

보 보강재 배치 최적화 문제에서의 기하구속조건 처리기법

A Geometry Constraint Handling Technique in Beam Stiffener Layout Optimization Problem

이준호*·박영진**·박윤식***

Joon-Ho Lee, Youngjin Park and Youn-Sik Park

Key Words : Beam stiffener (보 보강재), Layout optimization (배치 최적화), Geometry constraint (기하구속조건), Geometry algorithms (기하 알고리즘), Natural frequency (고유 진동수)

ABSTRACT

Beam stiffeners have frequently been used for raising natural frequencies of base structures. In stiffener layout optimization problems, most of the previous researches considering the position and/or the length of the stiffener as design variables dealt with structures having just simple convex shapes such as a square or rectangle. The reason is concave shape structures have difficulties in formulating geometry constraints. In this paper, a new geometry constraint handling technique, which can define both convex and concave feasible regions and measure a degree of geometry constraint violation, is proposed. Evolution strategies (ESs) is utilized as an optimization tool. In addition, the constraint-handling technique of EVOSLINOC (EVOLUTION Strategy for scalar optimization with Lnear and NOnlinear Constraints) is utilized to solve constrained optimization problems. From a numerical example, the proposed geometry constraint handling technique is verified and proves that the technique can easily be applied to structures in not only convex but also concave shapes, even with a protrusion or interior holes.

1. 서 론

구조물 동특성 변경법 (structural dynamics modification)은 고유 진동수 및 모드 형상, 주파수 응답함수와 같은 기저 구조물 (base structure)의 동특성을 향상시키기 위해, 부가 구조물 (auxiliary structure)의 첨삭을 통해 기저 구조물을 최적으로 변경하고자 할 때 많이 사용되는 방법으로, 1970년대 이후로 많은 연구가 수행되어 왔다. 최근에, 구조물 동특성 변경의 전반적인 방법론 및 고려해야 할 사항 (예: 모드 자름 오차, 회전 자유도 등)들이 Avitabile 에 의해 정리되었다⁽¹⁾. 보 보강재는 기저 구조물의 고유 진동수를 높이는 목적으로 많이 사용되어 왔는데, 보강재의 부착에 의해 유발되는 질량 증가량은 적은 편이나 전체 구조물의 강성은 매우 크게 영향을 받게 된다. 보 보강재를 이용한 기저 구조물의 고유 진동수 극대화 문제에 있어서, 보강재의 단면 치수들만을 주요 설계 변수로 고려하고 보강재의 위치나 길이들은 최적화 이전에 이미 결정해 두고 설계 변수로는 고려하지 않는 것이 일반적이었다. 그러나, 이러한 간과된 설계 변수들 (즉, 위치나 길이) 역시 기저 구조물의 동특성에 상당한

영향을 주는 것이 밝혀졌다^(2,3,4,5,6). 만약 보강재의 위치와 길이를 설계 변수로 고려하고, 보강재가 기저 구조물 내부 (feasible region)에 위치하도록 구속 조건을 부가하면, 보강재 배치 최적화 문제는 구속 최적화 문제가 된다. 기저 구조물이 볼록한 (convex) 형상을 갖는 경우, 실행가능영역 (feasible region)은 부등식 구속조건들 (inequality constraints)을 이용해서 수학적으로 표현이 가능한 반면, 오목한 (concave) 형상을 갖는 경우에는, 수학적으로 실행가능영역을 표현하는 것은 어렵다. 이러한 경우를 효과적으로 쉽게 다루기 위해서, 본 논문에서는 컴퓨터 그래픽스 분야에서 사용되는 기하 알고리즘⁽⁷⁾ (geometry algorithms)을 채택하였다. 기하 알고리즘에 의해 정의된 실행가능영역을 기반으로 하여, 개체 기반 (population-based) 최적화 기법인 진화 전략⁽⁸⁾ (evolution strategies)을 사용하였고, 구속 최적화 문제를 풀기 위해, Binh 과 Korn 에 의해 제안된 EVOSLINOC⁽⁹⁾의 구속조건 처리기법을 적용하였다.

2. 보 보강재 배치 최적화

2.1 문제 정의

본 논문에서는 Fig. 1 에서 설명되어 있는 것처럼, 기저 평판 구조물의 첫 번째 고유 진동수 ω_1 을 높이기 위한 보 보강재 배치 최적화 문제를 고려한다. 설계 변수 x 로는 보강재의 한쪽 끝점의

* 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : justinlee@kaist.ac.kr
Tel : (042) 869-3060, Fax : (042) 869-8220
** 한국과학기술원 기계공학과
*** 한국과학기술원 기계공학과

좌표 (x, y) , x 축으로부터의 보강재의 회전각 θ , 보강재의 길이 L 를 선택하였다. 보강재가 평판 구조물의 내부에 위치하도록 기하구속조건을 부가하면, 고려되는 문제는 구속 최적화 문제가 된다.

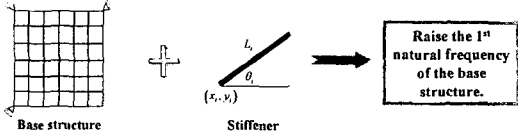


Fig. 1 문제 정의

2.2 기하 알고리즘의 필요성

평판 구조물이 Fig. 2 와 같이 볼록한 (여기서는 직사각형) 형상을 갖고 있다면, 기하구속조건은 다음과 같이 부등식 구속조건들을 이용해서 수학적으로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} 0 \leq x, x_i + L \cos \theta_i &\leq a \\ 0 \leq y, y_i + L \sin \theta_i &\leq b \end{aligned} \quad (1)$$

이러한 부등식 구속조건들은 구속 최적화 문제를 풀 경우에, 엔지니어에 의해 제공되어야 한다. 여기서, Eq. (1)을 만족시키는 해를 실행 가능한 (feasible) 해라고 지칭한다.

일반적으로, 보강재는 보 요소 (beam element)를 사용해서 모델링 되고, 기하학적으로는 선분으로 나타내어진다. 따라서, Eq. (1)은 선분이 2 차원 볼록 다각형 (convex polygon) 내부에 포함될 조건에 해당한다. 여기서, 볼록한 다각형은 다각형 내부의 임의의 두 점을 연결하는 모든 선분들을 포함하는 특징을 갖고 있다. 그러나, 평판 구조물이 Fig. 3 과 같이 오목한 형상을 갖는 경우에는, 주어진 이용 가능한 정보 (즉, 보강재의 양쪽 끝점의 좌표들)만을 이용해서 기하구속조건을 수학적으로 표현하는 것은 어렵게 된다. 이러한 이유로 대부분의 선형연구들^(2,3,4,5,6)은 정사각형이나 직사각형과 같은 단순한 형태의 볼록한 형상을 갖는 평판 구조물만을 대상으로 하고 있다. 만약 평판 구조물 내부에 빈 공간이나 보강재의 움직임을 제한하는 돌출된 부분이 있는 경우에는 기하구속조건의 수학적 표현 자체가 더욱 힘들어지게 된다. 게다가, 평판의 형상이 매우 복잡한 경우, 실행가능영역을 정의하기 위해서는 매우 많은 부등식 구속조건들이 필요하게 된다. Fig. 4 는 평판 유한요소모델의 영역 Ω 를 정의하기 위해 필요한 10 개의 꼭지점들을 보여주고 있는데, 보강재가 다각형 내부에 존재하는지 여부를 검사하기 위해서는 총 20 개의 부등식 구속조건들이 필요함을 알 수 있다. 즉 보강재의 각각의 한쪽 끝점에 대해 10 개의 부등식 구속조건들 $(g_i(x, y) = a_i x + b_i y + c_i \leq 0, i = 1, \dots, 10)$

이 필요하게 된다. 따라서, 실행가능영역을 정의하기 위해 필요한 꼭지점들의 수가 증가할수록, 더욱 많은 부등식 구속조건들이 필요하게 된다. 그러나, 기하 알고리즘을 사용할 경우에는 볼록 및 오목한 실행가능영역들의 정의 및 설계 변수들의 실행가능성 검사를 매우 쉽게 수행할 수 있게 된다. 이 때, 유일하게 필요한 정보는 실행가능영역을 정의하는데 사용되는 다각형 꼭지점들의 좌표 값들이다.

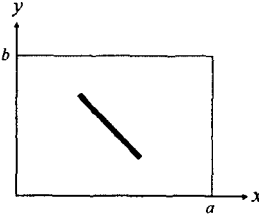


Fig. 2 볼록 다각형

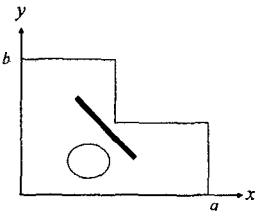


Fig. 3 오목 다각형

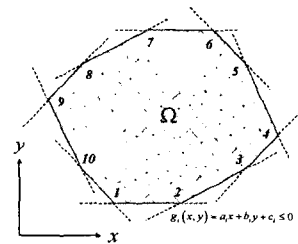


Fig. 4 복잡한 형상의 실행가능영역

3. 기하 알고리즘에 의한 실행가능영역의 정의 및 실행가능성 검사

3.1 다각형 내부에 한 점의 위치 여부 검사

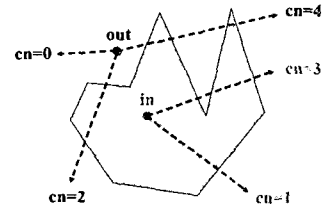


Fig. 5 교차수 방법

보 보강재가 평판 구조물 내부에 위치되어야 한다는 구속조건은 '선분이 2 차원 다각형에 포함되어야 한다'로 기술될 수 있다. 여기서, 보강재는 선분으로, 평판 구조물의 영역 (즉 실행가능영역)은 2 차원 다각형으로 표현된다. Fig. 5 는 임의의 한 점에서 출발하는 광선이 다각형의 모서리들과 교차하는 개수를 계산하는 교차수 방법 (crossing

number method)을 도식적으로 보여주고 있다. 만약 교차수가 홀수인 경우에는, 그 점은 다각형의 내부에 위치하게 되고, 짝수인 경우에는 다각형의 외부에 위치하게 된다. 교차수 방법은 볼록한 다각형 뿐만 아니라 오목한 다각형에 대해서도 적용할 수 있다.

3.2 다각형 내부에 한 선분의 위치 여부 검사

Fig. 6 과 같은 볼록 다각형의 경우에 임의의 선분은, 선분의 양쪽 끝점이 모두 다각형 내부에 위치하기만 하면, 그 선분은 다각형 내부에 위치하게 된다. 그러나, 오목 다각형의 경우에는 Fig. 7 과 같이 선분과 다각형의 모서리들 간의 교차 여부 검사가 부가적으로 필요하다. 따라서 오목 다각형의 경우, 1) 선분의 양쪽 끝점이 모두 다각형 내부에 위치하고, 2) 선분과 다각형의 모서리들 간의 교차점이 존재하지 않는 경우에 그 선분은 다각형 내부에 위치하게 된다.

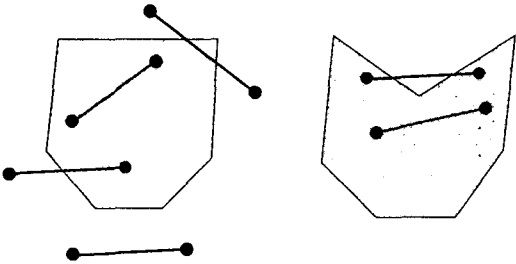


Fig. 6 볼록 다각형

Fig. 7 오목 다각형

3.3 다각형 내부에 다각형의 위치 여부 검사

임의의 선분의 다각형 내부 위치 여부 검사를 바탕으로, 다각형 내부에 다른 다각형의 위치 여부 역시 검사할 수 있다. 우선 실행가능영역을 Fig. 8 과 같이 1) 다각형 $V1_{out}$ 의 내부 영역과 2) 다각형 $V1_{in}$ 의 외부 영역의 교집합이라고 가정하자. 그러면, 임의의 다각형 $V2$ 는 다음의 조건들을 만족시키면, 실행가능영역 내부에 위치하게 된다.

- ✓ 다각형 $V2$ 의 모든 모서리들은 다각형 $V1_{out}$ 내부에 위치해야 한다.
- ✓ 다각형 $V2$ 의 모든 모서리들은 다각형 $V1_{in}$ 외부에 위치해야 한다.
- ✓ 다각형 $V1_{in}$ 의 모든 모서리들은 다각형 $V2$ 내부에 위치하면 안 된다.

여기서, 다각형의 모서리 자체는 선분이며, 다각형 $V1_{in}$ 은 평판 내부에 존재하는 돌출부나 구멍을 나타낸다.

요약해 보면, 실행가능영역은 다각형의 꼭지점 좌표로 정의되며, 이는 평판 구조물의 유한요소모

델로부터 쉽게 얻을 수 있고, 실행가능성 검사는 2 차원 다각형 내부에 선분의 위치 여부 검사를 통해 쉽게 수행될 수 있다. 3 장에서 기술된 내용은 임의의 표면법선벡터 (surface normal vector) $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ 를 갖는 3 차원 평면 다각형에도 $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ 에서 $\hat{\mathbf{n}} = (0, 0, 1)$ 로의 좌표변환을 통해 동일하게 적용될 수 있다.

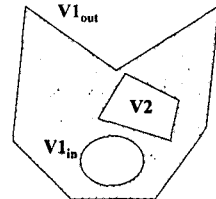


Fig. 8 다각형 내부에 다각형의 위치 여부 검사

4. 기하 알고리즘을 이용한 기하구속조건

건 위배 정도의 정량화

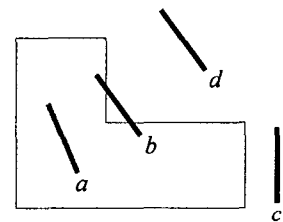


Fig. 9 실행가능개체 'a'와 실행불가능개체 'b,c,d'

기하 알고리즘을 사용하여 다각형 내부에 선분의 위치 여부를 검사할 경우, 그 결과값은 두 개의 값들, 즉, 0 (feasible) 또는 1 (infeasible)로만 이루어진다. 따라서 다각형 내부에 위치하지 않는 모든 선분들은 동일한 C-적합치 (기하구속조건 위배량)⁽⁹⁾를 가지게 된다. 그러나, Fig. 9 에서 알 수 있듯이, 실행불가능한 선분 'b'는 실행불가능한 선분 'c'와 'd'보다는 더 나은 경우로, 그 이유는 선분 'b'의 일부분이 다각형 내부에 존재하기 때문이다. 게다가 실행불가능한 선분 'c'는 실행불가능한 선분 'd'에 비해 더 나은 경우인데, 이는 선분 'c'가 다각형의 모서리에 더 가깝기 때문이다. EVOSLINOC 에서는 실행불가능한 개체들 간의 우열을 평가하기 위해 C-적합치를 사용하므로, 기하 알고리즘을 사용할 경우에는 부가적인 전략이 필요하게 된다. Fig. 10 은 기하구속조건의 위배 정도를 정량화하기 위해 본 논문에서 제안된 전략을 보여주고 있다. 이 전략은 다음과 같은 두 개의 사항을 고려하고 있다.

- ① 다각형 외부에 놓여있는 선분의 부분 비율

$$(l_{out} / (l_m + l_{out})).$$

- ② 선분이 다각형 외부에 놓여있는 경우, 선분에서 가장 가까운 곳에 위치한 다각형의 모서리로부터 선분까지의 최단거리 *dist*.

따라서, 임의 개체의 C-적합치는 다음과 같이 계산된다.

$$C(x) = \max \left\{ \frac{l_{out}}{l_m + l_{out}} + \text{floor} \left(\frac{l_{out}}{l_m + l_{out}} \right) \cdot \text{dist}, 0 \right\} \quad (4)$$

여기서, *floor*(*x*)는 *x*를 넘지 않는 가장 큰 정수를 구해준다. 따라서, Fig. 9의 네 개체들의 C-적합치는 다음과 같다.

- 선분 a: 0 (실행가능개체)
- 선분 b: $l_{out} / (l_m + l_{out})$
- 선분 c: 1
- 선분 d: $1 + d_i$

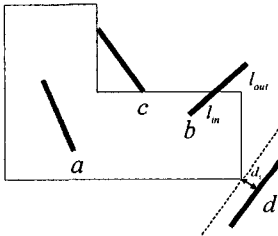


Fig. 10 기하구속조건의 위배 정도

네 개체들의 F-적합치 (목적 함수값)는, 선분 'a'의 경우 $-\omega_1 (< 0)$ 이 되고, 선분 'b, c, d'의 경우에는 0이 된다. 여기서 ω_1 은 보 보강재에 의해 보강된 평판의 첫 번째 고유 진동수를 의미한다. 한 가지 주목할 만한 사항은, 다각형의 모서리들 자체도 이 단계에서 실행가능영역의 일부로 간주될 수 있다는 점이다.

5. 모의 실험

기하 알고리즘을 사용한 기하구속조건 처리기법을, L자형 평판 구조물의 첫 번째 고유 진동수를 높이기 위한 보 보강재 배치 최적화 문제에 적용하였다.

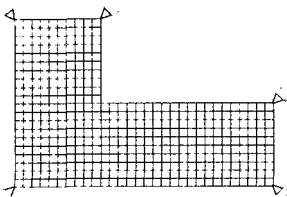


Fig. 11 L자형 평판의 유한요소모델

5.1 Case 1

Fig. 11은 다섯 지점이 단순 지지된 L자형 평판 구조물의 유한요소모델을 보여주고 있다. 2장에서 기술된 바와 같이, 네 개의 설계 변수 (즉 보강재의 한쪽 끝점의 좌표, 회전각, 길이)들이 최적화 문제에서 고려되었다. 평판과 보 보강재는 강철 재질이며, 평판의 두께는 3mm, 보강재는 폭 5mm, 높이 10mm인 직사각형 단면을 가지고 있다. 우선, 보 보강재가 놓일 영역을 Fig. 12와 같이 2차원 오목 육각형 VO로 정의한다. 6개의 꼭지점들의 좌표는 다음과 같다.

$$\mathbf{VO} = \begin{bmatrix} \mathbf{VO}_x \\ \mathbf{VO}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.5 & 1.5 & 0.5 & 0.5 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.5 & 0.5 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (\text{meter}) \quad (5)$$

보 보강재를 나타내는 선분 S의 기하정보 (즉 양쪽 끝점의 좌표값)는 주어진 설계 변수로부터 얻을 수 있다. 만약 선분 S가 다각형 VO 내부에 위치하면 ($C(x) = 0$), 보강된 평판의 고유 진동수들이 계산된다. 이 때, 보강재의 변위는 평판 요소들의 형상 함수 (shape function)들을 사용해서 보간 되고, 이로 인해 보강재는 평판 상의 임의의 위치에 놓일 수 있게 된다.

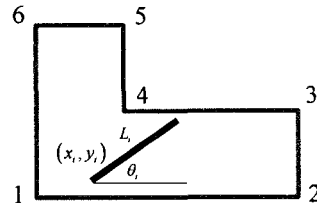


Fig. 12 보강재가 놓일 실행가능영역

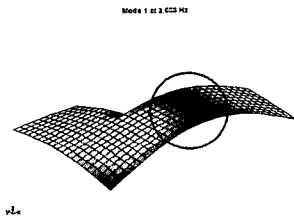


Fig. 13 첫 번째 모드에서의 모달 동적 변형률 에너지 분포

Fig. 13은 첫 번째 모드 ($\omega_1 = 3.6660\text{Hz}$)에서 평판에 걸리는 모달 동적 변형률 에너지를 보여주고 있다. 첫 번째 모드는 굽힘 모드로서, 원으로 표시된 영역 내에 높은 변형률 에너지가 존재함을 알 수 있다. 이로부터 이 영역 근방의 큰 진동량을 억제시키는 방향으로 보강재가 위치되어야 함을 예측할 수 있다.

진화 전략 최적화 기법을 사용할 때 필요한 초기 개체 (initial individual) 들은, Fig. 14 에서 표시된 실행불가능영역에 적어도 한쪽 끝점이 위치하도록 임의로 생성시켰다. 따라서 모든 초기 개체들은 실행불가능 상태가 된다. 참고적으로, 부모 개체의 개수는 40, 자손 개체의 개수는 100 으로 설정하였다.

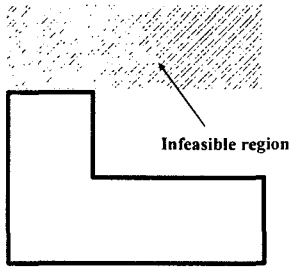


Fig. 14 초기 개체들이 생성될 실행불가능영역

Fig. 15 와 16 은 각각 최적화 과정 동안, 보강재 배치 변화 및 보강된 평판의 첫 번째 고유 진동수 상승을 나타내고 있다. 0 으로 표시된 보강재는 초기 실행불가능 개체들 중 가장 우수한 (즉, 가장 작은 C-적합치를 갖는) 개체이다. 그리고 특정 세대에서, 가장 우수한 (즉, 가장 작은 F-적합치) 개체가 Fig. 15, 16 에 나타나 있다. 최적화로 얻어진 보강재의 배치는 Fig. 15 에서 5 로 표시되어 있고, 보강재가 평판의 하단 모서리를 따라서 수평으로 놓여졌을 때, 첫 번째 고유 진동수 ω_1 은 3.9965Hz 로 상승된 것을 볼 수 있다.

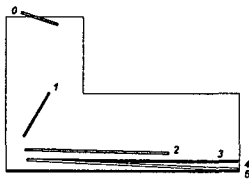


Fig. 15 최적화 과정 동안의 보강재 배치 변화 (Case 1)

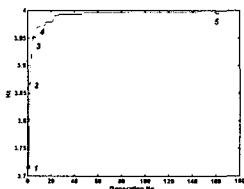


Fig. 16 최적화 과정 동안의 보강된 평판의 첫 번째 고유 진동수 (Case 1)

5.2 Case 2

제안된 기하구속조건 처리기법의 성능을 검증

하기 위해, Fig. 17 과 같이 실행가능영역 내부에 실행불가능영역이 더해졌다. 이 영역은 최적화 과정 동안에 보강재의 움직임을 제한하는 역할을 하게 된다. 더해진 실행불가능영역은 평판 내부에 존재하는 돌출부나 구멍을 나타낼 수 있다. 그러나 Case 1 에서 사용된 평판 유한요소모델이 동일하게 사용되므로, 얻어지는 최적해는 Case 1 과 동일해야만 한다. 즉, 더해진 실행불가능영역은 최적해를 얻는 과정에 있어서 단지 장애물의 역할만을 하게 된다. 보강재가 놓이지 못하는 실행가능영역은 2 차원 블록 사각형으로 정의되고, 4 개의 꼭지점들 좌표는 다음과 같다.

$$VI = \begin{bmatrix} VI_x \\ VI_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & 1.25 & 1.25 & 0.25 \\ 0.20 & 0.20 & 0.30 & 0.30 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Case 1 과 2 의 차이점은 단지 실행가능영역에만 있고 나머지 조건들은 동일하게 설정하였다.

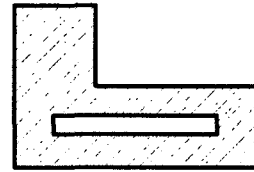


Fig. 17 내부에 실행불가능영역을 갖는 실행가능영역

최적화를 통해 얻어진 Case 2 의 최적 보강재 배치는 Fig. 18 에서 5 로 표시되어 있는데, Case 1 의 결과와 동일한 결과임을 알 수 있다. 이 때의 보강된 평판의 첫 번째 고유 진동수 ω_1 은 3.9965Hz 이다.

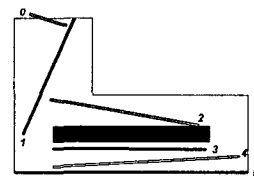


Fig. 18 최적화 과정 동안의 보강재 배치 변화 (Case 2)

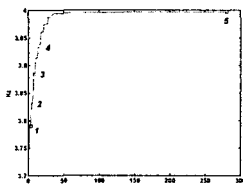


Fig. 19 최적화 과정 동안의 보강된 평판의 첫 번째 고유 진동수 (Case 2)

5.3 Case 3

Case 2 와 달리, Case 3 에서는 실행가능영역이 내부에 존재하는 실행불가능영역에 의해 두 개의 영역으로 분리된 경우를 고려하였다 (Fig. 20). Case 1 에서 사용된 초기 개체들이 동일하게 사용되었고, 이들은 내부 실행불가능영역의 상부에 위치하므로, 실행불가능영역의 하부에 위치해 있는 최적해를 찾기 위해서는 최적화 과정 동안 실행불가능영역을 가로질러 가야만 하는 경우이다. 실행불가능영역은 2 차원 불록 사각형으로 정의되고, 4 개의 꼭지점들 좌표는 다음과 같다.

$$VI = \begin{bmatrix} VI_x \\ VI_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.5 & 1.5 & 0.0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

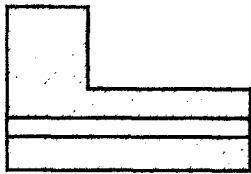


Fig. 20 내부에 존재하는 실행불가능영역에 의해 분리된 실행가능영역

최적화된 보강재 배치는 Fig. 21 에서 5 로 표시되어 있는데, Case 1, 2 와 동일한 결과를 얻었음을 알 수 있다. 보강된 평판의 첫 번째 고유 진동수 ω_1 은 역시 3.9965Hz 이다.

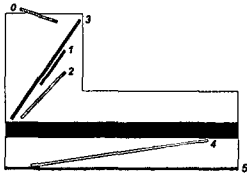


Fig. 21 최적화 과정 동안의 보강재 배치 변화 (Case 3)

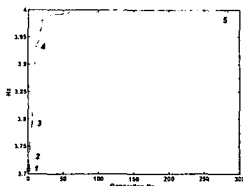


Fig. 22 최적화 과정 동안의 보강된 평판의 첫 번째 고유 진동수 (Case 3)

6. 결론

본 논문에서는, 평판 기저 구조물의 첫 번째 고유 진동수를 상승시키기 위한 보 보강재 배치 최

적화 문제를 고려하였다. 이 때 설계 변수로는 보강재의 위치 및 길이를 선정하였다. 최적화 문제에서의 기하구속조건을 처리하기 위해, 기하 알고리즘을 사용하는 방법을 제안하였으며, 이를 L 자형 평판 구조물에의 적용을 통해 검증하였다. 또한 제안된 기법은 1) 불룩한 형상 및 오목한 형상을 갖는 구조물, 2) 돌출부나 내부에 구멍을 갖고 있는 구조물의 경우에도 쉽게 적용 가능함을 보였다.

후기

본 연구는 국가지정연구실사업 “진동 저감을 위한 동특성 변경기술 (NRL:M1-0001-00-0139)”과 두 뇌한국사업(BK21)의 지원에 의한 것입니다.

참고 문헌

- (1) Avitabile, P., 2002, “Twenty years of structural dynamics modification – a review”, Proceedings of the 20th International Modal Analysis Conference, Los Angeles, CA, USA, pp. 356~372.
- (2) Liu, Z. S., Hansen, J. S., and Oguamanam, D. C. D., 1998, “Eigen value sensitivity of stiffened plates with respect to the location of stiffeners”, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 16, pp. 155~161.
- (3) Marcelin, J. L., 2002, “Genetic optimization of stiffened plates without the FE mesh support”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 54, pp. 685~694.
- (4) Fatemi, J., and Trompette, P., 2002, “Optimal design of stiffened plate structures”, Proceedings of the 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Denver, CO, USA, AIAA Paper 2002-1672.
- (5) Jung, E. I., and Park, Y. S., 2003, “Structure optimization using coupling position of substructure based on measured frequency response functions”, Proceedings of Inter-Noise 2003, Seogwipo, Jeju, Korea, pp. 3576~3583.
- (6) Lee, J. H., and Park, Y. S., 2003, “SDM, utilizing evolution strategies: application to substructures having non-matching nodes”, Proceedings of the 21st International Modal Analysis Conference, Kissimmee, FL, USA, Paper No. 114.
- (7) O'Rourke, J., 1998, Computational Geometry in C, 2nd edition, Cambridge University Press.
- (8) Ohkura, K., Matsumura, Y., and Ueda, K., 2001, “Robust evolution strategies”, Applied Intelligence, Vol. 15, pp. 153~169.
- (9) Binh, T. T., and Korn, U., 1997, “Scalar optimization with linear and nonlinear constraints using evolution strategies”, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1226, pp. 381~392.
- (10) Coello, C. A. C., 2002, “Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: a survey of the state of the art”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 191, pp. 1245~1287.