

## 직접속도 피드백을 이용한 보의 능동진동제어 Active Vibration Control of a Beam using Direct Velocity Feedback

이영섭\*  
Young-Sup Lee

**Key Words :** Direct Velocity Feedback Control (직접속도 피드백제어), Collocation of Sensor and Actuator (센서 및 액추에이터 동위치화), Active Control (능동제어), Smart Structures (지능구조).

### ABSTRACT

Direct velocity feedback (DVFB) control is known that it offers an unconditional stability with very high performance when the control strategy is applied at a point collocated sensor and actuator pair, because the sensor-actuator pair has strictly positive real (SPR) property. In this paper, two types of collocated sensor-actuator pairs are considered for practical active vibration control of a structure. They are a point collocated sensor-actuator pair and a point sensor-distributed actuator pair. Both pairs with DVFB show robust stability and performance. It is noted that the collocated point sensor-actuator ultimately acts as a "skyhook" damper, but the point sensor-distributed actuator pair with DVFB acts as a "skyhook" rotational damper pair.

### 1. 서 론

음향 및 진동에 대해 능동적 제어기법이 개발된 이래 무수한 연구가 있어 왔으나,<sup>(1,2,3)</sup> 실험실 내부를 제외한 실제 상용화되어 폭넓게 사용되는 연구결과는 극히 적은 형편이다.

이에 대한 이유는 여러가지가 있을 수 있겠으나, 특히 능동제어 시스템의 과다한 센서 및 액추에이터의 요구, 이로 인한 복잡한 다중 입출력의 제어기 그리고 이에 따른 비용 및 중량증대 문제로 인한 바가 커다고 할 수 있겠다.<sup>(4)</sup> 또한 다중 입출력 중앙집중식 제어기 (centralized controller)의 경우 센서나 액추에이터의 부분적 오작동이나 고장시엔 전체 제어 시스템의 안정도 마저 해칠 수 있다.

본 연구의 목적은 실제 산업계가 요구하는 좀 더 단순하면서도 현실성있는 능동제어 시스템을 구현하는데 중점을 두고 있다.

한편, Balas<sup>(5)</sup>에 의해 동위치화 된 센서/액추에이터 쌍 배치를 통한 직접속도 피드백 (Direct Velocity Feedback, DVFB) 제어법이 제안된 이래, 많은 응용에 이 제어기법이 적용되어 왔다.

전통적인 동위치화된 점 센서와 액추에이터 쌍은 특히 DVFB 방식으로 구현될 때 지극히 간단한 능동 피드백제어 시스템을 만들수 있다. 이 방

식은 매우 단순한 제어기로 구성됨에도 불구하고, 이론에 의하면 어떠한 형태의 주 교란 (primary disturbance)이 구조물에 작용해도 무조건적으로 안정한 것으로 알려져 있다.<sup>(5)</sup>

이와같은 단순한 능동제어 시스템이란 저역통과필터 (low pass filter)나 디지털 신호처리기 (digital signal processor)를 사용하지 않고 아날로그적으로 센서의 신호조절기 (signal conditioner) 와 액추에이터를 위한 전원증폭기 (power amplifier)만으로 구성되도록 하는 것이며 부분적으로 오작동이 되어도 나머지 부분은 정상적으로 작동 가능토록 비중앙집중식 제어기 (decentralized controller)를 채택한 모듈라 타입을 갖도록 하는 것이다.

압전재료등을 이용한 분포 트랜스듀서는 경량이며, 부착이 용이하고, 상용화 되어 있는 등의 이유로 구조물의 제어에 광범위하게 이용되어 오고 있다.<sup>(1)</sup> PVDF 와 PZT 등과 같은 이런 트랜스듀서들의 분포특성은 제어시 발생하는 스플로버 (spillover)를 최소화 시킬수 있는 것으로 알려져 있다. 그래서 이들은 액추에이터, 센서 또는 셀프센싱 액추에이터 (self-sensing actuator 또는 sensoriaactuator)로서 특히 능동진동제어 (AVC) 또는 능동구조음향제어 (ASAC)에 사용 되어 왔다.<sup>(1,5)</sup>

그래서 분포 센서/액추에이터를 가진 스마트구조의 개발에 DVFB 제어를 적용하는 것은 많은 연구자의 관심을 끌어 왔다. 이에 따라 동일한 형상을 가진 분포 센서와 액추에이터를 구조물의 양면에 각각 부착한 배치가 구조물의 제어시스템에 적용되어 왔다.<sup>(6)</sup>

\* 한국표준과학연구원

E-mail : yslee@kriis.re.kr

Tel: (042) 868-5705, Fax: (042) 868-5639

특히 동일한 형상의 센서/액추에이터 쌍이 구조물에 대칭으로 부착된 것을 "매치(matched)"<sup>(7)</sup> 또는 "듀얼(dual)"<sup>(8)</sup> 이라 부른다. 이러한 매치된 트랜스듀서를 가진 스마트구조의 동적 거동은 전통적인 점 센서 및 액추에이션의 구조시스템의 그것과는 다른 형태를 보인다. 즉, 이 경우엔 면내운동과 면외운동이 연성이 되어 면외운동이 지배적인 저주파에서는 절대 양의 실수 (strictly positive real, SPR) 특성을 보이나 면내운동이 지배적인 고주파에서는 SPR 특성이 사라지게 되면서<sup>(6)</sup>, 저주파의 면외운동에 비해 더 큰 크기의 면내공진 (in-plane resonance)이 나타나면서 급격한 위상변화를 겪게 된다. 이로 인해 DVFB 제어시 높은 피드백 이득을 적용시키면 높은 크기의 면내진동으로 인해 제어시스템의 불안정을 피할 수 없게 된다.

참고문헌 [9]는 3 가지 종류의 동위치화된 센서-액추에이터 배치, 즉 점 센서-액추에이터 쌍, 매치된 센서-액추에이터 쌍 그리고 점 센서-분포 액추에이터 쌍에 관해 이론적으로 DVFB를 이용한 능동음향진동시스템의 구현 가능성을 분석하였다. 본 논문에서는 참고문헌 [9]에서 그 가능성을 제시한 동위치화된 점 센서-액추에이터 쌍 그리고 동위치화된 점센서-분포 액추에이터 쌍에 대해 실험결과를 바탕으로 실제적 적용성에 대해 기술하고자 한다.

우선 2 절에서 동위치화된 점 센서-액추에이터 쌍의 특성을 설명하면서 DVFB 제어에 대한 음향진동제어에의 적용에 관해 이론적으로 기술한다.

그리고 3 절에서는 점 센서와 액추에이터 쌍의 배치에 대한 실험적 결과를 바탕으로 그 성능과 안정도에 대해 기술한다.

마지막으로 4 절에서는 점 센서와 분포 액추에이터 쌍의 배치에 대한 실험적 결과를 바탕으로 그 성능과 안정도에 대해 설명한다.

## 2. 직접속도 피드백 (DVFB)

Fig. 1 과 같은 오일러-베르누이 외팔보에 설치된 동위치화된 (collocated) 점 센서-액추에이터 쌍에 대해 생각해 보자. 이 보에 대해  $x_a = x_s$  위치에 점 액추에이터에 의해 힘이 작용하고, 반대편의 동일한 지점에서 점 센서가 보의 굽힘의 속도를 탐지한다면, 액추에이터의 가진력에 대한 센서의 굽힘속도  $\dot{w}(x_s, \omega)$ 에 대한 전달함수, 즉 점 모빌리티 (point mobility)의 주파수 응답 함수를 주파수 구간  $\omega \in (-\infty, +\infty)$ 에 대해 나타내면 다음과 같이 된다.

$$G(j\omega) = \frac{\dot{w}(x_s, \omega)}{f(x_a, \omega)} = j\omega \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n^2(x_s)}{M_n[(\omega_n^2 - \omega^2) + j2\zeta\omega_n\omega]} . \quad (1)$$

여기서  $x_a = x_s$  이고,  $M_n$ 은  $n$  번째 모달질량 (modal mass),  $\phi_n(x_s)$ 는  $n$  번째 굽힘모드 형상,  $\omega_n$ 은  $n$  번째 고유주파수,  $\zeta$ 는 점성감쇠비, 그리고  $f(x_a, \omega)$ 는 외력함수이다.

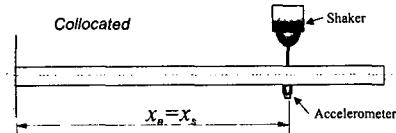


Fig. 1 Point collocated sensor-actuator pair system on a cantilever beam.

그래서, 식(1)에 주어진 것처럼, shaker 와 같은 점 액추에이터와 가속도계 같은 점 센서를 구조물의 한 지점에 동위치화시키면, Fig. 2 와 같은 센서-액추에이터 시스템의 전달함수 (transfer function)는 복소 s-평면 상의 허축 (imaginary axis)을 따라서 극점 (poles)과 영점 (zeros)이 교대로 나타나는 특수한 성질을 가지게 된다.<sup>(10)</sup>

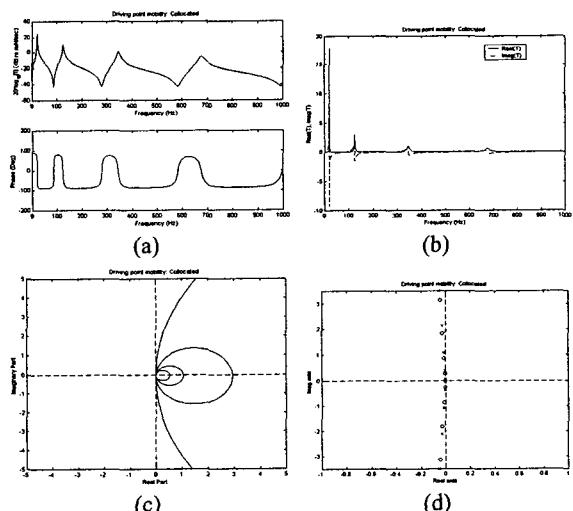


Fig. 2 Sensor-actuator response of a collocated point sensor-actuator pair system. (a) Frequency response. (b) Real part and imaginary part. (c) Polar plot. (d) Pole-zero map.

그리고 주파수 응답함수 (Frequency Response Function, FRF)에서 공진모드의 크기는 주파수의 증가에 따라 감소하고 공진점 및 반공진점이 주파수에 따라 교대로 나타나며, 위상은  $\pm 90^\circ$  사이에 항상 위치하는 특성을 보인다.<sup>(9)</sup> 이것은 최소위상

시스템 (minimum phase system)의 특별한 경우로서 SPR 시스템에서 나타나는 현상으로, 시스템 FRF의 실수부 (real part)는 모든 주파수에서 항상 양이 된다.<sup>(10)</sup> 즉,

$$\operatorname{Re}[G(j\omega)] > 0, \quad \omega \in (-\infty, +\infty), \quad (2)$$

한편, 직접속도 피드백 (DVFB) 제어는 매우 단순한 제어기로 구성됨에도 불구하고, 이론에 의하면 어떠한 형태의 주 교란 (primary disturbance)이 구조물에 작용해도 무조건적으로 안정한 (unconditionally stable) 것으로 알려져 있다. 그러므로 DVFB를 이용하여 장인한 안정도를 갖는 제어 시스템의 설계시 SPR 조건은 음향진동의 능동제어에서는 매우 중요한 필요사항이 된다.

만약 Fig. 3과 같은 외란제거 (disturbance rejection)를 위한 단일 입출력 피드백 제어시스템은 보에 설치된 센서-액추에이터에 대해 플랜트응답(plant response)  $G(s)$ , 피드백 제어기  $H(s)$  그리고 외란 (disturbance)  $d$  으로 특징지어 진다.

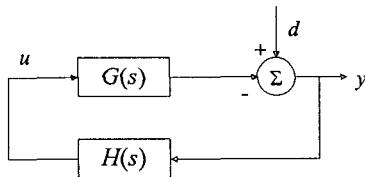


Fig. 3 A single-channel feedback control system for disturbance rejection.

플랜트  $G(s)$ 는 보, 점 액추에이터 (secondary source), 그리고 에러 센서(점 속도센서)로 되어 있다. 만약, 이 피드백 시스템이 안정적이면, 에러센서 출력의 스펙트럼  $y(j\omega)$ 는 외란 스펙트럼  $d(j\omega)$  과는 아래와 같은 관계를 가진다.<sup>(11)</sup>

$$y(j\omega) = [1 + G(j\omega)H(j\omega)]^{-1}d(j\omega), \quad (3)$$

i) 제어방식에 있어서, 점 액추에이터 (secondary source)에 대한 제어입력  $u(j\omega)$ 는 다음과처럼 주어진다.<sup>(11)</sup>

$$u(j\omega) = H(j\omega)[1 + G(j\omega)H(j\omega)]^{-1}d(j\omega), \quad (4)$$

그리고 DVFB 제어에 있어서는 제어기는 일정한 이득이므로, 즉  $H(j\omega) = h$ 로 표현되는데, 이 때  $h$ 는 피드백 이득이다.

만약 센서-액추에이터 쌍이 점 동위치화 (point-collocated) 되 있다면, 플랜트의 주파수응답  $G(j\omega)$ 은 SPR이 된다. 왜냐면 제어되지 않는 시스템으로 액추에이터에 의해 공급되는 전체 파워

는 반드시 양 (positive) 이기 때문이다.<sup>(4)</sup>

만약 점 액추에이터와 속도센서가 제어에 이용된다면,  $u(j\omega) = f(j\omega)$ 가 되는데 이때  $f(j\omega)$ 는 작용된 힘이고,  $y(j\omega) = \dot{w}(j\omega)$ 이다. 주파수가  $\omega$ 인 점 조화가진에 의한 기계시스템으로의 시간평균 파워전달 (time-averaged power transfer)은 아래와 같이 표현된다.<sup>(12)</sup>

$$\Pi(\omega) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[f^*(j\omega)\dot{w}(j\omega)], \quad (5)$$

여기서  $f^*$ 와  $\dot{w}$ 는 각각 작용된 힘의 공액복소 함수 및 처짐속도이다.  $\dot{w}(j\omega) = G(j\omega)f(j\omega)$  이므로, 식 (5)는 다시 쓰면

$$\Pi(\omega) = \frac{1}{2} |f(j\omega)|^2 \operatorname{Re}[G(j\omega)], \quad (6)$$

이때  $G(j\omega)$ 는 시스템의 주파수응답함수(FRF)인데, 이 경우엔 시스템이 수동적 (passive)이므로, 파워입력이 모든 주파수에서 양이 된다. 그래서 식(6)에 의해,  $G(j\omega)$ 의 실수부 또한 반드시 양이 되게 된다.<sup>(4)</sup>

제어기는  $H(j\omega) = h$ 와  $h > 0$ 이므로 모든 주파수에서 항상 양의 실수부를 가지도록 설계되었다. 즉, 센서-액추에이터 플랜트와 제어기 FRF는 모두 SPR 조건을 만족하게 되어 Fig. 3의 속도 피드백 제어시스템은 무조건적으로 안정하다.

그러므로 원칙적으로는 에러센서의 신호가 0가 되도록 무한히 피드백 이득을 증가시킬 수 있다. 그러나 실제에 있어서는 반드시 시스템의 개방루프 FRF  $G(j\omega)H(j\omega)$ 가 Nyquist 안정도 조건을 충족하는지 확인해야만 한다.

### 3. 점 센서/액추에이터 쌍에 대한 DVFB 적용

앞의 2 절에서는 동위치화된 점 센서 및 액추에이터 쌍이 SPR 조건을 가짐에 따라 DVFB 적용시 극히 장인한 피드백 제어시스템을 보여 주어 음향 및 진동의 능동제어에서 큰 장점을 가질수 있음을 알수 있었다.

Fig. 3은 실제 외팔보에 동위치화시켜 부착한 shaker와 가속도계를 이용한 센서-액추에이터 FRF이다. 가속도계에서 나오는 신호는 신호조절기를 지나면서 적분되어 속도에 비례하는 출력을 주도록 하였다. 측정된 센서-액추에이터 FRF는 Fig. 2에서 예측했던 대로 실제에서도 SPR 조건을

가짐을 보여 준다.

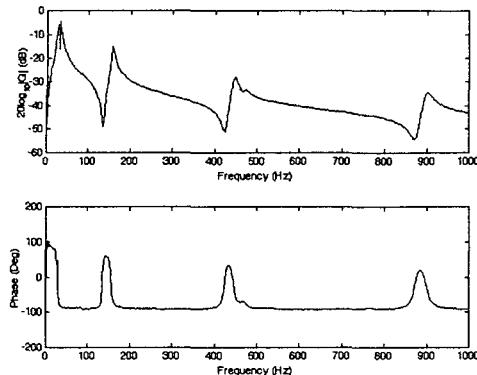


Fig. 4 Measured sensor-actuator FRF of a point collocated system: Shaker input and integrated accelerometer (velocity) output.

SPR 조건을 확인한 후, 측정된 센서출력  $y$ 의 파워스펙트럼  $y(j\omega)$ 에 대해 이상적인 제어기  $H(j\omega)=h$ 를 DVFB 제어에 적용하였다. 이 제어기는 피드백 이득이 항상 일정한 파워 앰프 (power amplifier)이다. DVFB 제어의 적용전과 적용후의  $y(j\omega)$ 를 식(3)을 적용하여 계산한 결과를 Fig. 5에 나타내었는데, 피드백 이득은  $h=100$ 과  $h=500$ 이 각각 적용되었다.

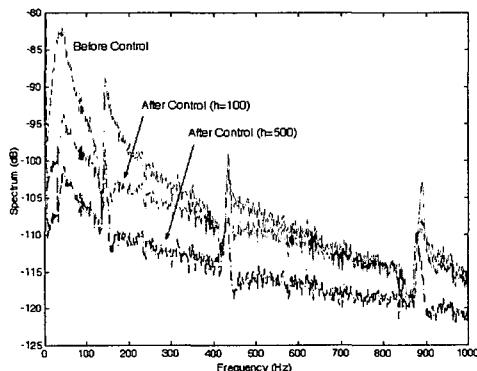


Fig. 5 Calculated power spectrum of the error sensor output using a measured power spectrum  $y(j\omega)$  when the DVFB is applied with two different feedback gains ( $h=100$  and  $h=500$ ).

앞의 2 절에서 강조된 바와 같이 DVFB 제어에서는 반드시 시스템의 안정도를 검사해야 만 한다. Fig. 6는 본 제어시스템의 개방루프 (open-loop)에 대한 Nyquist plot이다. 개방루프 응답은 두 가지의 피드백 이득에 대해 '\*'로 표시된 Nyquist 점을 감싸고 (encircled) 있지 않으므로 안정적이라고

할 수 있다.

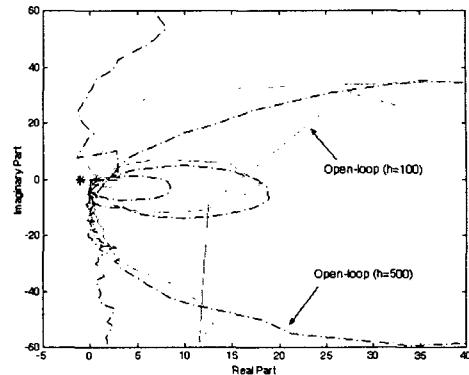


Fig. 6 Nyquist plot of the open-loop responses with the DVFB control ( $h=100$  and  $h=500$ ). '\*' represents the Nyquist point  $(-1, j0)$ .

그래서 Fig. 5에 나타난 것처럼, DVFB를 적용하면 매우 우수한 능동진동제어를 수행할 수 있다. 이 DVFB 제어는 동위치화된 점 센서-액추에이터 쌍이 부착된 위치에서 속도에 비례하는 제어력 (control force)을 발생시키게 된다. 그래서 shaker는 아래와 같이 표현 가능한 secondary force  $f_s$ 를 유발시키게 된다.

$$f_s(x_a) = -h \frac{dw(x_s)}{dt}, \quad (7)$$

이때  $x_a = x_s$ 이고,  $h$ 는 피드백 이득이다. 실제적으로는 Fig. 7과 같이  $x_a = x_s$  위치에 소위 "스카이훅 (skyhook) 감쇠기 (damper)"가 설치된 것 같은 효과를 발생시키게 된다. 이때 감쇠기의 감쇠계수는 당연히 피드백 이득의 크기에 비례하게 된다.

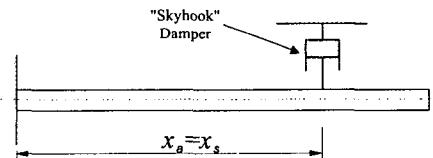


Fig. 7 Additional damping provided by DVFB with a point collocated sensor-actuator pair is equivalent to a damper on a "skyhook".

#### 4. 동위치화된 점 센서/분포 액추에이터 쌍에 대한 DVFB 적용

참고문헌 [9]에 의하면 동위치화된 점 센서와 분포 액추에이터 쌍은 양단고정보에서의 SPR 조건

을 가진다고 알려져 있다. 본 절에서는 이에 따라 점 센서와 분포 액추에이터 쌍이 DVFB 제어를 통해 실제의 음향 및 진동의 능동제어에 적용가능한지 확인한다.

Fig. 8 과 같이 실제 양단고정보에 압전 액추에이터와 가속도계를 동위치화시켜 부착하였다. 본 센서-액추에이터 쌍의 FRF는 이론적인 계산에 의하면 Fig. 9에 나타낸 것과 같이 우수한 SPR 특성을 가진다.

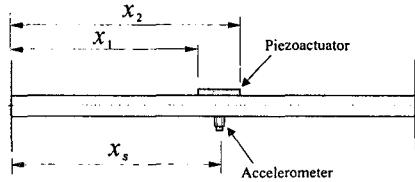


Fig. 8 Point sensor and distributed actuator pair system on a cantilever beam.

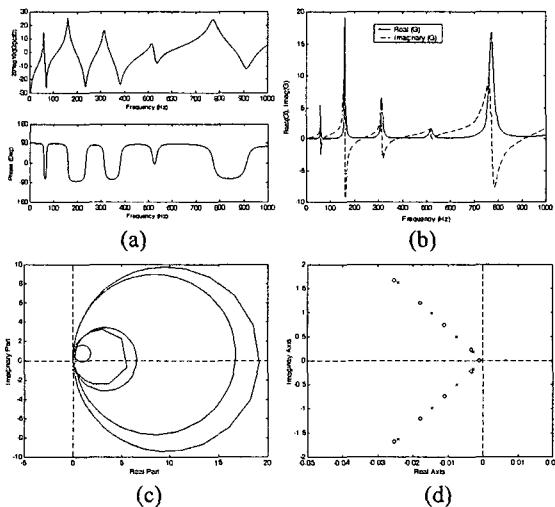


Fig. 9 Sensor-actuator response of a point sensor and piezoelectric actuator pair system. (a) Frequency response. (b) Real part and imaginary part. (c) Polar plot. (d) Pole-zero map.

Fig. 10은 실제 양단고정보에 동위치화시켜 부착한 압전 액추에이터와 가속도계를 이용하여 측정한 센서-액추에이터 FRF이다. 가속도계에서 나오는 신호는 신호조절기를 지나면서 적분되어 속도에 비례하는 출력을 주도록 하였다. 측정된 센서-액추에이터 FRF는 Fig. 9(a)에서 예측했던 대로 실제에서도 SPR 조건을 가짐을 보여 준다.

SPR 조건을 확인한 후, 측정된 센서출력  $y$ 의 파워스펙트럼  $y(j\omega)$ 에 대해 이상적인 제어기  $H(j\omega)=h$ 를 DVFB 제어에 적용하였다. 이 제어기

는 피드백 이득이 항상 일정한 파워 앰프 (power amplifier)이다. DVFB 제어의 적용전과 적용후의  $y(j\omega)$ 를 식(3)을 적용하여 계산한 결과를 Fig. 11에 나타내었는데, 피드백 이득은  $h=300$ 과  $h=800$ 이 각각 적용되었다.

Fig. 12는 본 제어시스템의 개방루프 (open-loop)에 대한 Nyquist plot으로 개방루프 응답은 두 가지의 피드백 이득에 대해 안정적임을 확인할 수 있다.

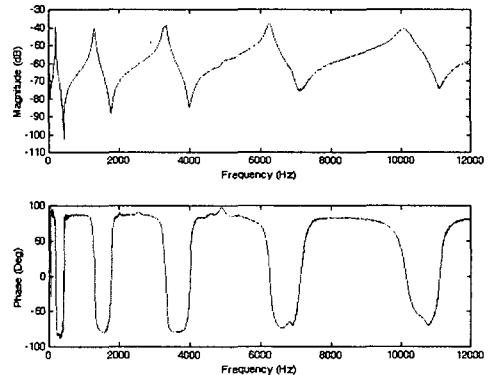


Fig. 10 Measured sensor-actuator FRF of a collocated point sensor and a distributed actuator system: piezoceramic actuator input (voltage) and integrated accelerometer (velocity) output.

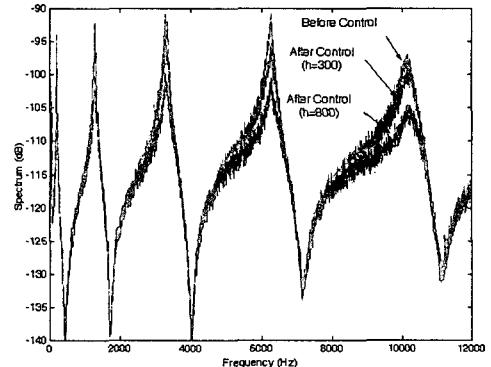


Fig. 11 Calculated power spectrum of the error sensor output using a measured power spectrum  $y(j\omega)$  when the DVFB is applied with two different feedback gains ( $h=100$  and  $h=500$ ).

한편 압전 액추에이터는 작용된 전기장에 비례하는 굽힘모멘트를 압전 패치의 양 끝단에 발생시킨다. 그래서 압전패치의 중앙에 위치한 가속도계는 그곳에서의 보의 면외방향 굽힘속도가 여러 신호이게 된다. DVFB 제어는 이 굽힘속도에 비례하는 제어력 (control force)을 압전 액추에이터를 통

해 발생시키게 된다. 그래서 압전 액추에이터는 아래와 같이 표현 가능한 한 쌍의 secondary moments  $m_s$ 를 유발시키게 된다.

$$m_s(x_1) = -m_s(x_2) = -h \frac{dw(x_s)}{dt}, \quad (8)$$

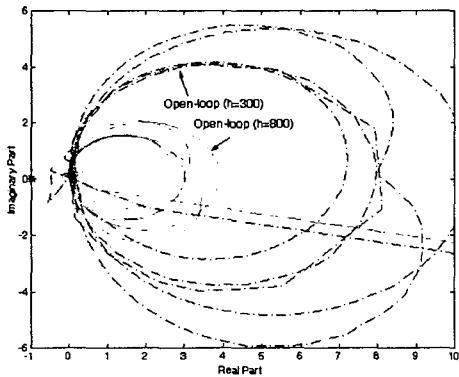


Fig. 12 Nyquist plot of the open-loop responses with the DVFB control ( $h = 300$  and  $h = 800$ ). '\*' represents the Nyquist point  $(-1, j0)$ .

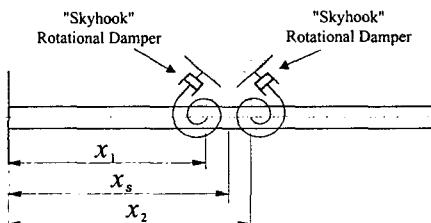


Fig. 13 Additional damping provided by DVFB with a point sensor and a distributed actuator pair is equivalent to rotational dampers on a "skyhook".

그러므로, 점 센서-액추에이터 경우와는 달리, 이 경우에는 Fig. 13과 같이  $x_1$  및  $x_2$  위치에 "스카이훅 (skyhook) 회전 감쇠기 (rotational damper)"가 설치된 것 같은 효과를 발생시키게 된다. 이때도 물론 회전 감쇠기의 감쇠계수는 피드백 이득의 크기에 비례하게 된다.

## 5. 결 론

본 논문은 능동적인 방법으로 진동을 제어함에 있어 현실적으로 가능한 두 가지의 센서와 액추에이터 쌍의 동위치화 문제에 대해 직접 속도 피드백 제어 기법과 함께 연계시켜서 성능과 안정도를 실험적 결과와 함께 분석하였는데 다음과 같이 요약 할 수 있다.

- 1) 동위치화된 점 센서-액추에이터 쌍은 SPR 특

성으로 인해 DVFB 적용시 매우 우수한 안정도와 성능을 나타내며, 이 경우엔 "스카이훅 감쇠기 (skyhook damper)"가 설치된 것 같은 효과를 준다.

2) 동위치화된 점 센서-분포 액추에이터 쌍 또한 SPR 특성을 가져 DVFB 적용시 우수한 안정도와 성능을 나타내며, 이 경우엔 "스카이훅 회전 감쇠기 (skyhook rotational damper)"가 설치된 것 같은 효과를 준다. 특히 이 배치는 스마트구조화가 가능하여 능동음향진동제어로의 응용이 기대된다.

## 후 기

본 연구는 과학기술부의 국가지정연구실사업(NRL)인 "스마트구조를 위한 자기감지 기능용 센서기술 개발" 과제에 대한 연구결과의 일부임.

## 참고문헌

- (1) Fuller C. R., Elliott S. J., and Nelson P. A., 1996, Active Control of Vibration, Academic Press.
- (2) Nelson P. A. and Elliott S. J., 1992, Active Control of Sound, Academic Press.
- (3) Preumont A., 2002, Vibration Control of Active Structures: An Introduction (2nd Ed.), Kluwer Academic Publishers.
- (4) Elliott S. J., Gardonio P., Sors T. J., and Brennan M. J., "Active vibroacoustic control with multiple local feedback loops", 2001, Journal of Acoustical Society of America, 111(2), 908-915.
- (5) Balas M. J., "Direct velocity feedback control of large space structures", 1979, Journal of Guidance and Control, 2(3), 252-253.
- (6) Lee Y.-S., Gardonio P. and Elliott S. J., "Coupling analysis of a matched piezoelectric fluoride sensor and actuator pair for vibration control of a smart beam", 2002, Journal of Acoustical Society of America, 111(6), 2715-2726.
- (7) Johnson M. E. and Elliott S. J., "Active control of sound radiation using volume velocity cancellation", 1995, Journal of Acoustical Society of America, 98(4), 2174-2186.
- (8) Sun J. Q., "Some observations on physical duality and collocation of structural control sensors and actuators", 1996, Journal of Sound and Vibration, 194(5), 765-770.
- (9) 이영섭, "능동음향진동제어를 위한 센서와 액추에이터의 동위치화 연구", 2004, 한국소음진동공학회논문집, 14(3), 253-263.
- (10) Elliott S. J., 2001, Signal Processing for Active Control, Academic Press.
- (11) Franklin G. F., Powell J. D. and Emami-Naeini A., 1994, Feedback Control of Dynamic Systems 3rd edition, Addison-Wesley.
- (12) Fahy F., 1985, Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response, Academic Press.