

역경계요소법에 근거한 근접 음향 홀로그래피에서 강체 산란체의 이용

Use of Rigid Scattering Body in the use of NAH based on the inverse BEM

김성일*·정지훈**·이정권*

Sung-Il Kim, Ji-Hoon Jeong and Jeong-Guon Ih

Key Words : NAH(근접음향홀로그래피), Inverse BEM (역경계요소법), Source Identification(소음원 규명), Scattering Body(산란체)

ABSTRACT

The NAH based on the inverse BEM is used to reconstruct the source field, which is advantageous in dealing with the irregular source. In the implementation of this technique, a large number of pressure measurements is required because an over-determined pressure data set is required. These conditions accordingly cause the increase of measurement time and associated effort along with the error due to mal-positioning. The purpose of this study is to reduce such inconveniences: Instead of increasing the number of field pressure data, the number of transfer paths between the source and the receiver is increased by placing rigid scattering body in-between the source and receiver. For validating the usefulness and effectiveness of the method, the numerical analyses of interior problem are demonstrated. As a result, it is thought that the proposed method enables the measurement at smaller number of sensor positions and the monitoring of surface vibration with less experimental efforts than before.

1. 서론

음향 홀로그래피 방법은 음원에서 생성된 음장에서 음압 측정을 통하여 음원의 음향 관련 물성치를 재구성하는 간접 측정법으로 이용되어왔다. 음향 홀로그래피법에는 공간 Fourier 변환을 이용하는 방법과 경계 요소법을 이용하여 전달 함수를 구하는 방법이 있는데, 경계 요소법에 기초한 음향 홀로그래피법은 음원의 기하학적인 특징을 나타낼 수 있는 장점이 있으나, 경계 요소 모형을 얻는데 많은 노력이 필요하고, 과결정(over-determination) 조건을 만족시키기 위해서, 재구성하고자 하는 절점의 수보다 더 많은 수의 측정 데이터를 필요로 한다. 이렇게 많은 수의 마이크로폰 배열을 사용하는 데는 많은 노력과 비용 뿐만 아니라 실제 측정 위치와 계산시의 측정위치의 불일치의 누적에서 오는 오차로 인한 계산상의 부정확성도 증가하게 된다. 이와 같은 센서 측정 위치의 변경을 줄이기 위하여 본 연구는 강체 산란체를 음장에 놓고, 이를 이동시키면서 각각 독립적인 음압과 전달행렬을 구함으로써, 마이크로폰의 개수의 증가 없이 측정 데이터의 개수를 증가시키는 수식을 제안하고 이를 검증하는 예제를 제공한다.

2. 기본이론

2.1 기본이론

음원의 진동으로 기인하여 방사되는 음압은 잘 알려진 Kirchoff-Helmholtz 적분방정식을 이용하여 표현할 수 있다. 기하학적으로 불규칙한 면을 갖는 음원을 다루기 위해서, 경계요소 이산화가 필요하고, 이는 벡터와 행렬을 갖는 방정식으로 표현된다.

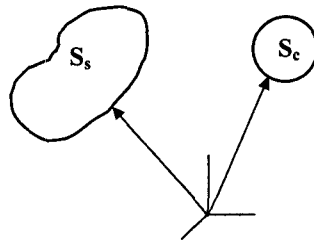


그림 1. 음원과 산란체

그림 1에서처럼, 음장에 강체가 존재할 경우에는, 표면 방정식은 진동하는 음원과 강체로 나눌 수 있다:

$$[D_S^s][p_S^s] = [M_S^s][v_S^s], \quad (1a)$$

또는

$$\begin{bmatrix} D_S^{ss} & D_S^{sr} \\ D_S^{rs} & D_S^{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_S^s \\ p_S^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_S^{ss} & M_S^{sr} \\ M_S^{rs} & M_S^{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_S^s \\ v_S^r \end{bmatrix}, \quad (1b)$$

* 한국과학기술원 기계공학과 소음진동제어센터
E-mail: pareut@kaist.ac.kr
Tel: (042) 869-3075, Fax: (042) 869-8220

** 현대자동차

여기서, p 와 v 는 각각 음압과 수직속도성분을 나타내고, D 와 M 은 각각 단극원 행렬과 쌍극원 행렬을 나타낸다. 또한, 윗첨자 s 와 r 는 각각 음원과 강체를 나타내고, 아랫첨자 S 와 f 는 각각 음원 표면과 음장을 나타낸다. 음원의 진동으로부터 기인하는 방사 음장은 다음과 같이 음원의 표면 속도와 음압으로 나타낼 수 있다:

$$[p_f] = [D_f^s][p_s^s] + [M_f^s][v_s^s], \quad (2a)$$

또는

$$[p_f] = [D_f^s D_f^r] \begin{bmatrix} p_s^s \\ p_s^r \end{bmatrix} + [M_f^s M_f^r] \begin{bmatrix} v_s^s \\ v_s^r \end{bmatrix}. \quad (2b)$$

음원의 진동으로부터 기인하는 방사 음장은 다음과 같이 표면속도와 음압으로 나타낼 수 있다. 식(1)를 식(2)에 대입하고, 정리하여 음원 표면의 속도와 음장에서 음압 간의 관계식을 얻을 수 있다.

$$[p_f] = [A] \begin{bmatrix} v_s^s \\ v_s^r \end{bmatrix} \equiv [G] \begin{bmatrix} v_s^s \\ v_s^r \end{bmatrix}, \quad (3)$$

여기서,

$$[A] = [D_f^s D_f^r] \begin{bmatrix} D_s^{ss} & D_s^{sr} \\ D_s^{rs} & D_s^{rr} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_s^{ss} & M_s^{sr} \\ M_s^{rs} & M_s^{rr} \end{bmatrix} + [M_f^s M_f^r].$$

행렬 $[G]$ 는 진동음향전달행렬로 정의한다. 강체표면속도는 모두 0 이므로, (3)식은 다음과 같이 간략화 될 수 있다.

$$p_f = \left\{ [D_f^s D_f^r] \begin{bmatrix} D_s^{ss} & D_s^{sr} \\ D_s^{rs} & D_s^{rr} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_s^{ss} \\ M_s^{rs} \end{bmatrix} + [M_f^s] \right\} [v_s^s] \quad (4)$$

$$\equiv G \cdot v_s^s.$$

그림 2 와 같이 산란체가 R 번 이동하는 경우을 고려해보자. 음원의 속도는 산란체의 존재에 영향을 받지 않는다는 가정 ($[v_s^s]_1 = [v_s^s]_2 = \dots = [v_s^s]_R$) 을 이용하여 식(4)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} [p_f]_1 \\ [p_f]_2 \\ \vdots \\ [p_f]_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [G]_1 \\ [G]_2 \\ \vdots \\ [G]_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [v_s^s]_1 \\ [v_s^s]_2 \\ \vdots \\ [v_s^s]_R \end{bmatrix} \equiv [G_T][v_s^s]. \quad (5)$$

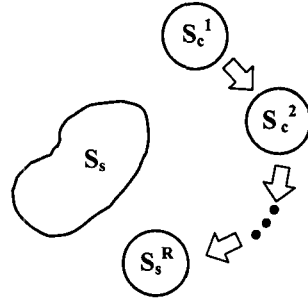


그림 2. 음원과 산란체(R 번 이동)

음원의 표면속도 성분은 식(5)에서 전달행렬의 역행렬을 구함으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[v_s^s] = ([G_T]^H [G_T])^{-1} [G_T]^H \begin{bmatrix} p_f^1 \\ p_f^2 \\ \vdots \\ p_f^R \end{bmatrix}. \quad (6)$$

3. 수치예제

3.1 2 차원 내부문제

(1) 적합성 시험

제시한 방법의 적합성을 확인하기 위하여, 그림 3(a)에서 처럼, 2 차원 내부 문제를 채택하였다. 진동하는 2 차원 타원 ($x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1, a = 0.15$ m, $b = 0.09$ m) 원형 강체 산란체의 반지름은 0.04 m 이다. 진동하는 타원의 경계 요소 모형에는 44 개의 절점을 갖는 44 개의 선형 요소가 사용되었고, 산란체 모형에는 11 개의 절점과 11 개의 선형 요소가 이용되었다. $\lambda/6$ 기준으로 해석 상한 주파수는 3.2 kHz 다. 먼저, 타원 표면의 수직 속도를 임의로 지정하고, 경계 요소법을 이용하여 미리 정해진 음장 내부의 4 점에서 음압을 구한다. 강체 산란체의 위치를 11 번 바꿔가면서, 각 위치마다 음압을 측정하면, 44 개의 방정식을 얻을 수 있다. 이를 이용하여 타원면 44 개의 절점에서 수직 속도 성분을 재구성할 수 있다. 그림 4 는 1 kHz 에서 주어진 속도와 재구성된 속도 분포를 비교한다. 재구성된 속도와 주어진 속도가 일치함을 알 수 있다.

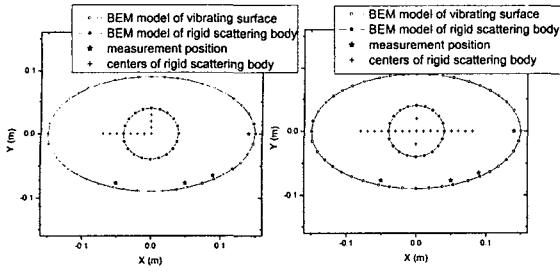


그림 3. 음원과 R 번 이동하는 산란체와 측정점.
(a) R = 11 (b) R = 21

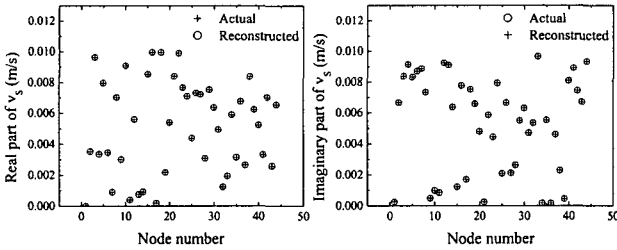


그림 4. 재구성 속도 비교. (a)실수부 (b)허수부

(2) 전달함수의 특이성

산란체의 위치 R 이 재구성에 미치는 영향을 알기 위하여, 그림 3(b)처럼 R 을 증가시켜 재구성했을 때의 전달함수를 비교하였다. 전달행렬의 singularity factor 와 condition number 는 재구성 오차의 수위를 추정하는 중요한 지표이다[3]. 11 개와 21 개의 산란체의 위치에서 전달행렬의 singularity factor 와 condition number 를 그림 5 에 나타내었다. 강체 산란체의 개수가 증가함에 따라, 오차에 더 강건해지고, 재구성 오차는 줄어들음을 알 수 있다.

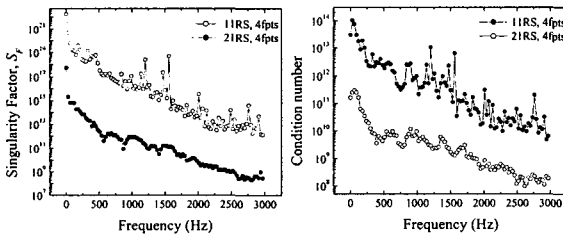


그림 5. 진동음향전달행렬의 특이성
(a) Singularity factor (b) Condition number

(3) 강체산란체의 형상

산란체의 형상이 재구성 결과에 미치는 영향을

확인하기 위하여 원형과 정사각형 모양의 강체 산란체를 이용하여 수치해석을 수행하였다.

그림 5 에서 보는 바와 같이 반지름이 0.04 m 인 원형 산란체와 한 변의 길이가 0.071 m 로 원형 산란체와 같은 넓이를 갖는 정사각형 모양의 산란체를 비교하였다. 두 경우 모두 20 개의 절점을 갖는 20 개의 선형요소가 사용되었다.

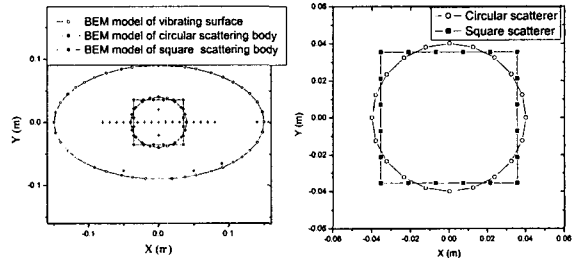


그림 6. 음원과 산란체와 측정점. (a)음원과 산란체와 측정점 (b)원형과 정사각형 산란체

진동음향전달행렬을 특이치 분리를 이용하여 역행렬을 구하는 경우, 수치적인 오차로 인하여 기여도가 낮은 잡음 성분들이 진폭되는 경향이 있고, 이를 막기 위해 정규화 방법을 사용한다. 본 예제에서는 S/N 비가 100 인 가우시안 잡음을 음장의 음압에 추가하고, 정규화를 이용하여 재구성을 하였다. 여기서는 정규화 방법 중에서 GCV(Generalized Cross-Validation)[4]을 적용하였다. 오차는 재구성의 오차 (7)식과 같이 주어진 속도와 재구성된 속도 차이의 비를 합하여 백분율로 나타내었다.

$$e = \sum_{i=1}^{44} \left(\left| \hat{v}_{S,i}^s - v_{S,i}^s \right| / \left| v_{S,i}^s \right| \right) \times 100. \quad (7)$$

여기서 $\hat{v}_{S,i}^s$ 와 $v_{S,i}^s$ 는 각각 재구성 속도와 주어진 속도를 나타낸다. 다른 조건은 이전의 예제와 동일하다.

재구성 결과는 표 1. 과 그림 8. 에 나타나 있다. 그림 8.에서 보는 바와 같이 재구성에 정규화를 하였을 경우, 재구성 오차가 확연히 줄어드는 것을 확인 할 수 있고, 이는 원형 산란체나 사각형 산란체의 경우나 모두 확인할 수 있었다. 같은 형상인 경우에 주파수가 증가하면서 오차가 줄어들었는데, 이는 주파수가 증가하면서 산란체의 크기에 비해 음파의 상대적인 길이 증가하면서, 산란으로 인하여 좀더 독립적인 음장이 생성되었다고 할 수 있다. 하지만, 산란체의 형상이나 주파수의 변화보다는 정규화의 적용 여부가 재구성 결과를 결정하는 더욱 중요한 요인이다.

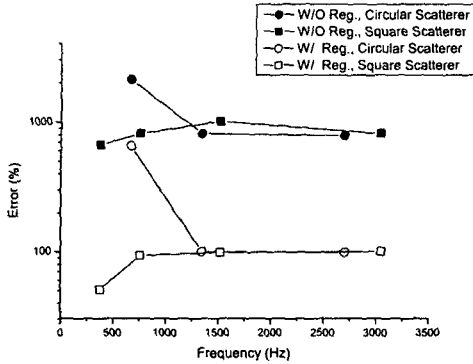


그림 7. 정규화와 산란체 형상에 따른 재구성 오차.

표 1. 정규화 전후의 재구성 오차.

산란체	ka, kr	주파수	재구성오차(%)	
			정규화전	정규화후.
원	0.5	676.4	2.10E3	6.50E2
원	1.0	1353	8.14E2	9.96E1
원	2.0	2706	7.84E2	9.86E1
정사각형	0.5	381.6	6.61E2	5.05E1
정사각형	1.0	763.2	8.16E2	9.30E1
정사각형	2.0	1527	1.01E3	9.85E1
정사각형	4.0	3052	8.15E2	1.00E2

4. 결론

본 연구에서는 경계 요소법에 기초한 근접 음향 홀로그래피법 적용시 실험에 들어가는 노력을 줄이는 목적으로 강제 산란체가 포함된 음향 진동 전달 행렬이 제시되었다. 강제 산란체를 이동시켜

가면서 얻은 각 과정의 음압 측정 데이터와 전달 함수는 전달함수의 독립적인 요소로 이용되고, 이를 이용하여 측정위치가 증가된 효과를 볼 수 있다. 2 차원 내부 문제를 통하여 본 수식의 적합성을 검증하였다. 비록 정규화 방법이 재구성 결과에 가장 영향을 미치는 요소였지만, 강제 산란체를 이동시킬 때 얻어지는 전달함수의 특이성은 주파수와 강제 산란체의 형상과 이동점의 개수가 영향을 미치는 것을 확인할 수 있었다.

후 기

본 연구는 BK21 과 NRL 에서 일부 지원을 받아 진행되었습니다.

참고문헌

- (1) B. K. Gardner and R. J. Bernhard, 1988, A noise source identification technique using an inverse Helmholtz integral equation method, Trans. ASME, J. Vib. Acoust. Stress Reliab. Des 110, pp. 84~90.
- (2) J.-S. Lee and J.-G. Ih, 1995, On the method for estimating the volume velocity of an acoustic source in a chamber, J. Sound Vib. 182, pp. 505~522
- (3) B.-K. Kim and J.-G. Ih, 1996, On the reconstruction of the vibro-acoustic field over the surface enclosing an interior space using the boundary element method, J. Acoust. Soc. Am. 100, pp. 3003~3016.
- (4) J. Biemond, R.L. Lagendijk, and R.M. Mersereau, 1990, Iterative Methods for Image Deblurring, Proc. IEEE 78, pp. 865~883.