

터부 알고리즘에 의한 대공간 구조물의 최적설계

The Optimum Design of Spatial Structures by TABU Algorithm

한 상 을*
Han, Sang-Eul

이 상 주**
Lee, Sang-Ju

조 용 원***
Cho, Yong-Won

김 민 식***
Kim, Min-Sik

ABSTRACT

The purpose of optimum design for structures is to minimize the cost and to obtain the reasonable structural systems. This design algorithm have many objective functions including discrete variables as sections, weight, stiffness and shapes. Simulated annealing, Genetic algorithm and TABU algorithm are used search for these optimum values in the structural design. TABU algorithm is applied to many types structures to search for section and distribution optimization and compared with the results of Genetic algorithm for evaluating the efficiency of this algorithm. In this paper, the plane truss of 10 elements and the space truss of 25 element having 10 nodes, star dome and cable dome are analyzed as analytical models.

1. 서 문

대공간 구조물의 설계에서 최소한의 자원 투입으로 구조물에 요구되는 최고 수준의 사용성과 안정성을 확보하기 위하여 최적설계와 성능설계 개념의 적용이 요구된다. 최적화 기법은 주어진 제약조건과 목적함수를 만족하는 최적의 상태를 찾는 것이며, 컴퓨터 하드웨어, 최적화 이론 및 수치해석적인 기법의 개발과 더불어 연구 발전되어 왔다. 이를 이용한 최적설계는 주어진 하중과 경계조건에 맞도록 구조물의 형상과 크기를 동시에 변화시키는 기법으로, 사용되는 재료를 재분배함으로써 궁극적으로 가장 경제적이고 안정성이 확보된 구조물을 설계하는 방법이다.

대공간 구조물의 최적설계에 있어서는 외부하중에 따른 구조물의 응력분포에 대응하여 적절한 단면의 부재를 배치함으로써 소요되는 부재의 총중량을 최소화하는 단면 최적화, 3차원적으로 자연스러운 힘의 흐름을 유도하고 처짐을 제어하기 위한 형태 최적화 등이 있다. 이러한 최적화 문제를 효율적으로 해결하기 위하여 여러 가지 방법들이 연구되었으며, 그 대표적인 예로 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing), 유전 알고리즘(genetic algorithm)을 들 수 있다. 특히 유전 알고리즘은 생물의 진화과정을 모방한 확률적 탐색기법이다. 유전 알고리즘을 이용한 기존의 연구로는 실수코딩 유전 알고리즘을 이용한 케이블 돔 구조물의 처짐에 대한 저항능력이 최대가 되는 최적형상 설계에 관한 연구⁽¹⁾, 신경망 알고리즘을 이용한 트러스 구조물의 단면 최적화에 관한 연구⁽²⁾, 표준단면치수를 설계변수로 하여 변위제약, 응력제약, 전체좌굴을 고려한 경계확장과 복합유전 알고리즘을 이용한 입체트러스 구조물의 단면 최적화에 관한 연구⁽³⁾ 등이 있다. 그러나 유전 알고리즘은 통계적 특성상 초기해의 설정 등 운용에 있어서의 기술적인 제약이 따르며, 이로 인해 국부 최적해에 빠지는 문제가 발생할 수 있고, 경우에 따라서는 탐색시간이 확장되고 불안정한 해를 찾을 수 있는 문제점을 가진다.

* 정회원 · 인하대학교 건축학부 교수

** 정회원 · (주) Plus구조 부설 기술연구소 수석연구원

*** 인하대학교 건축공학과 석사과정

한편, 1970년대 초반에 통계적인 방법으로서의 유전 알고리즘과는 달리 발견론적인 방법으로서 터부 알고리즘(TABU algorithm)이 Hansen⁽⁴⁾에 의해 제시되었으며, Glover⁽⁵⁾, Hu⁽⁶⁾, Dhinga⁽⁷⁾, Machado⁽⁸⁾ 등에 의해 발전되어 왔다. 본 논문에서는 전역적 최적해의 발견과 탐색시간의 단축을 위하여 인간의 기억과정을 이용한 방법이라고 말할 수 있는 터부 알고리즘의 타당성을 검증한다. 또한 대공간 구조물의 단면 최적화 및 형상 최적화를 수행하여 유전 알고리즘을 이용한 결과와의 비교, 분석을 통하여 터부 알고리즘의 적용성을 검토한다.

2. 터부(TABU) 알고리즘의 정식화

2.1 터부 알고리즘

일반적인 조합 최적화문제는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{Minimize } c(x) : x \in X \text{ in } R_n \quad (1)$$

식 (1)에서 $c(x)$ 는 목적함수, X 는 $c(x)$ 의 가능해이며 R_n 은 n 차원의 실수공간을 의미한다. 식 (1)과 같은 다양한 문제들을 풀기위한 최적해를 찾아가는 과정은 임의의 해 x 에서 다른 해로 이동하는 움직임의 연속이다. X 의 부분집합 $X(s)$ 에 움직임 s 를 사상(mapping)하며 $s : X(s) \rightarrow X$ 으로 정의한다. X 에 적용될 수 있는 움직임 $s \in S$ 들의 집합 $S(x)$ 는 이웃함수(neighborhood function)라 한다.

$$S(x) = s \in S : x \in X(s), \text{ 또한 } X(s) = x \in X : s \in S(x) \quad (2)$$

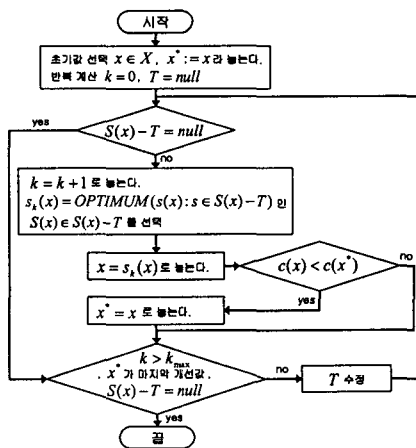


그림 1. 터부 알고리즘의 개념

기존의 알고리즘은 시작점에서 개선하는 움직임을 한쪽 방향으로 진행하여 지역 최적해를 찾으면 멈추지만, 터부 알고리즘은 기존의 알고리즘과는 다르게 한쪽 방향으로만 진행하지 않고, 이미 지나왔던 지역 최적해에 다시 빠지는 일 없이 '최고로 가능한 움직임'으로 탐색을 계속하여 전역 최적해를 구한다. 터부 알고리즘의 단순화된 진행과정은 그림 1과 같다. 그림 1에서 T 는 터부목록, k_{max} 는 최대 반복수, x^* 는 최적해, OPTIMUM은 이웃함수 중에 최적해를 찾는 함수이다. 터부 알고리즘 진행시 터부목록에 포함된 이웃함수들은 진행에서 제외된다. 터부 알고리즘 과정에는 3가지 중요한 점이 있다.

- (1) 터부목록 T 를 사용함으로써 제약적인 탐색을 하며 생성된 해들은 업데이트된 T 에 의해 결정된다.
- (2) 전 스텝에서 발견된 지역 최적해중 가장 좋은 해를 개선하는 경우를 제외하고, 지역 최적화의 조건을 참고하지 않는다.
- (3) 개선하는 움직임 중에서 가장 좋은 움직임은 각 단계에서 선택되고, OPTIMUM 함수 안에 삽입된 기준을 사용한다.

OPTIMUM 함수는 $c(s_k(x)) = \min(c(s(x)) : s \in S(x) - T)$ 인 s_k 을 선택한다. 터부목록 T 를 제외한 원소들은 부등식 제약들의 집합을 만족해야 한다. OPTIMUM 함수가 $c(s(x))$ 최소화를 빨리 이루기 위해서는 $S(x) - T$ 를 축소화시키고, 이 범위에서 샘플링하는 방법을 사용한다. 극단적으로 후보해가 하나만 존재할 수 있고 이 경우는 $c(s) < c(x)$ 인 s 를 뽑는 샘플전략은 무시할 수 있다. 그러므로 터부 알고리즘은 최적해가 있을 확률이 적은 영역에 많은 시간을 소비하지 않고, 최적해가 있을 확률이 높은 지역을 탐색하는데 더 많이 시간을 소비한다.

2.2 터부 알고리즘을 이용한 최적화 문제의 정식화

구조물의 최적설계는 주어진 물리적 상태에서 제약조건을 만족하고 목적함수를 최소화 또는 최대화시키는 설계변수의 값을 구하는 것이다. 구조물의 최적설계는 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$\text{목적함수 : } f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3)$$

$$\text{제약조건 : } g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (4)$$

$$x_l \leq x \leq x_u \quad (5)$$

식 (3), (4), (5)에서 $f(x)$ 는 목적함수, $g_i(x)$ 는 제약조건식, m 은 제약조건의 수, x_l, x_u 는 각각 설계변수의 상한값, 하한값을 나타낸다.

구조물의 최적화에 대해서 목적함수는 부재의 중량, 구조물의 형상 등 다양한 형태가 될 수 있다. 목적함수가 최소값을 갖는 해를 평가하는 제약조건에는 등호 제약조건과 부등호 제약조건이 있고, 이 두 가지를 동시에 고려할 수도 있다.

$$\text{등호 제약조건 : } h_i(x) = 0 \quad (6)$$

$$\text{부등호 제약조건 : } g_j(x) = \psi_{j+1} - \psi \leq 0 \quad (7)$$

$$\Phi(x, r) = f(x) + P(h(x), g(x), r) \quad (8)$$

$$P(h(x), g(x), r) = r \left\{ \sum_{i=1}^p [h_i(x)]^2 + \sum_{i=1}^m [g_i(x)]^2 \right\} \quad (9)$$

식 (6), (7)에 정의된 제약 최적화 문제는 식 (8), (9)와 같이 정의되며, 여기서 P 는 벌점함수이고, r 은 벌점 조정 매개변수로 임의의 큰 수를 목적함수에 더하도록 한다.

터부 알고리즘에 있어서 수렴조건을 너무 완화시키면 국부 최적해에 빠지기 쉽고, 과도하게 설정하면 함수계산횟수가 급격히 증가하므로 멈춤조건은 함수계산횟수에 큰 영향을 미친다. Machado⁽⁸⁾ 등은 경험적으로 멈춤조건을 다음과 같이 부여하였다.

$$|f_e^* - f_{e-q}^*| \leq \epsilon \quad (q = 1, 2, 3, \dots, n_q) \quad (10)$$

$$f_e^* - f_{opt} \leq \epsilon \quad (11)$$

식 (10), (11)에서 f_e^* 는 e 번째 순환에서 찾은 최소해이며 f_{opt} 는 지금까지의 최소해, ϵ 은 아주 작은 수이다. 다른 조건으로는 미리 설정된 최대 반복수에 도달했을 때, 잠정 최우수해의 개선 기간이 너무 길 때와 최적해가 이미 발견 되었을 때가 있다.

3. 터부 알고리즘을 이용한 구조물의 최적설계

3.1 터부 알고리즘의 타당성 검토

3.1.1 6절점 10부재 평면 트러스

유전 알고리즘과 터부 알고리즘을 비교하기 위하여, 그림 2와 같은 구조물의 단면 최적화 문제^{(11),(12)}를 고려한다.

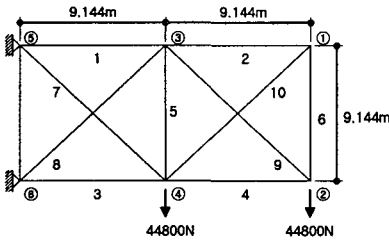


그림 2. 평면 트러스 모델

표 1. 재료 물성치

탄성계수	$E = 6.895 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$
밀도	$\rho = 2767.042 \text{ kg/m}^3$
푸아송 비	$\nu = 0.33$

설계변수 : A_i , 목적 함수 : $f(x) = \sum_{i=1}^{10} \rho_i A_i$ (중량)

제약 조건 : $-1724000 \text{ kN/m}^2 \leq \sigma_i \leq 1724000 \text{ kN/m}^2$

단면적 : $A_i (\times 10^{-6} \text{ m}^2) \in \{60, 970, 1940, 3230, 4000, 4650, 5420, 6450, 7290, 8130\}$ ($i = 1, 2, \dots, 10$)

초기값 : $[A_1, A_2, \dots, A_{10}] = [7290, 7290, 7290, 4650, 4650, 4650, 4650, 4650, 4650, 4650]$ (10^{-6} m^2)

이 설계 문제는 10^{10} 의 조합에 대하여 검토가 되어야 하는 조합최적화 문제이지만, 터부 알고리즘으로 함수 계산횟수를 감소시킬 수 있다. 표 2는 유전 알고리즘과 터부 알고리즘을 이용한 해를 각각 비교한 것으로 유전 알고리즘의 조건은 집단 크기를 100, 교배율 1.0, 돌연변이율 0.2를 사용하였다.

표 2의 결과를 보면, 터부 알고리즘은 유전 알고리즘에 비해 함수 계산량이 적고, 더 빠르게 수렴해 가는 것을 알 수 있으며, 더 좋은 최적해를 찾고 있다.

표 2. 6절점 10부재 평면 트러스 결과

설계변수	유전	터부	설계변수	유전	터부
A_1	970	970	A_6	970	60
A_2	970	60	A_7	60	970
A_3	970	970	A_8	7290	60
A_4	970	970	A_9	194	970
A_5	4650	1940	A_{10}	60	60
최종 중량(kg)				295.86	211.80
총 함수 계산수				2508900	111200

3.1.2 10절점 25부재 입체 트러스

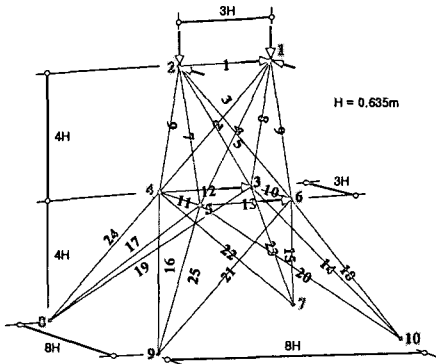


그림 3. 10절점 25부재 입체트러스 모델

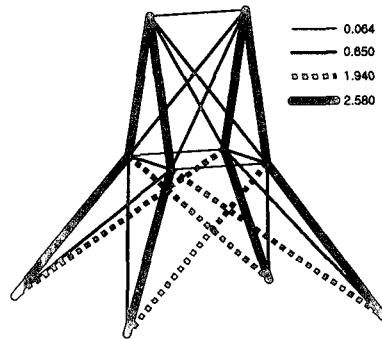


그림 4. 단면 최적화

그림 3은 단면 최적화의 검증에 위해 많이 적용되고 있는 구조물의 예^{(1),(8)}를 보여주고 있다. 물성치와 단면 최적화를 위한 정식화는 아래와 같다.

표 3. 10절점 25부재 재료 물성치

탄성계수	$E = 6.895 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$
밀도	$\rho = 2767.042 \text{ kg/m}^3$

표 4. 그룹화

그룹	부재 번호
G1	1
G2	2, 3, 4, 5
G3	6, 7, 8, 9
G4	10, 11
G5	12, 13
G6	14, 15, 16, 17
G7	18, 19, 20, 21
G8	22, 23, 24, 25

표 5. 하중조건

절점번호	x	y	z
1	4.482	44.482	-22.241
2	0.0	44.482	-22.241
3	2.2241	0.0	0.0
6	2.2241	0.0	0.0

설계변수 : $A_i, (i = 1, 2, 3, \dots, 25),$ 목적 함수 : $f(x) = \sum_{i=1}^{25} \rho l_i A_i$

제약 조건 : $\sigma_i \leq \sigma_y, \sigma_i < \sigma_{ci}$ $(\sigma_y = \text{항복응력}(2.7579 \times 10^5 \text{ kN/m}^2), \sigma_{ci} = -\frac{\pi^2 EI}{l_i^2} / A_i)$

단면적 : $A_i(\text{cm}^2) \in \{0.064516, 0.64516 \times k\}$ $(k = 1, 2, \dots, 40)$

초기값 : $[A_1, A_2, \dots, A_{41}] = 0.64516 \times 40 (\text{cm}^2)$

유전 알고리즘과 터부 알고리즘에 의한 해석 결과는 표 6과 같으며, 얻어진 두 결과를 비교해 보면 터부 알고리즘은 수렴성이 좋을 뿐만 아니라. 우수한 해를 찾고 있음을 알 수 있다. 터부 알고리즘에 의한 최적 단면을 그림 4에 나타낸다.

표 6. 단면 최적화 결과

단위 : (cm²)

유전 알고리즘									
반복수	중량(kg)	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8
93	210.3	0.064	0.650	2.580	0.064	0.064	0.650	2.580	2.580
터부 알고리즘									
반복수	중량(kg)	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8
67	208.8	0.064	0.650	2.580	0.650	0.064	0.650	1.940	2.580

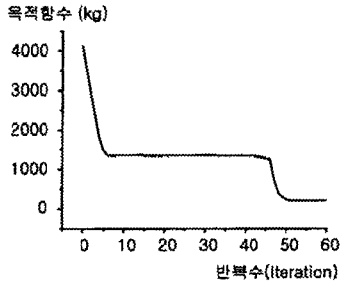


그림 5. 10절점 15부재의 수렴과정

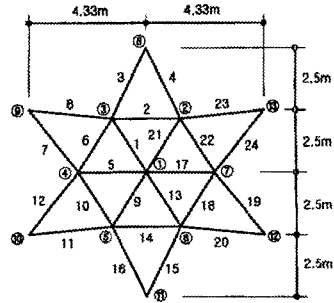


그림 6. 스타 돔 모델

3.2 대공간 구조물의 최적설계

3.2.1 스타 돔(Star Dome)

대공간 구조물의 터부 알고리즘의 적용성을 검토하기 위하여 돔 구조물의 기본이 되는 스타 돔 단면을 최적화한다. 수치해석 방법으로는 기하학적 비선형 해석을 고려한 하중증분법을 사용하여 구조물의 전체 좌굴을 고려하였다. 설계조건은 다음과 같다.

설계변수 A_i , 목적 함수 $f(x) = \sum_{i=1}^{24} \rho l_i A_i$

제약 조건 $\sigma_i \leq \sigma_y$, $\sigma_i < \sigma_{ci}$ ($\sigma_y = \text{항복응력}(2.7579 \times 10^5 \text{ kN/m}^2)$, $\sigma_{ci} = -\frac{\pi^2 EI}{l_i^2} / A_i$)

단면적 $A_i (\times \text{cm}^2) \in \{0.01 \times k\}$ ($k = 1, 2, \dots, 50$)

초기값 $[A_1, A_2, \dots, A_{50}] = 0.01 \times 50 (\text{cm}^2)$

표 7. 스타 돔 단면 그룹

그룹	부재 번호
G1	1, 5, 9, 13, 17, 21
G2	2, 6, 10, 14, 18, 22
G3	3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16, 19, 20, 23, 24

표 8. 스타 돔 단면 최적화 결과

반복수	중량(kg)	G1	G2	G3
1	190.350	0.50	0.50	0.03
2	111.003	0.50	0.07	0.03
3	35.192	0.09	0.07	0.03
4	33.377	0.09	0.07	0.02
5	31.530	0.08	0.07	0.02
9	29.682	0.08	0.06	0.02

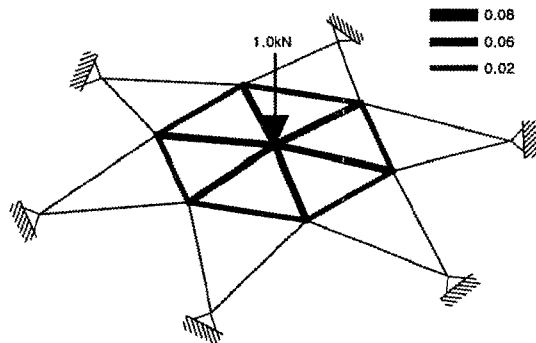


그림 7. 스타 돔의 단면 최적화

3.2.2 케이블 돔(Cable Dome)

대공간 구조물에 많이 이용되고 있는 케이블 돔의 형상 최적화를 위하여 그림 8은 단위 모델로 14절점 25부재로 이루어진 구조 시스템이다. 이 문제에서는 포스트의 길이와 위치에 따라 각 절점의 변위가 최소가 되는 최적 형상을 결정한다.

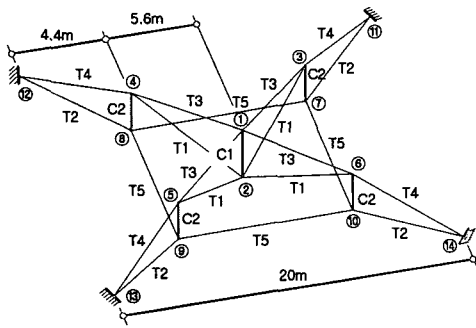


그림 8. 케이블 돔 모델

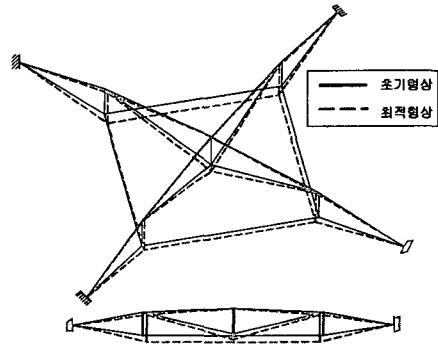


그림 9. 케이블 돔의 최적형상

표 9. 부재 제원 및 초기장력

부재	단면적(cm ²)	탄성계수(kN/cm ²)	초기장력(tf)	
인장재	T1	17.34	18630	2.59
	T2	8.67	18630	13.04
	T3	14.94	12750	7.15
	T4	10.60	12750	7.24
	T5	11.86	12750	19.98
압축재	C1	53.61	20590	0
	C2	30.87	20590	0

표 10. 절점 그룹

그룹 번호	절점 번호	조건
1	1, 2	x, y fixed
2	3, 4	all free
3	5, 6	
4	7, 8	
5	9, 10	

설계변수 D_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 10$), 목적 함수 $f(x) = \sum_{i=1}^{25} (D_i)^2$

제약 조건 $P_i \geq 0$ ($i = T1 \sim T5$), $g_i(x) = \delta_i - \delta_u \leq 0$ ($i = 1, 2, 3, \dots, 10$)

(P_k = 케이블의 장력, δ_i = i 절점의 변위, δ_u = 변위 제약 값(50cm))

케이블 돔의 초기 형상을 유지하기 위하여 절점을 표 10과 같이 그룹화 하였고 압축재 C2의 길이변화는 같게 하였으며, 그룹 2, 3은 x축에 대하여 반대 방향, 그룹 3, 4는 y축에 대하여 반대 방향으로 설정하였다. 케이블은 인장재이므로 압축을 받을 경우 탄성계수를 0으로 하는 벌점전략을 사용하였다.

케이블과 포스트의 길이 변화는 표 11와 같고 10번 시행하여 얻은 결과이다. 표 11에서 C1의 포스트는 초기 길이 2.30m에서 2.75m로 나타났으며, C2 포스트도 초기 길이 2.00m에서 2.38m로 38cm 증가하였고, 형상 최적화 결과는 그림 9와 같다.

표 11. 케이블과 포스트의 길이

단위(cm)

시행수	최대 반복수	T1	C1	C2	$f(x)$
1	60	761	271	234	0.235
2	55	661	235	296	0.170
3	50	680	173	246	0.645
4	55	704	250	232	0.618
5	51	738	294	260	0.173
*6	63	764	275	238	0.167
7	55	684	237	296	0.187
8	55	718	243	319	0.168
9	50	718	275	238	0.216
10	56	704	250	268	1.040

4. 결 론

본 연구에서는 터부 알고리즘의 타당성을 검토하였으며, 여러 가지 구조물을 대상으로 최적화하여 유전 알고리즘의 해석 결과와 비교를 통하여 그 유효성을 검증하였다. 얻어진 결과는 다음과 같다.

- (1) 6절점 10부재 평면 트러스, 10절점 25부재 입체 트러스의 단면 최적화 결과 터부 알고리즘은 유전 알고리즘에 비해 함수계산횟수가 적고, 더 정확한 수렴 값을 얻을 수 있음을 증명하였다.
- (2) 터부 알고리즘은 설계변수의 영역이 넓어지거나 설계변수가 많아지면 함수계산 횟수가 급격히 늘어난다. 그러나 본 연구의 예제 검토 결과 이산화 설계변수의 문제에서는 비교적 우수한 결과를 보이고 있다.
- (3) 터부 알고리즘을 이용한 케이블 돔의 형상 최적화를 통하여 초기형상보다 처짐에 대한 더 좋은 저항 성능을 갖는 형상을 찾았으며, 이는 대공간 구조물의 적용에 효과적인 방법으로 사료된다.

참고 문헌

1. 조남철, "케이블 돔 구조물의 형상최적화에 관한 연구", 대한건축학회논문집(구조), 19-7, 2003. 7, pp. 53~60
2. 강제준, "신경망 알고리즘을 이용한 트러스 구조물의 단면 최적화에 관한 연구", 인하대 석사논문, 2003. 2
3. 현승협, "경계확장과 복합유전 알고리즘을 이용한 비선형 입체 트러스의 최적설계", 대한건축학회논문집(구조), 19-5, 2003. 5, pp 3~10
4. Hansen, P. and Jaumard, B., "Algorithms for the Maximum Satisfiability Problem", RUTCOR Research Report, RR#43-87, Rutgers, New Brunswick, NJ, 1987
5. Glover, F. and Laguna, M., TABU SEARCH, Kluwer Academic Publishers, 1998
6. Hu, N., "Tabu Search Method with Random Moves for Globally Optimal Design", Int. J. for Numerical Methods in Eng, Vol. 35, 1992, pp. 1055~1067
7. Dhingra, A. K. and Bennage, W. A., "Discrete and Continuous Variable Structural Optimization Using Tabu Search", Engineering Optimization, Vol. 24, 1995, pp. 177~196
8. Machado, J. M., Shiyu, Y., Ho, S. L. and Peihong, N., "A Common Tabu Search Algorithm for the Global Optimization of Engineering Problem", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 190, 2001, pp. 3501~3510
9. Arora, J. S., INTRODUCTION TO OPTIMUM DESIGN, McGraw-Hill Book, 1994.
10. 김여근, 윤복식, 이상복, 메타 휴리스틱, 영지문화사, 1997
11. 이권희, 주원식, "타부 탐색을 이용한 이산화공간에서의 구조물의 최적설계", 대한기계학회논문집 A권, 제 27 권 제 5 호, 2003, pp. 798~806
12. Manoharan, S. and Shanmuganathan, S., "A Comparison of Search Mechanisms for Structural Optimization", Computers and Structures, Vol. 73, 1999, pp. 363~372
13. Bland, J. A., "A Memory-based Technique for Optimal Structural Design", Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 11, 1998, pp. 319~325