

기초가진 로터-베어링 시스템의 상태공간 과도응답해석 A State-Space Transient Response Analysis of Rotor-Bearing System with Base Excitation

이안성* · 김병옥** · 김영철** · 김영춘***

An Sung Lee, Byung Ok Kim, Young-Cheol Kim and Yeong-Chun Kim

Key Words : Vibration Isolation(진동절연), Rotor(회전체), Transient Response(과도응답), Parametric Variable(매개변수) Random Excitation(불규칙 가진), Newmark Method(뉴마크법)

ABSTRACT

In this study, the analytical method to evaluate the response of rotor-bearing system subjected to base excitation was presented. The equations of motion contain speed dependent gyroscopic terms, base rotation dependent parametric terms and several forcing function terms which depend on linear accelerations, rotational accelerations and a combination of linear and rotational combination. The study of rotor-bearing system excited by its base motion is not only able to predict the rotational performance, but provides the fundamental data for vibration isolation. In order to illustrate transient response, transient response analysis of a practical application sample were performed. The transient response was carried out for the given base excitation by using the state-space Newmark method that incorporates the average velocity concept.

1. 서 론

로터-베어링 시스템은 회전기계의 핵심구동부로서 회전 기계의 신뢰성과 직결되어 있다. 특히, 원자력 발전소와 같은 플랜트 시설 및 선박과 같은 운송장비에 장착된 로터-베어링 시스템은 외부가진력(environmental excitation)이 발생하는 동안에도 안정된 회전성능과 정상적인 기능을 발휘하여야 한다. 외부가진력의 대표적인 경우는 지진과 같은 랜덤가진(random excitation), 충격에 의한 충격가진(shock excitation), 매개변수 가진(parametric excitation), 일정 주파수를 포함하는 주기적인 가진(periodic excitation) 등으로 분류할 수 있다.

Tessarzik⁽¹⁾ 등은 외부에서 랜덤가진이 수직로터에 가해질 때 로터시스템을 단순화된 3 자유도계로 모델링하여 동적응답을 조사하였으며, Subbiah⁽²⁾ 등은 단순 로터시스템 지지부 기초에 랜덤가진을 가하여 원판(disk), 베어링, 커플

링부의 응답을 조사하였다. Soni⁽³⁾ 등은 지진하중을 받는 자이로스코픽 시스템에 대한 해석을 수행하여 지진하중의 병진 및 회전효과에 대해 수치적 결과를 제시하였다. Hori⁽⁴⁾ 등은 유막베어링으로 지지된 로터시스템의 지진응답을 조사하여 로터의 안정성을 조사하였다. 앞서 언급한 랜덤 및 지진응답 등과 같은 기초가진 로터-베어링 시스템의 선행연구들은 로터의 변형을 무시한 단순화된 로터-베어링 시스템을 사용하여 해석하였다. 그러나 Srinivasan⁽⁵⁾ 등은 선형 보간다항식으로 로터의 변형을 근사화하고, 유막 베어링의 영향, 자이로스코픽의 영향, 병진 및 회전성분이 포함된 기초가진 등을 고려한 일반적인 해석모델을 제시하였으며, Suarez⁽⁶⁾ 등은 로터의 전단변형 및 회전관성을 고려하여 Srinivasan이 제시한 모델을 향상시켰다. 특히, Suarez는 기초의 회전거동에 기인하는 매개변수(parametric variable) 및 비선형 항을 포함하는 가장 일반적인 기초가진 로터-베어링 모델을 제시하였다. 국내에서는 최근 양보석⁽⁷⁾에 의해 증기터빈·발전기축계의 지진응답해석을 수행한 바 있다.

기초가진 로터-베어링 시스템의 연구목적은 기초가진이 발생되었을 때 고정자(stator)와 회전자(rotor) 사이의 마찰을 예측 및 방지하고, 베어링과 저어널 사이가 항상 최소 유막두께를 유지하여 서로 마찰되지 않도록 회전성능을 유

* 한국기계연구원 구조연구부 회전체그룹
E-mail : aslee@kimm.re.kr
Tel : (042) 838-7355, Fax : (042) 838-7440

** 한국기계연구원 구조연구부 회전체그룹

*** 두산중공업(주) 기술연구원

지하는 것이다. 이러한 연구는 외부환경으로부터 로터-베어링 시스템의 진동억제를 위한 진동절연(vibration isolation)의 관점에서 반드시 선행되어야 할 해석이며, 따라서 본 연구에서는 Suarez가 제시한 모델링 기법을 토대로 로터-베어링 시스템의 기초에 임의의 가진력이 인가될 경우 시스템의 동적응답을 알아보려고 한다.

2. 운동방정식(Equation of Motion)

2.1 기본가정(Fundamental Assumption)

Fig. 1과 같은 강체기초(Rigid base)에 놓여있는 로터-베어링 시스템에서 좌표계 XYZ 는 관성기준계(inertial reference frame)이고, 좌표계 xyz 는 기초에 부착된 기준계로 가정한다. 로터상의 임의 점 P에서 미소요소의 x, y 방향 병진변위(베어링 중심선에 대한 변위)를 u_x, u_y 라 하고, x, y 방향에 대한 회전변위를 각각 θ_x, θ_y , 축회전은 z 축에 대해서 일정한 각속도 Ω 로 회전한다고 가정한다. 또한 XYZ 에 대한 기초의 병진변위 성분을 각각 u_{bx}, u_{by}, u_{bz} 라고 하고, 각 방향으로의 회전성분을 $\theta_{bx}, \theta_{by}, \theta_{bz}$ 로 정의한다. 로터축은 z 방향으로 강성이 매우 높기 때문에 z 방향으로의 축변형은 고려하지 않는다.

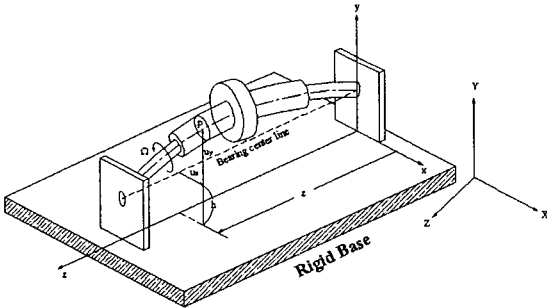


Fig. 1 Rotor-bearing system with rigid base and definition of coordinate systems

2.2 운동해석(Kinematic Analysis)

로터상의 임의점 P의 위치벡터 $\{r_p\}$ 는 XYZ 에 대한 점 P의 위치벡터로서, XYZ 에 대한 xyz 의 원점 위치벡터 $\{r_b\}$ 와 xyz 에 대한 점 P의 위치벡터 $\{r\}$ 의 합으로 표현된다(Fig. 2 참조).

$$\{r_p\} = \{r_b\} + \{r\} \quad (1)$$

여기서, $\{r\} = \{u_x \ u_y \ h \ z\}^T$ 이며, 점 P의 속도벡터는 다음과 같다.

$$\{v_p\} = \{v_b\} + \{\dot{r}\} + [w_b]\{r\} \quad (2)$$

여기서, $\{v_b\} = \{v_{bx} \ v_{by} \ v_{bz}\}^T$, $\{\dot{r}\} = \{\dot{u}_x \ \dot{u}_y \ 0\}^T$

$$[w_b] = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}_{bz} & \dot{\theta}_{by} \\ \dot{\theta}_{bz} & 0 & -\dot{\theta}_{bx} \\ -\dot{\theta}_{by} & \dot{\theta}_{bx} & 0 \end{bmatrix}$$

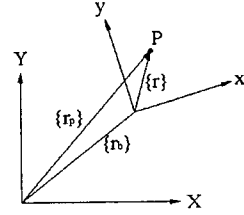


Fig. 2 Position vector of point P

점 P에서 미소요소의 회전운동은 오일러각(Euler angle) α, β, γ 를 이용하여 표현할 수 있으며 주축에 관한 각속도를 w_1, w_2, w_3 라고 하면, 회전운동의 각속도로 주축의 각속도를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{w\} = \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\cos\beta\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ \sin\beta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서, $\alpha = \theta_x + \theta_{bx}$, $\beta = \theta_y + \theta_{by}$, $\gamma = \Omega t$

2.3 에너지 방정식(Energy Equation)

2.3.1 원판(Disk)

집중질량을 나타내는 원판의 에너지는 병진운동에 의한 운동에너지 T_d^t 와 회전운동에 의한 운동에너지 T_d^r 의 합으로 나타낼 수 있다. 만약 원판이 점 P에 위치한다면

$$T_d^t = \frac{m_d}{2} \{v_p\}^T \{v_p\} \quad (4)$$

$$T_d^r = \frac{1}{2} \{w\}^T [I] \quad (5)$$

여기서, m_d 는 원판의 질량이고, $[I] = [I_x \ I_y \ I_z]^T$ 이고 I_x, I_y, I_z 는 각각 원판의 횡관성 질량모멘트 및 극관성모멘트를 나타낸다. 식(4)에서 $\{v_p\}^T \{v_p\}$ 는 다음과 같다.

$$\{v_p\}^T \{v_p\} = \{v_b\}^T \{v_b\} + \{\dot{r}\}^T \{\dot{r}\} - \{r_p\}^T [w_b]^2 \{r\} + 2 \{\dot{r}\}^T [w_b] \{r\} + 2 \{v_b\}^T \{\dot{r}\} + 2 \{v_b\}^T [w_b] \{r\} \quad (6)$$

식(6)을 식(4)에 대입하고 식(3)을 식(5)에 대입하면, 원판의 전체 운동에너지 T_d 는 다음과 같다.

$$T_d = \frac{m_d}{2} (\{v_b\}^T \{v_b\} + \{\dot{r}\}^T \{\dot{r}\} - \{r_p\}^T [w_b]^2 \{r\} + 2 \{\dot{r}\}^T [w_b] \{r\} + 2 \{v_b\}^T \{\dot{r}\} + 2 \{v_b\}^T [w_b] \{r\}) + \frac{1}{2} (I_x \{\dot{\theta}\}^T \{\dot{\theta}\} + 2 \Omega I_o \{\dot{\theta}\}^T \{e_1\} \{e_2\}^T \{\theta\} + \Omega^2 I_o) \quad (7)$$

$$\text{여기서, } \Theta = \begin{Bmatrix} \theta_x + \theta_{ix} \\ \theta_y + \theta_{iy} \end{Bmatrix}, \{e_1\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \{e_2\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

2.3.2 축(Shaft)

축에 대한 에너지는 운동에너지와 축변형으로 인한 변형에너지를 가진다. 점 P에서 미소요소의 병진운동에 의한 운동에너지를 dT_s^t , 회전운동에 의한 운동에너지를 dT_s^r 라고 하면

$$dT_s^t = \frac{1}{2} \rho A \{v_p\}^T \{v_p\} dz \quad (8)$$

$$dT_s^r = \frac{1}{2} \rho \{w\}^T \{I\} dz \quad (9)$$

여기서, ρ 는 축요소의 단위길이당 질량이다. 식(6)을 식(8)에 대입하고 식(3)을 식(9)에 대입한 후 정리하면, 미소 축요소의 전체 운동에너지 dT_s 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} dT_s = & \frac{1}{2} \rho A (\{v_b\}^T \{v_b\} + \{\dot{r}\}^T \{\dot{r}\} - \{\dot{r}\}^T [w_b]^T \{\dot{r}\} + \\ & 2\{\dot{r}\}^T [w_b] \{\dot{r}\} + 2\{v_b\}^T \{\dot{r}\} + 2\{v_b\}^T [w_b] \{\dot{r}\} + \\ & \frac{1}{2} \rho (I_x \dot{\theta}_x^T \dot{\theta}_x + 2\Omega I_o \dot{\theta}_x^T \{e_1\} \{e_2\}^T \dot{\theta}_y + \Omega^2 I_o) dz \end{aligned} \quad (10)$$

변형으로 인한 변형에너지를 dV_s 라 하면 변형에너지는 순수 굽힘에 의한 변형에너지 dV_s^b 와 전단으로 인한 변형에너지 dV_s^s 의 합으로 표현된다. 즉,

$$dV_s^b = \frac{1}{2} (EI \theta')^T \{\theta'\} dz, \quad dV_s^s = \frac{1}{2} (\kappa GA \{\theta_s\}^T \{\theta_s\}) dz \quad (11)$$

축의 전체 변형에너지는 다음과 같다.

$$dV_s = \frac{1}{2} [EI \theta'^T \{\theta'\} + \kappa GA \{\theta_s\}^T \{\theta_s\}] dz \quad (12)$$

여기서, '은 $\frac{\partial}{\partial z}$ 이다.

2.4 운동방정식(Equation of Motion)

2.4.1 원판(Disk)

원판은 변형에너지가 없으며, 이를 고려하여 식(7)을 Lagrange's 방정식에 적용하면 다음과 같은 운동방정식⁽⁶⁾을 유도할 수 있다.

$$[M_d] \{\ddot{q}_d\} + [C_d] \{\dot{q}_d\} + [K_d] \{q_d\} = \{f_{d1}(t)\} + \{f_{d2}(t)\} + \{f_{d3}(t)\} \quad (13)$$

여기서, $q_1 = u_x, q_2 = u_y, q_3 = \theta_x, q_4 = \theta_y$ 이다. 식(13)은 기존의 원판 운동방정식과는 상이한 형태를 보인다. 기초가진을 고려할 경우, $[C_d]$ 항에 자이로스코프 영향 외에 기초의 회전운동에 의한 매개변수 항이 추가가 되며, $[K_d]$ 항이 추가로 생성된다. 또한 가진력항 $\{f_{d2}(t)\}$ 에 속도의 곱으로 표현되는 비선형항이 생성된다.

2.4.2 축(Shaft)

Fig. 3은 전형적인 축 요소를 나타내고 있다. 축의 운동방

정식을 유도하기 위해 먼저 $\{r\}, \{\theta\}, \{\theta_s\}$ 는 보간함수를 이용하여 절점변위로 표현하여야 한다.

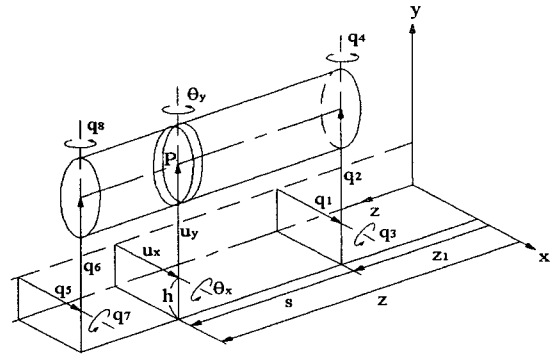


Fig. 3 Typical shaft element and coordinates

$$\{r\} = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y + h \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ h \\ z \end{Bmatrix} = \{u\} + \{e\} = [N_t] \{q\} + \{e\} \quad (14)$$

$$\{\theta\} = \begin{Bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = [N_r] \{q\}, \quad \{\theta_s\} = \begin{Bmatrix} u_y' + \theta_x \\ u_x' - \theta_y \end{Bmatrix} = [N_s] \{q\} \quad (15)$$

여기서, $\{q\} = \{u_{x1}, u_{y1}, \theta_{x1}, \theta_{y1}, u_{x2}, u_{y2}, \theta_{x2}, \theta_{y2}\}^T$,

$\{e\} = \{0 \ h \ z\}^T$ 이며, 또한 $[N_t], [N_r], [N_s]$ 는 각각 병진변위, 회전변위, 전단회전변위를 절점변위에 대해서 표현하는 보간함수 행렬이며 다음과 같다⁽⁶⁾.

$$[N_t] = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & 0 & \psi_2 & \psi_3 & 0 & 0 & \psi_4 \\ 0 & \psi_1 & -\psi_2 & 0 & 0 & \psi_3 & -\psi_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$[N_r] = \begin{bmatrix} 0 & -\phi_1 & \phi_2 & 0 & 0 & -\phi_3 & \phi_4 & 0 \\ \phi_1 & 0 & 0 & \phi_2 & \phi_3 & 0 & 0 & \phi_4 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$[N_s] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \psi_1 - \phi_1 & -\psi_2 + \phi_2 & 0 & 0 & \psi_3 - \phi_3 & -\psi_4 + \phi_4 \\ \psi_1 - \phi_1 & 0 & -\psi_2 + \phi_2 & \psi_3 - \phi_3 & 0 & 0 & -\psi_4 + \phi_4 & \psi_4 - \phi_4 \end{bmatrix} \quad (18)$$

식(10)과 식(12)에 식(14), 식(15)를 각각 대입하고, Lagrange's 방정식을 적용하면 다음과 같은 축 요소의 운동방정식⁽⁶⁾을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & ([M_s^t] + [M_s^r]) \{\ddot{q}_s\} + (\Omega [C_s^t] + \dot{\theta}_{sz} [C_s^r]) \{\dot{q}_s\} + \\ & ([K_s^t] + [K_s^r] + \ddot{\theta}_{sz} [K_s^s]) \{q_s\} = \{f_{s1}(t)\} + \{f_{s2}(t)\} + \{f_{s3}(t)\} \end{aligned} \quad (19)$$

식(19)에서도 원판의 운동방정식과 마찬가지로 기존의 축요소 방정식과는 달리 매개변수항이 발생하며, 또한 가진력항에 비선형 항이 생성된다.

2.4.3 전체 운동방정식(Total Equation of Motion)

선형화된 베어링요소를 고려하고 가진력 등을 조합하면 전체 운동방정식은 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$[M] \{\ddot{q}\} + [C] \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = \{f(t)\} \quad (20)$$

식(20)을 상태공간벡터(state-space vector)를 사용하면 다음과 같은 1차 상미분 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\{\dot{r}\} = [A]\{r\} + \{F\} \quad (21)$$

여기서,

$$[A] = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix}, \{F\} = \begin{bmatrix} [M]^{-1}f(t) \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\{r\} = \{\{\dot{q}\} \quad \{q\}\}^T, \{F(t)\} = \{\{f(t)\} \quad \{0\}\}^T$$

3. 과도응답 해석

3.1 정식화(Formulation)

로터-베어링 시스템의 과도응답을 구하기 위한 직접시간적 방법에는 여러 가지 방법⁽⁹⁾이 있지만 시간간격 Δt 의 크기에 상관없이 무조건적 수치 안정성을 가진 Newmark 법이 가장 널리 사용된다⁽¹⁰⁾. 그러나 식(21)과 같은 형태를 가진 미분방정식에는 기존의 Newmark법을 적용할 수가 없기 때문에 본 절에서는 상태공간 Newmark법⁽¹¹⁾을 이용하고자 한다. 상태공간 Newmark법을 간략하게 소개하면 다음과 같다. Fig. 4와 같이 시간간격 Δt 사이의 속도변화를 평균속도로 가정한다.

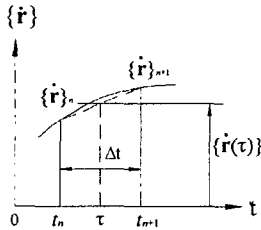


Fig. 4 State-space Newmark's constant average velocity

시간간격 내의 시간을 $\tau (0 \leq \tau \leq \Delta t)$ 로 정의하면, 평균속도는

$$\{\dot{r}(\tau)\} = \frac{1}{2} [\{\dot{r}\}_{n+1} + \{\dot{r}\}_n] \quad (22)$$

초기조건 $\tau = 0$ 에서 $\{r\}_n$ 을 고려하여 식(22)를 적분하면 변위는 다음과 같다.

$$\{r(\tau)\} = \{r\}_n + \frac{\tau}{2} [\{\dot{r}\}_{n+1} + \{\dot{r}\}_n] \quad (23)$$

$\tau = \Delta t$, 즉 시간 t_{n+1} 에서의 변위는 식(23)으로부터

$$\{r\}_{n+1} = \{r\}_n + \frac{\Delta t}{2} [\{\dot{r}\}_{n+1} + \{\dot{r}\}_n] \quad (24)$$

식(24)으로부터 시간 t_{n+1} 에서의 속도는

$$\{\dot{r}\}_{n+1} = \frac{2}{\Delta t} [\{r\}_{n+1} - \{r\}_n] - \{\dot{r}\}_n \quad (25)$$

식(21)에 대해 시간 t_{n+1} 에서의 운동방정식을 고려하고, 식(25)를 대입하여 정리하면,

$$\{r\}_{n+1} = ([I] - \frac{\Delta t}{2}[A])^{-1} (\{r\}_n + \frac{\Delta t}{2}\{\dot{r}\}_n + \frac{\Delta t}{2}\{F\}_{n+1}) \quad (26)$$

시간 t_n 에서의 상태값을 이용하여 식(26)을 계산하면 시간 t_{n+1} 에서의 상태값 또는 변위 및 속도벡터가 구해진다. 이상에서 제안된 상태공간 Newmark법은 기존의 방법에 비해 정식화가 보다 간편하게 이루어지며, 프로그램 코딩이 용이하다.

3.2 수치 시뮬레이션(Numerical Simulation)

3.2.1 로터-베어링 시스템(Rotor-Bearing System)

기초가진 과도응답 해석을 위하여 실제적인 로터-베어링 FE 모델과 베어링 강성 및 감쇠계수를 Fig. 5와 같이 선정하였으며, 수치해석 방법은 앞서 언급한 상태공간 Newmark법을 적용하였다. 제시한 모델의 회전속도에 따른 위험속도(critical speed)를 Fig. 6, 안정성을 나타내는 대수감쇠(logarithm decrement)를 Fig. 7에 각각 나타내었다. 제시한 모델의 1, 2차 역·정선회 위험속도는 73.87, 74.36, 141.52, 148.92Hz이며, 정격회전속도는 6,500rpm이다.

3.2.2 기초가진 과도응답(Transient Response)

기초가진에 대한 로터-베어링 시스템의 응답을 조사하기 위하여 Fig. 8에서 보는 바와 같이 y 방향으로만 인가시간이 0.01sec이고 최대가속도가 3g인 half sine을 기초에 가친시켰다. Brg. 1에서 y 방향 최대 상대응답은 200 μ m(pk-pk), Brg. 2에서는 173.7 μ m(pk-pk), 불균형위치에서는 439.8 μ m(pk-pk)가 각각 발생되었다. 만약 베어링과 제어널의 반경 틈새(radial clearance)가 100 μ m이하이면 축 제어널과 베어링에서 마찰로 인하여 회전성능에 영향을 끼칠 수 있음을 알 수 있다. x 방향으로는 y 방향에 비해서 응답진폭이 작으며, 응답초기에는 과도응답이 발생하고 시간이 지남에 따라 불균형에 의한 정상상태 응답이 x, y 방향으로 존재함을 알 수 있다. 로터의 최대응답은 기초가진력의 크기에 의존하기 때문에 기초가진력의 크기를 정확히 파악한 후, 최대응답을 예측해야 하며, 또한 최대응답과 반경틈새를 고려하여 진동결연의 필요성을 판단하여야 한다.

4. 결론

본 연구에서는 로터-베어링에 시스템의 기초에 임의의 가진력이 발생될 경우 시스템의 과도동적응답을 알아보았다.

이를 위하여 기초가진 로터-베어링 시스템의 체계적인 정식화를 제시하였으며, 상태공간 Newmark법을 이용하여 과도 동적응답을 구하였다. 정식화에 따른 운동방정식과 상태공간 Newmark법을 실제적인 로터-베어링 시스템에 적용한 결과 기초가진력이 발생될 경우 저어널과 베어링에서의 상대응답 예측으로부터 회전성능 유지성을 판단할 수 있으며, 진동절연 시스템의 설계 시 매우 중요한 설계인자로 제공될 수 있다.

후 기

본 연구는 한국기계연구원 기본사업 '동역학 시뮬레이션 기술개발' 과제 및 두산중공업(주) 수탁 '터빈축계 과도응답 진동해석 기술개발 및 검증시험' 과제의 지원을 받아 수행되었으며, 관계자 여러분께 감사드립니다.

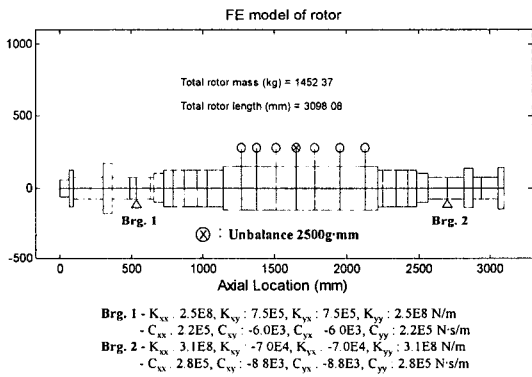


Fig. 5 Practical FE model of rotor-bearing system and dynamic bearing coefficient

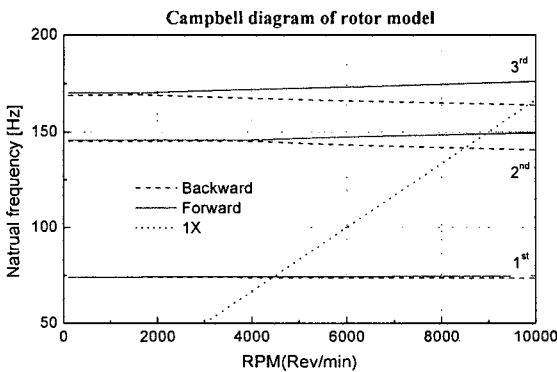


Fig. 6 Critical speed vs. rotational speed of the FE model

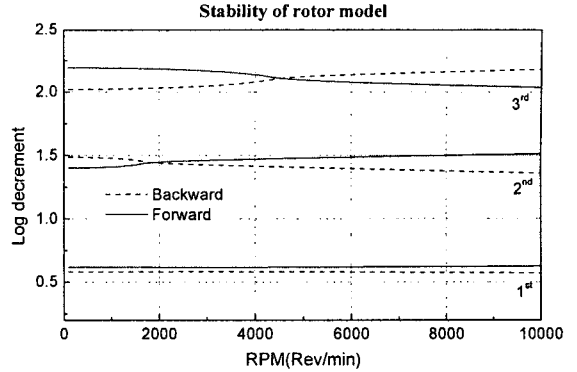


Fig. 7 Stability map of the FE model

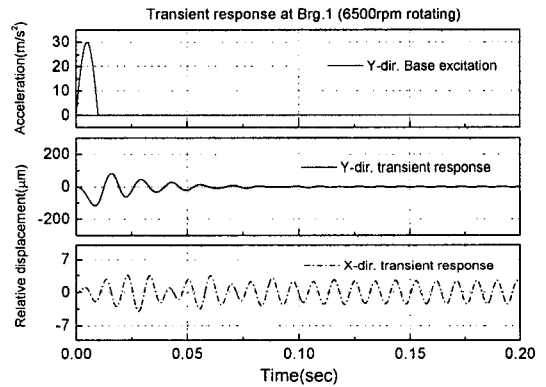


Fig. 8 Characteristics of base excitation and response at Brg. 1

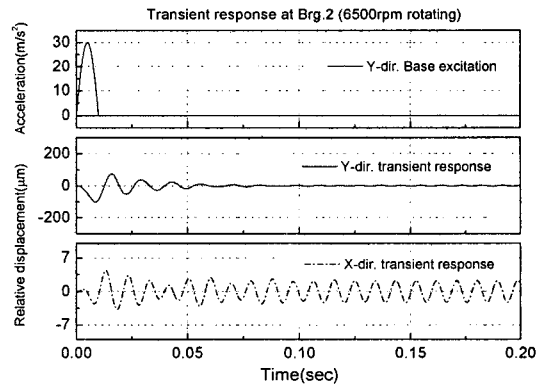


Fig. 9 Characteristics of base excitation and response at Brg. 2

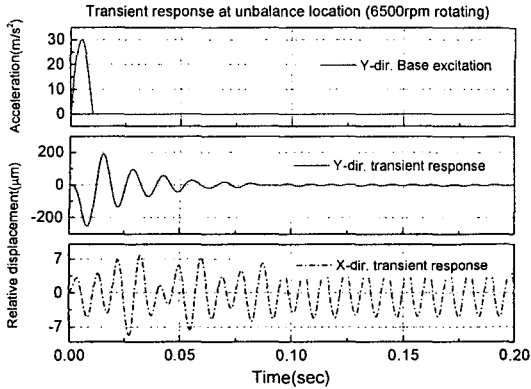


Fig. 10 Characteristics of base excitation and response at unbalance location

참 고 문 헌

- (1) Tessarzik, J. M., Chiang T. and Badgley R. H., 1974, "The Response of Rotating Machinery to External Random Excitation," *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 96, No. 2, pp. 477~489.
- (2) Subbiah, R., Bhat, R. B. and Sanker, T. S., 1985, "Response of Rotors Subjected to Random Support Excitations," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 107, pp. 453~459.
- (3) Soni, A. H. and Srinivasan, V., 1983, "Seismic Analysis of a Gyroscopic Mechanical System," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 105, pp. 449~455.
- (4) Hori, Y. and Kato, T., 1990, "Earthquake-Induced Instability of a Rotor Supported by Oil Film Bearings," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 107, pp. 160~165.
- (5) Srinivasan, V. and Soni, A. H., 1984, "Seismic Analysis of a Rotor-Bearing System," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 12, pp. 287~311.
- (6) Suarez, L. E., Singh, M. P. and Rohanimanesh, M. P., 1992, "Seismic Response of Rotating Machines," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 21, pp. 21~36.
- (7) 양보석, 김용한, 1999, "증기터빈·발전기축계의 지진응답 해석," *한국소음진동공학회*, 제 9권, 제 3 호, pp. 554~564.
- (8) Nelson, H. D., 1980, "A Finite Rotating Shaft Element Using Timoshenko Beam Theory," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 102, pp. 793~803.
- (9) Humar, J. L., 1990, *Dynamics of Structures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- (10) Krieg, R. D., 1973, "Unconditional stability in numerical time integration methods," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 40, pp. 417~421.
- (11) 이안성, 김병욱, 김영철, 김영춘, 2003, "평균속도 개념을 적용한 상태공간에서의 과도동적응답 해석," *한국소음진동공학회 춘계학술대회*.