

부분회전마멸의 비선형 설계변수 규명 Nonlinear Parameter Identification of a Partial Rubbing Rotor

박상문* · 최연선**

Sang-Moon Park and Yeon-Sun Choi

Key Words : Partial rub(부분회전마멸), Nonlinear system identification(비선형 설계변수 규명), Anisotropic(이방성)

ABSTRACT

To model and understand the physics of partial rub, a nonlinear rotor model is investigated by applying nonlinear parameter identification technique to the experimental data. The results show that the nonlinear terms of damping and stiffness should be included to model partial rotor rub. Especially, the impact and friction during the contact between rotor and stator are tried to explain with the nonlinear model on the basis of experimental data. The estimated nonlinear model shows good agreements between numerical and experimental results in its orbit.

1. 서 론

모터, 펌프, 압축기와 발전소의 증기터빈, 항공기의 제트엔진 등의 회전기계는 회전자와 고정자 사이의 간극이 작을수록 좋은 성능을 얻을 수 있다. 그러나 불평형, 정렬불량 등의 요인에 의하여 회전자가 선회운동(whirling motion)을 하게 되면 회전자는 고정자와 접촉하게 된다. 이때 자체회전(spin)과 세차운동(precession)을 하는 회전자가 고정자와 접촉하는 현상을 회전마멸(rubbing)이라 한다. 회전기계의 운전 중 회전마멸이 발생하면 고주파, 대진폭의 진동이 발생하며 심한 경우 회전기계의 파손을 일으키게 되므로 운전을 중지해야 하는 사태가 발생한다. 특히 제트엔진과 하절기 전력 수요가 많은 발전소에서 이러한 현상이 발생하면 어려운 상황에 직면하게 된다.

이러한 회전마멸현상은 회전기계의 설계변수와 운전조건에 따라 여러 가지 다른 형태로 나타난다. 회전마멸현상은 크게 전회전마멸(full annular rub)과 부분회전마멸(partial rub)의 두 가지 형태로 나누어진다. 전회전마멸은 회전자가 고정자의 내면을 따라 케도이탈 없이 회전하는 경우이며, 부분회전마멸은 회전자와 고정자의 접촉이 간헐적으로 이루어지는 경우이다. 회전마멸 발생시 회전자의 선회방향과 회전방향과 같은 정방향선회(forward whirl)인 경우와 반대

인 역방향선회(backward whirl)인 경우가 존재한다. 그러나 대부분의 회전마멸과 관련된 연구는 부분회전마멸보다 전회전마멸에 보다 많은 관심을 기울여 왔다. 이는 간헐적인 충격과 마찰을 동반하는 부분회전마멸보다 고정자의 내부 표면을 따라 계속 접촉하는 전회전마멸이 이론해석상 보다 용이하기 때문이다. 그러나 실제적으로 회전기계의 운전 중에는 부분회전마멸이 보다 많이 일어난다.

회전기계 관련 연구자들은 그간 회전기계의 간극과 헐거움에 관련하여 많은 연구를 수행하여 왔다. 그러나 간극에 의한 강성 및 감쇠값의 급격한 변화와 헐거움에 의한 부품 상호간 충격(impact)과 마찰(friction)을 포함한 진동 문제는 섭동법(perturbation method)을 적용할 수 없는 강비선형 동역학(strong nonlinear dynamics) 문제로서 결코 쉬운 문제가 아니다. Black[1], Ehrlich[2] 등은 회전마멸 연구의 선구자로서 제트엔진에서 회전자가 고정자와 접촉하는 경우에 발생하는 물리적 현상에 대한 연구를 수행하여 최적의 제트엔진 설계를 도모하고자 하였다. Choy[3], Lin[4] 등은 회전마멸현상에 대한 수치해석을 수행하여 복잡한 진동이 발생할 수 있음을 보여 주었다. 이후 Muszynska[5, 6]는 실험실 규모의 실험을 수행하여 이론해석을 시도하였다. Crandall[7], Choi[8, 9]는 간단한 실험장치를 제작하여 실험을 수행하고, 이를 바탕으로 회전마멸의 물리적 의미를 찾고자 하였다. 본 연구에서는 부분회전마멸 현상을 실험적으로 재현하고 이를 해석하기 위한 해석모형을 유도하기 위해 비선형 설계 변수 추적법을 이용하여 파라미터를 추출하였다. 더불어 구해진 비선형 해석모형이 실제 실험에 나타난 도약현상을 설명할 수 있는지를 검토하고 나아가 간

* 정회원, 성균관 대학교 기계공학과 대학원

** 책임저자, 정회원, 성균관 대학교 기계공학과

E-mail : yschoi@yurim.skku.ac.kr

Tel : (031)290-7440, Fax : (031)290-5849

극이 다른 경우에도 해석모델이 적용될 수 있는지를 검토하였다.

2. 수학적 모델

회전기계에서 부분회전마멸이 발생하면 접촉에 의한 충격과 마찰이 작용한다. 충격은 부분적인 변형과 반동(rebounding)을 야기하고 마찰은 접촉부에 접선방향으로 작용하여 선회계적의 형상에 영향을 미치게 된다. 발생된 충격력은 매우 짧은 과도적 과정에 의한 넓은 진동주파수 대역폭을 가지며 반복적인 과정에 의한 주기적인 진동주파수 성분이 존재한다. 또한 접촉에 따른 재료의 에너지 흡수, 접촉부 충격으로 인한 회전자 반동 등에 의한 비선형 특성을 가지게 된다. 부분회전마멸 현상 해석을 위해 실험장치로 Fig. 1과 같은 해석모델을 만들 수 있으며 운동방정식은 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x &= f_x(x, y) + mew^2 \cos \omega t \\ m\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y &= f_y(x, y) + mew^2 \sin \omega t \end{aligned} \quad (1)$$

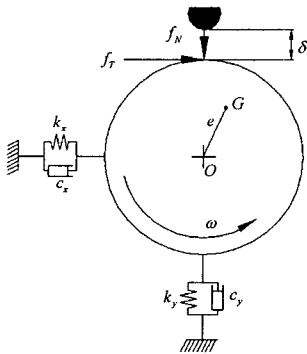


Fig. 1 Schematic of rub and impact forces 여기서,

$$\begin{aligned} f_x(x, y) &= f_T \cdot H(y - \delta), \\ f_y(x, y) &= -f_N \cdot H(y - \delta). \end{aligned} \quad (2)$$

$$H(y - \delta) = \begin{cases} 0, & y < \delta \\ 1, & y \geq \delta \end{cases}$$

회전체의 무게중심 G 는 회전축으로부터 e 만큼 편심(eccentricity)되어 있고, 크기가 mew^2 인 불평형 원심력을 발생한다. m 은 회전체의 질량을, c_x, c_y, k_x, k_y 는 x, y 방향의 감쇠, 강성계수를 각각 나타낸다. δ 는 고정자와 회전

자 사이의 간극, w 는 각속도(rotational speed), f_N, f_T 는 접촉에 의한 충격력과 마찰력을 나타낸다. $H(y - \delta)$ 는 돌출부와 접촉할 때는 1, 그 외의 경우에는 0인 히버사이드(Heaviside) 함수이다. 고정자 돌출부의 각 위치에 의해 y 방향은 접촉에 의한 수직력, x 방향은 접선방향의 힘이 된다. 여기서 f_N 은 수직항력이고, f_T 는 횡방향으로 작용하는 마찰력으로 μf_N 에 해당하며, μ 는 마찰계수(friction coefficient)이다. 문제는 회전자와 고정자의 접촉에 의한 수직항력 f_N 을 어떻게 구하느냐이다.

부분회전마멸 시 발생하는 충격과 마찰에 따른 접촉모델은 실제 실험 데이터로부터 접촉에 의한 감쇠와 강성을 고려한 해석모델을 역으로 추적할 수 밖에 없다. 본 연구에서는 비선형 시스템 규명법을 사용하여 f_N 을 구하고자 한다.

3. 부분회전마멸 실험

부분회전마멸 현상을 구현하기 위하여 Bently Nevada Co.에서 제작한 RK-4 실험장치를 사용하였다. 실험장치는 고정자 부분과 너트 나사못을 이용한 돌출부를 만들어 회전자의 선회운동 중 진폭이 일정량을 초과하면 고정자와 회전자가 접촉하도록 하였다. 회전축의 2차원 평면 공간에서의 선회현상을 측정하기 위하여 두개의 비접촉 센서(gap sensor)를 원주상에 90° 각도로 각각 설치하였다. 설치된 한 쌍의 센서로부터 측정되는 변위신호를 오실로스코프(oscilloscope)에서 관찰하면 선회계적을 얻을 수 있다. 또한 회전수 변화를 측정하기 위해 60개의 치를 가진 기어를 설치하여 광센서로 신호를 받았다. 이와 같이 측정된 신호는 A/D(NI 707E, National Instrument) 변환을 거쳐 컴퓨터에 저장하고 MATLAB을 이용하여 분석하였다.

Fig. 3은 부분회전마멸이 일어나지 않을 때 얻은 선회계적으로 궤적이 타원형을 하고 있다. 이는 회전체의 x, y 방향 강성이 서로 다르기 때문이다. 따라서 수평, 수직 방향으로 서로 다른 고유진동수가 존재하게 된다. 회전각속도 변화에 대한 회전체의 수평 및 수직 방향 진폭을 살펴보면 각 방향의 축 변위는 서로 일치하지 않고 다르며, 회전각속도를 증가시키면 수평방향의 위험속도 w_x 를 통과한 후 이어서 수직방향의 위험속도 w_y 를 통과하여 진폭은 편심 e 의 크기에 접근하여 간다. 실험으로부터 얻은 회전체의 질량 m 은 1.52 kg , 편심 e 는 0.0706 mm 이며 x, y 방향 강성은 각각 $k_x = 38.521 \times 10^3 \text{ N/m}$, $k_y = 41.017 \times 10^3 \text{ N/m}$ 이며 감쇠 계수는 $c_x = 15.100 \text{ kg/s}$, $c_y = 14.727 \text{ kg/s}$ 이다.

4. 비선형 설계 변수 규명

부분회전마멸 해석모델은 비접촉 시에는 식 (1)에서 $f_x = f_y = 0$ 인 상태이고, 접촉 시에는 f_x, f_y 가 변위와 속도

의 함수 형태이나 미리 알 수는 없다. 단지 가정된 모델조합에서 최적의 함수 형태를 추적할 수 있을 뿐이다.[10] 이때 각 항의 중요도는 모델링 오차 감소에 대한 중요도를 기준으로 판별하여야 한다. 오차감소율(error reduction ratio)[11]은 식 (3)과 같이 나타낼 수 있으며, 여기서 y 는 시스템의 응답, X_i 는 후보항, n 은 후보항의 갯수이다. 즉, 오차감소율은 전체 응답에 대한 각 후보항의 비율을 의미한다. 모델조합이 만들어지고 $1 - \sum_{i=1}^n [ERR]_i$ 을 계산하여 설

정한 오차보다 작다면 최적의 모델조합이 만들어졌다고 할 수 있다. 그러나 기준오차보다 크다면 다른 후보 항에 대하여 다시 오차감소율을 계산하여 모델조합에 포함시킬 것인가를 판단하고, 모델조합 전체의 오차감소율 합이 기준오차를 만족시키는가를 확인하는 과정을 반복함으로써 최적의 모델조합을 만들 수 있다. Fig. 4는 이와 같은 모델선택 과정을 블록다이어그램으로 나타낸 것이다.

$$[ERR]_i = \frac{(X_i)^2}{y^2}, \quad 0 \leq i \leq n \quad (3)$$

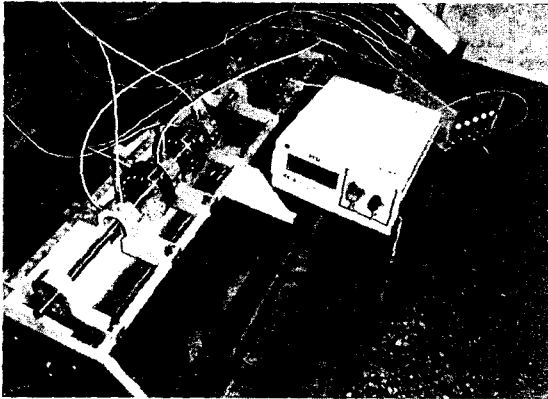


Fig. 2 Experimental apparatus, RK-4 Rotor Kit

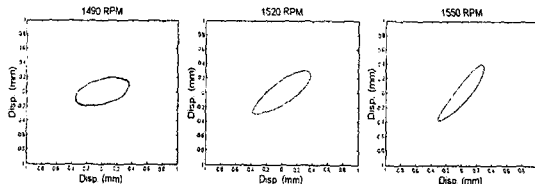


Fig. 3 Orbit at a rotor station versus rotational speed

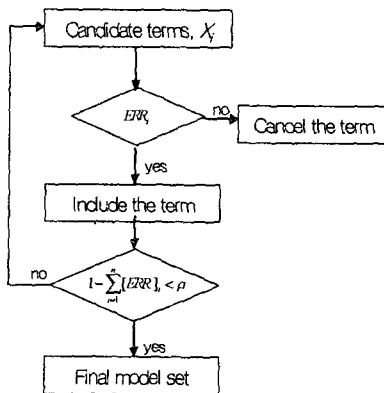


Fig. 4 Model estimation process

최종모델이 확정된 후에는 최소자승법을 사용하여 각 항의 파라미터를 구할 수 있다. 부분회전마멸 발생시 접촉에 따른 충격 성분을 식 (4)와 같이 가정하였다. 시스템 규명을 위해 최대 4차($L=4$)까지 고려하여 초기모델을 만든 후, 각 항의 오차감소율을 계산하여 Table 1에 나타내었다. 모델선택 과정을 $1 - \sum_{i=1}^n [ERR]_i \leq 0.01$ 가 만족될 때까지 반복 하였으며 오차 감소율이 0.01보다 큰 항만을 최종 모델에 포함시켰다. 고정자와 회전자 사이의 간극이 0.3mm 인 경우에 대해 실험을 수행하여 접촉이 발생하는 구간에서 y 방향의 회전자 변위로부터 설계변수 규명이 이루어졌다. 다음, f_N 과 f_T 의 관계를 알아보기 위해 실험적으로 구한 x, y 변위 데이터를 식 (1), (2)에 대입하여 f_N, f_T 각각 구하고 그 비례관계인 μ 를 확인 할 수 있다. 회전속도별 약간의 변화는 있으나 큰 차이는 없으므로 평균치인 $\mu=0.24$ 를 해석모델에 사용하였다. 즉 $f_n = \mu f_N$ 인 가정이 충분히 성립함을 알 수 있다.

최종적으로 식 (5)와 같은 모델을 얻었다. 식 (5)와 Table 1, 2에서 보는 바와 같이 강성항에 1, 3차항이 감쇠항에는 2차항이 중요해짐을 알 수 있다.

$$f_N = \sum_{n=1}^L k_n \cdot \Delta^n + \sum_{n=1}^L c_n \cdot \dot{\Delta}^n \quad (4)$$

$$f_N = k_1 \Delta + k_3 \Delta^3 + c_2 \dot{\Delta}^2 \quad (5)$$

$(\Delta = y - \delta)$

Table 1 ERR of each term

| $k_n \Delta^n$ | ERR | $c_n \dot{\Delta}^n$ | ERR |
|----------------|---------|----------------------|---------|
| Δ | 0.39170 | $\dot{\Delta}$ | 0.00217 |
| Δ^2 | 0.00871 | $\dot{\Delta}^2$ | 0.02636 |
| Δ^3 | 0.56768 | $\dot{\Delta}^3$ | 0.00145 |
| Δ^4 | 0.00103 | $\dot{\Delta}^4$ | 0.00090 |

Table 2 Estimated parameters

| k_1 | k_3 | c_2 |
|---------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| $3.946 \times 10^6 \text{ N/m}$ | $1.408 \times 10^{11} \text{ N/m}^3$ | $3.720 \times 10^4 \text{ kg/s}^2$ |

5. 접촉 모델

부분회전마멸 시 접촉에 따른 마찰과 충격은 일반적으로 반발계수(coefficient of restitution)를 이용한 모델과 편적선형(piecewise-linear) 모델이 사용되기도 한다. 편적선형 모델은 접촉과정에 대한 물리적 설명은 충분 할 수 없으나 편의상 해석 모델로 이용하고 있다. 본 연구에서는 실험적으로 관찰된 부분회전마멸 현상이 있으므로 반발계수를 이용한 모델, 편적선형 모델, 시스템 규명을 통한 편적 비선형 모델, 각각에 대한 정확성 여부를 검토하였다. 반발계수를 이용한 모델은 수직항력과 접선력을 영이라 가정한다. 그리고 반발계수 r 로서 접촉 전 접근속도와 접촉 후 반발속도의 비로 나타내면 식 (6)과 같다.

$$\dot{y}_+ = -r \dot{y}_- \quad (6)$$

실험으로 얻은 반발계수 r 은 0.86이다. 계산 과정은 운동방정식에 반발 계수를 대입하여 Runge-Kutta 알고리즘을 이용하였다. 접촉 후 속도는 식 (6)의 반발계수를 이용하여 다음의 접촉 전까지 Runge-Kutta 알고리즘으로 수치 적분하였다. 반발계수의 정의로부터 속도 변화는 단지 y 방향에만 적용된다. Fig. 5는 반발계수를 이용한 모델을 실험결과와 비교한 그림이다. 실험적으로 관찰된 선회 궤적과 비교해 보면 반발계수에 의한 수치해석 결과는 응답크기에는 적합하나 부분마멸의 궤적 형태를 계산하기에는 충분하지 못함을 보여주고 있다. Fig. 6은 부분회전마멸에 따른 접촉 모델을 편적 선형 모델 (a)와 비선형 모델 (b)에 의한 수치

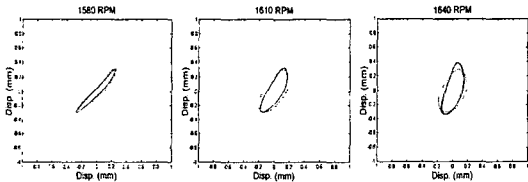


Fig. 5 Orbits(bounce model) for 0.3 mm clearance

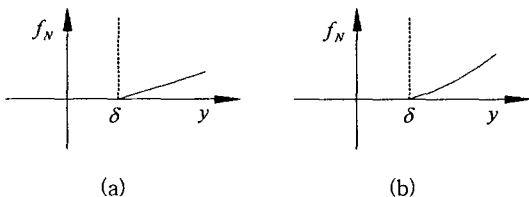
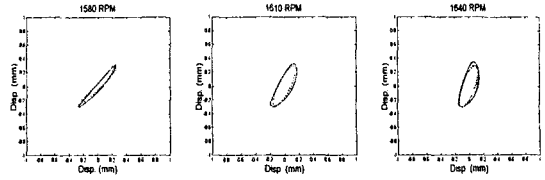
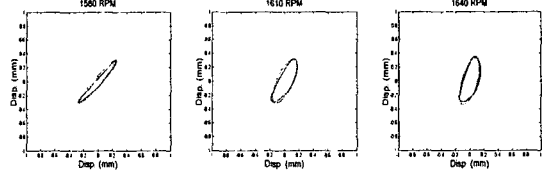


Fig. 6 Contact characteristics



(a) piecewise-linear model



(b) piecewise-nonlinear model

Fig. 7 Comparison of contact model: experimental(solid line), numerical(dotted line)

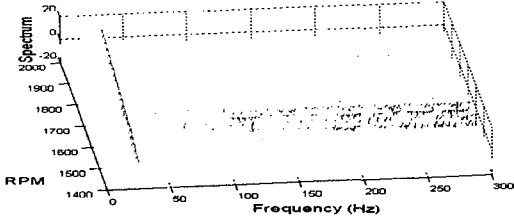
항력 변화를 도식한 그림이다. 회전자의 선회궤적이 고정자와의 간극 δ 를 초과함에 따라 약간의 기울기 차이가 있음을 알 수 있다. 그러나 이를 고려해 수치해석하면 Fig. 7(a)와 7(b)같이 서로 다른 결과가 얻어진다. 즉 얼마 안되는 비선형 효과라도 실제 선회궤적을 수치 해석해 보면 비선형 효과를 고려한 것이 실제 실험결과에 잘 부합됨을 알 수 있다.

6. 비선형 모델 검증

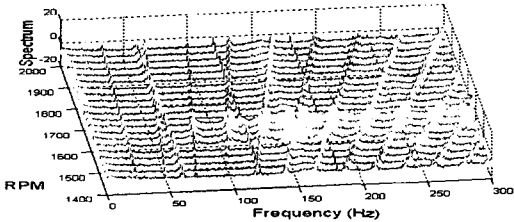
부분회전마멸 발생시 접촉에 의한 충격성분이 시스템에 가해지면 회전체의 선회궤적과 주파수에 영향을 주게 된다. Fig. 8(a)는 해석모델 수치적분을 통해 계산된 가속도 신호에 대한 워터폴 다이어그램(waterfall diagram)으로 부분회전마멸 발생시 회전성분과 그 배수성분이 발생함을 확인할 수 있다. 이는 실험으로부터 얻은 결과 Fig. 8(b)와 유사하다.

부분회전마멸 발생시 가속, 감속에 따른 응답특성은 비선형계의 대표적인 현상인 도약현상을 보여주며 이는 부분회전마멸이 비선형 현상임을 증명하고 있다. Fig. 9는 도약현상에 대한 실험결과를 수치해석결과와 비교한 그림으로서 구해진 비선형 해석모델이 부분회전마멸에 의한 비선형 현상을 설명할 수 있음을 보여주고 있다.

회전마멸현상은 접촉과 마찰에 기인하는 운동으로 축의 회전 방향이 회전자의 선회방향과 일치하는 전선회(forward whirl)와 반대방향인 역선회(backward whirl)가 있는 운동으로서 회전마멸에 기인한 회전자의 선회운동을 규명하기 위해서는 전선회와 역선회 운동을 구분해 볼 필요가 있다. 이를 위해 이중원 [12]에 의해 개발된 방향성 스펙트럼을 이용하였다. 회전체의 응답은 직교하는 좌표계에서 측정된 두 실수 신호인 $x(t)$ 와 $y(t)$ 로부터 식 (7)과 같이 표현된다.



(a) Numerical results



(b) Experimental results

Fig. 8 Waterfall diagram

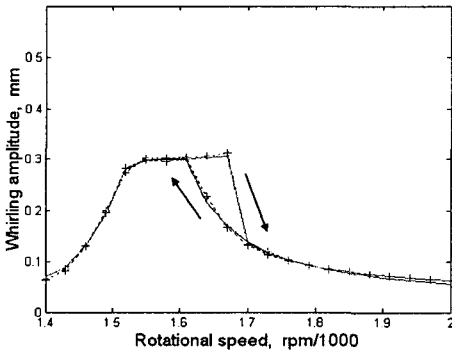


Fig. 9 Jump phenomenon

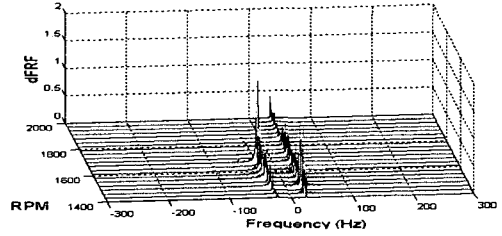
$$r(t) = x(t) + jy(t) = r_f e^{j\omega t} + r_b e^{-j\omega t} \quad (7)$$

식 (7)에서 회전체의 이방성으로 인한 불균형 응답은 반지름이 r_f 인 전방향 회전성분과 반지름이 r_b 인 역방향 회전성분의 벡터 합으로 표현된다. Fig. 10(a)는 비선형 해석모델로부터 수치해석으로 구한 응답에 대한 방향성 스펙트럼이고 Fig. 10(b)는 서로 직교하는 두개의 비접촉 센서로부터 측정된 변위 신호에 대한 방향성 스펙트럼을 나타낸 것이다. 접촉이 발생하는 1550 ~ 1670 RPM 범위에서 역선회 성분이 전선회 성분을 초과함을 확인할 수 있다. 이는 회전마멸에 따른 회전체의 선회궤적이 공진점 근처에서 전방향 선회에서 역방향 선회를 하게 되며 회전마멸이 끝나는 1700 RPM에서 다시 전방향 선회를 하고 있음을 알 수 있다.

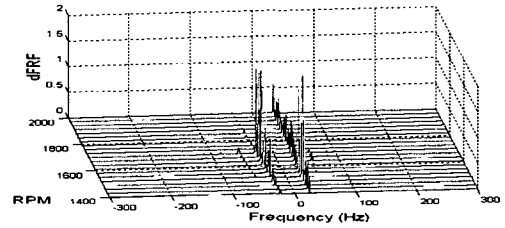
Fig. 11은 간극의 크기가 다른 상태에서 부분회전마멸이 발생할 때의 선회궤적을 실험결과와 식 (5)와 $\mu = 0.24$ 를 대입하

여 식 (1)을 수치해석 결과와 비교한 그림이다. 간극 변화에 따라 선회궤적이 달라짐을 확인할 수 있으며 수치해석 결과와 실험결과가 서로 잘 일치함을 알 수 있다.

이와 같이 본 연구에서 적용한 비선형 시스템 규명법은 시스템의 비선형 특성을 정확하게 규명할 수 있음을 보여줌으로써 추정된 비선형 접촉 모델은 부분회전마멸 현상을 해석하기 위한 타당한 모델임을 알 수 있다.

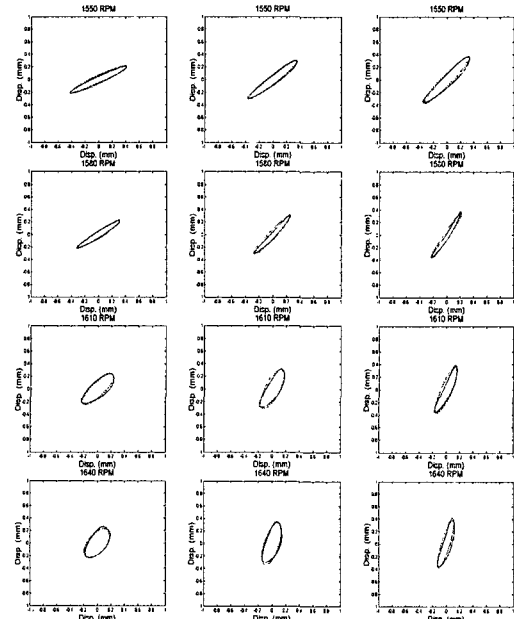


(a) Numerical results



(b) Experimental results

Fig. 10 Directional FRF diagram



(a) 0.2 mm (b) 0.3 mm (c) 0.4 mm

Fig. 11 Comparisons between the experimental(solid line) and the numerical(dotted line) results

7. 결 론

회전마멸 현상은 회전기계에서 불균형, 정렬불량 등 1차적 원인에 의해 고정자와 회전자간 접촉함으로 인해 발생하는 과도진동 현상으로써 접촉과 마찰로 인한 이상 선회, 도약 현상 등 비선형 진동 특성을 보이는 바, 이론 해석이 쉽지 않다. 그러나 회전마멸 현상은 진폭이 크고 경우에 따라서 회전기계 자체 파손까지 야기할 수 있으므로 현상에 대한 조기 인식과 대책 방안이 마련되어야 할 것이다. 본 연구에서는 비선형 시스템 규명법을 적용하여 부분회전마멸이 발생하는 회전체 해석을 위한 비선형 모델을 추정하였다. 추정된 모델은 부분회전마멸에 따른 비선형 강성항과 마찰에 의한 에너지 손실분을 포함하고 있으며 이를 수치해석으로 확인하여 실험치와 비교하였다. 또한 회전마멸에 따른 도약 현상, 역선회 현상 등도 추정된 비선형 해석 모델은 잘 설명하고 있음을 보였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지역대학 우수과학자 육성(R05-2003-000-11632-0) 지원으로 수행 하였습니다.

참 고 문 헌

- (1) H. F. Black, "Interaction of a Whirling Rotor with a Vibrating Stator Across a Clearance Annulus," J. Mech. Engr. Sci, 10, 1-12, 1968.
- (2) F. F. Erich and J. J. O'Connor, "Stator Whirl with Rotor in Bearing Clearance," ASME, WA/MD-8, 1966.
- (3) F. Lin, M. P. S and U. A. Korde, 2001. "Numerical Investigation with Rub-related vibration in Rotating

- Machinery," Journal of Vibration and Control, 7, 833-847.
- (4) F. K. Choy, F. Padovan and C. Batur, "Rub Interactions of Flexible Casing Rotor Systems," Journal of Engineers, 111, 652-658, 1989.
 - (5) A. Muszynska and P. Goldman, "Chaotic Responses of Unbalanced Rotor-bearing Stator Systems with looseness or Rubs," Chaos Solitons & Fractals, 5, 1683-1704, 1995.
 - (6) A. Muszynska, "Partial Lateral Rotor to Stator Rubs," Imech, C281/84, 327-335, 1984.
 - (7) S. H. Crandall, A. Ligener and W. Zhang, "Backward Whirl Due to Rotor-Stator Contact," Proceedings of 12th International Conference on Nonlinear Oscillations, Cracow, September 27, 1990.
 - (8) Yeon-Sun Choi, "Experimental Investigation of Partial Rotor Rub," KSME International Journal, Vol. 14, No.11, 1250-1256, 2000.
 - (9) Yeon-Sun Choi, "Investigation on the Whirling Motion of Full Annular Rotor Rub," Journal of Sound and Vibration, Vol. 258, No. 1, 191-198, 2002.
 - (10) S. A. Billings, "A Direct Approach to Identification of Nonlinear Differential Models From Discrete Data", Mechanical System and Signal Processing, Vol. 13, pp. 739-755, 1999.
 - (11) S. Chen, S. A. Billings and W. Luo, "Extended model set, global data and threshold model identification of severely non-linear system", International Journal of Control, Vol. 50, pp. 1897-1923, 1989.
 - (12) C. W. Lee, 1994, "Development of the Use of Directional Frequency Response Functions for the Diagnosis of Anisotropy and Asymmetry in Rotating Machinery; Theory", Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 8, No. 6, pp. 665-678.