^{\infty} \bar{A}_{r,n} J_n(k_r r) \cos(n(\theta - \phi)) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} \epsilon_n \bar{A}_{r,n} \cos(n\phi) H_n^{(1)}(k_r r) \cos(n\theta) \\ &\quad + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} \epsilon_n \bar{A}_{r,n} \sin(n\phi) H_n^{(1)}(k_r r) \sin(n\theta) + \dots \\ u_r &= \bar{A}_r \exp(ik_r r \cos(\theta - \phi)) \cos\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{A}_{r,n} J_n(k_r r) \cos(n(\theta - \phi)) \cos\theta \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \bar{A}_{r,n} \frac{H_n^{(1)}(k_r r) + H_n^{(2)}(k_r r)}{2} [\cos(n\theta) \cos(n\phi) + \sin(n\theta) \sin(n\phi)] \cos\theta \\ &= \frac{1}{2} \bar{A}_r \cos(\phi) \frac{\partial}{\partial k_r r} H_1^{(1)}(k_r r) \cos(\theta) + \frac{1}{2} \bar{A}_r \sin(\phi) \frac{\partial}{\partial k_r r} H_1^{(1)}(k_r r) \sin(\theta) + \dots \\ v_r &= \bar{A}_r \exp(ik_r r \cos(\theta - \phi)) \sin\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{A}_{r,n} J_n(k_r r) \cos(n(\theta - \phi)) \sin\theta \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \bar{A}_{r,n} \frac{H_n^{(1)}(k_r r) + H_n^{(2)}(k_r r)}{2} [\cos(n\theta) \cos(n\phi) + \sin(n\theta) \sin(n\phi)] \sin\theta \\ &= -j \frac{1}{2} \bar{A}_r \frac{\partial}{\partial k_r r} H_1^{(1)}(k_r r) + \frac{1}{2} \bar{A}_r \cos(\phi) \frac{\partial}{\partial k_r r} H_1^{(1)}(k_r r) \cos(\theta) \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2} \bar{A}_r \sin(\phi) \frac{\partial}{\partial k_r r} H_1^{(1)}(k_r r) \sin(\theta) + \dots \quad (40)$$

여기서 2종 Hankel함수항은 연성점에서 밖으로 나가는 파동성분으로 연성점에 입사되지 않는 성분이며, $n \geq 2$ 일 때의 1종 Hankel함수항은 점연성조건상 모두 전반사되어 점연성점으로 파동전달을 하지 못하기 때문에, 평면입사파는 파동전달에 기여하는 성분인 n 이 0과 1일 때의 1종 Hankel함수항만으로 표현될 수 있다.

평면입사파의 n 에 따른 파동성분에 대한 파워비를 살펴보면, 굽힘파의 파워비는 $P_{f0} : P_{fel} : P_{fs1} = 2 : \cos^2\phi : \sin^2\phi$ 이고 종파의 파워비는 $P_{cl} : P_{sl} = \cos^2\phi : \sin^2\phi$ 이며 전단파의 파워비는 $P_{s0} : P_{scl} : P_{ss1} = 2 : \cos^2\phi : \sin^2\phi$ 가 된다.

파동성분에 대한 파워비를 이용하여 평판의 굽힘파, 종파, 전단파에 대한 파워투과계수는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} T_{ff}^p &= \frac{2\tau_{f0} + \cos^2\phi \tau_{fel} + \sin^2\phi \tau_{fs1}}{2 + \cos^2\phi + \sin^2\phi} = \frac{2\tau_{f0} + \cos^2\phi \tau_{fel} + \sin^2\phi \tau_{fs1}}{3} \\ T_{fl}^p &= \frac{\cos^2\phi \tau_{lcl} + \sin^2\phi \tau_{ll1}}{\cos^2\phi + \sin^2\phi} = \cos^2\phi \tau_{lcl} + \sin^2\phi \tau_{ll1} \\ T_{ps}^p &= \frac{2\tau_{s0} + \cos^2\phi \tau_{scl} + \sin^2\phi \tau_{ss1}}{2 + \cos^2\phi + \sin^2\phi} = \frac{2\tau_{s0} + \cos^2\phi \tau_{scl} + \sin^2\phi \tau_{ss1}}{3} \end{aligned} \quad (41)$$

이는 ϕ 에 대한 함수로서 평면파가 입사되는 입사각에 따라 파워투과계수가 달라짐을 알 수 있다.

분산장에 대한 파워투과계수는 연성점의 모든 방향으로 평면입사파가 들어 온다고 가정하고 입사각의 둘레에 대하여 평균값으로 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} T_{ff}^p &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_{ff}^p d\phi = (4\tau_{f0} + \tau_{fel} + \tau_{fs1})/6 \\ T_{fl}^p &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_{fl}^p d\phi = (\tau_{lcl} + \tau_{ll1})/2 \\ T_{ps}^p &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_{ps}^p d\phi = (4\tau_{s0} + \tau_{scl} + \tau_{ss1})/6 \end{aligned} \quad (42)$$

5. 수치해석

반무한보가 무한평판에 수직으로 연성된 구조물에 대하여 평면입사파에 대한 분산장의 파워투과계수를 살펴본다. 평판 ($h = 5 \text{ mm}$)과 보 ($I_{xx} = I_{yy} = 0.001 \text{ m}^4$, $S = 0.01 \text{ m}^3$)의 재질이 모두 강철($E = 1.9 \times 10^{11} \text{ Pa}$, $\nu = 0.28$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$)로 설정하였다. 먼저 보에서 파동이 입사하여 평판과 보로 투과되는 경우에 대하여 살펴본다. 수직연성보의 특성상, 보에서 종파가 입사할 경우 평판에서는 굽힘파가 발생하며 비틀림파가 입사할 경우 전단파 만이 발생한다. 이는 수직연성보에서의 종방향과 비틀림방향의 운동이 평판에서는 각각 횡방향과 면내회전방향의 운동만이 연판되어 있기 때문이다. 보에서 종파가 입사하면 평판에서 발생하는 굽힘파는 동심원으로 퍼져나가는 형태, 즉 원주방향에 대하여 0차의 파동이

된다. 반면에 보에서 굽힘파가 입사하면 평판에서는 굽힘파, 종파, 전단파가 모두 발생하는데 이 때 평판으로 전달되는 굽힘파는 원주방향에 대한 1차형태의 파동이 된다.

Fig. 10은 보에서 굽힘파, 종파, 전단파가 각각 입사할 때, 평판에서 발생하는 파동에 대하여 파워투과계수를 주파수에 따라 나타낸 결과이다. 평판과 보의 임피던스차이가 큰 관계로 입사되는 진동파워 중 대부분은 입사되는 형태의 파형으로 반사되며 일부만이 평판으로 진동파워가 전달 투과되는데, 이러한 현상은 Fig. 10에서 알 수 있듯이 평판으로 투과된 파워투과계수가 1에 비해 상당히 작은 값을 갖는다. 주파수에 따른 결과를 살펴보면 보에서 파동이 입사하는 경우 대부분이 주파수가 커짐에 따라 평판으로의 파동전달이 잘 되는 현상을 확인할 수 있었다.

다음으로 평판에서 파동이 입사할 때의 파워투과계수를 살펴본다. 평판에서 굽힘파가 입사할 경우, 대부분의 진동파워는 평판으로 굽힘파가 반사되어 산란되며, 작은 양만이 연결부로 전달되어 보에서는 종파와 굽힘파가 발생시키고 평판에서는 종파와 전단파로 파동변환이 발생한다. 평판에서 입사되는 평면파형태의 굽힘파는 원주방향에 대하여 0차와 1차의 굽힘파를 발생시키며, 0차의 굽힘파가 보의 종파를 발생시키고 1차의 굽힘파는 보의 굽힘파를 발생시킨다.

평판에서 종파가 입사하는 경우에는 평판의 면내 병진변위가 보의 횡변위와 관련되어 보의 굽힘파가 발생하고 평판에서는 보의 횡변위와 관련된 1차형상의 굽힘파와 전단파도 발생한다. 이 때에도 대부분의 진동파워는 입사하는 파형으로 반사하게 된다. 평판에서 전단파가 입사하면, 평판의 면내 회전변위와 보의 비틀림변위와의 연성관계에 인하여 보의 비틀림파가 발생하고 보와 평판에서의 굽힘파가 일부 발생한다.

Fig. 11은 평판에서 굽힘파와 종파와 전단파가 각각 입사할 때, 보와 평판으로 투과되는 진동파워에 대하여 파워투과계수를 주파수에 따라 나타낸 Fig.이다. 투과되어 발생하는 진동파워의 양이 아주 작으며 대부분이 입사되는 파형으로 반사되는 현상을 확인할 수 있다.

다음으로 같은 종류의 보가 Fig. 12와 같이 무한평판에 45° 기울어진 상태의 구조에 대하여 살펴본다. 이 구조에서는 보와 평판의 변위간의 연성관계가 수직연성보 구조보다 복합적으로 발생한다. 연성구조의 기하형상상, 평판의 횡방향 변위와 면내방향 변위가 보의 면내방향 변위뿐만 아니라 횡방향 변위와도 연성되어 있으며, 연성각에 따라 연성되는 성분의 크기가 변화한다.

Fig. 13은 빗각연성구조에 대하여 보에서 비틀림파와 종파가 입사될 때, 파동변환되어 투과되는 성분이 가장 큰 파동에 대하여 파워투과계수를 나타낸 Fig.이다. 직각연성구조에서는 비틀림파가 입사할 때 평판에 전단파가 가장 많이 발생하지만 빗각연성구조에 대해서는 보의 굽힘파로 반사되어 전달되는 성분이 가장 크게 나타난다. 이 성분은 극저주

파수에서 가장 크게 발생하며 주파수가 커질수록 급격히 감소하는 경향을 보인다. 보에 종파가 입사할 때는 수직연성보 구조와 마찬가지로 평판의 굽힘파의 진동파워가 가장 크게 발생하였으며 이 값은 주파수에 따라 큰 변화를 보이지 않는다.

Fig. 14는 빗각연성구조에서 평판에서 파동이 각각 입사했을 때의 결과를 보여준다. 굽힘파가 입사할 때 평판으로의 전단파 크게 발생함을 알 수 있으며 주파수가 커질수록 이 값도 커지는 현상을 확인하였다. 또한 종파와 전단파가 입사할 때는 보방향으로 투과되는 진동파워보다도 평판으로의 굽힘파형태로 진동파워가 가장 많이 전달되는 현상을 확인하였다.

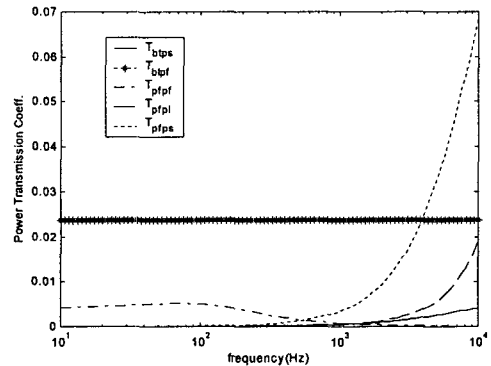


Fig. 10. 수직연성보구조의 보에서 파동입사

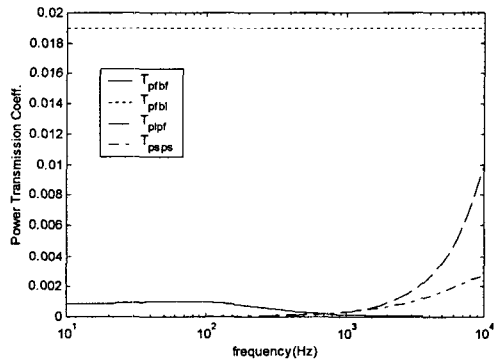


Fig. 11. 수직연성보구조의 평판에서 파동입사

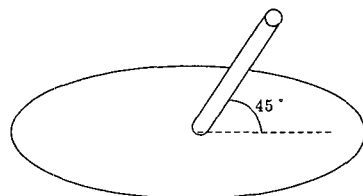


Fig. 12. 무한보와 무한평판의 빗각연성구조

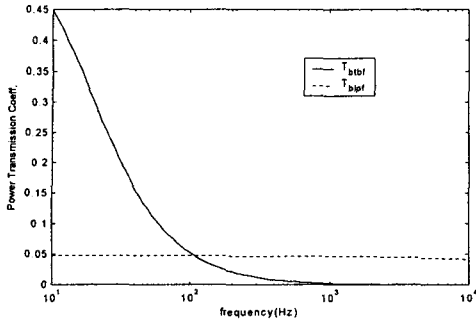


Fig. 13. 빗각연성구조의 보에서 파동입사

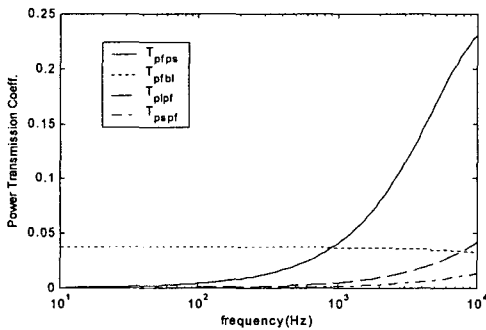


Fig. 14. 빗각연성구조의 평판에서 파동입사

6. 결론

본 연구에서는 무한평판과 반무한보가 점연성되어 있는 구조에 대하여 파동전달해석을 수행하였다. 이때 보와 평판이 연성되어 있는 부분이 오직 한점이라는 가정으로부터 연성점에서의 힘과 변위를 변위성분의 진폭으로 유도하였다. 이 결과로부터 점입피던스를 유도하여 알려져 있는 값과 확인하였으며 파워의 보존법칙을 사용하여 유도된 수식을 검증하여, 본 연구에서 적용된 가정이 합리적이고 타당함을 확인하였다. 또한 수치해석 예로서 수직으로 연성된 보평판 구조와 빗각으로 연성된 보평판 구조를 해석해 보았다. 이로부터 보와 평판에 입사되는 파동에 따라 투과반사되는 파동의 파워를 살펴볼 수 있었으며 연성구조물에 대한 물리적인 직관과 일치하는 결과를 얻었다.

본 연구는 보와 평판과 같이 1차원요소와 2차원요소가 점으로 연성된 구조물에 대하여 파동전달해석의 접근방법을 제시하여 다른 1차원 및 2차원 부재에 대하여도 유사하게 확장할 수 있는 가능성과, 또한 중고주파 진동해석기법인 파

워흐름해석의 적용범위를 파동전달해석을 통하여 보와 평판의 점연성구조까지 넓힐 수 있는 가능성을 보여준 것이라 평가된다.

참고 문헌

- (1) Wohlever, J.C. and Bernhard, R.J., 1992, "Mechanical Energy Flow Models of Rods and Beams", *Journal of Sound and Vibration*, 153(1), pp.1-19.
- (2) Lyon, R.H. and DeJong, R.G., 1995, *Theory and Application of Statistical Energy Analysis*, Butterworth-Heinemann.
- (3) Cremer, L. and Heckl, M., 1973, *Structure-Borne Sound*, Springer-Verlag.
- (4) Cho, P.E., 1993, *Energy Flow Analysis of Coupled Structures*, Ph.D. thesis, Purdue University.
- (5) 박도현, 1999, 연성된 평판 및 상자형 구조물의 진동 파워흐름해석, 석사학위논문, 서울대학교.
- (6) Langley, R.S. and Heron, K.H., 1990, "Elastic Wave Transmission through Plate/Beam Junctions", *Journal of Sound and Vibration*, 143(2), pp.241-253.
- (7) Seo, S.-H., Hong, S.-Y. and Kil, H.-G., 2003, "Power Flow Analysis of Reinforced Beam-Plate Coupled Structures", *Journal of Sound and Vibration*, 259(5), pp.1105-1129.
- (8) 박종현, 홍석운, 길현권, 1999, "평판과 보가 연결된 구조물에서의 파의 산란과 진동파워흐름해석", 한국소음진동공학회 춘계학술대회, pp.481-490.
- (9) 강연식, 홍석운, 박도현, 서성훈, 길현권, 2000, "평판과 보가 연결된 구조물에서의 파워흐름해석 기초연구", 한국소음진동공학회 춘계학술대회, pp.353-357.
- (10) Love, A.E.H., 1927, *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, Cambridge University Press.
- (11) Leissa, A., 1993, *Vibration of Plates*, Acoustical Society of America.
- (12) Ljunggren, S., 1984, "Generation of Waves in an Elastic Plate by a Torsional Moment and a Horizontal Force", *Journal of Sound and Vibration*, 93(2), pp. 196~205
- (13) Timoshenko, S.P. and Woinowsky-Krieger, S., 1959, *Theory of Plates and Shells*, 2nd ed., New York: McGraw-Hill.