



연구는 활발히 진행되어 왔다. 잔류응력이 존재하지 않으면 영역적분에 의해 결정된 J-적분값은 경로에 무관하다. 이에 반해, Hou 등<sup>(4)</sup>은 용접부 균열의 J-적분을 해석하는데 있어서 상당한 경로 의존성을 보고했으며, Pavier 등<sup>(5)</sup>도 잔류응력이 존재하는 균열을 해석하는데 있어서 J-적분값의 경로 의존성을 보였다.

따라서 본 연구에서는 기존의 J-적분을 수정하여 용접시 발생하는 잔류응력이 존재하는 경우에 경로 독립성을 유지하는 2차원 및 3차원 J-적분식을 고찰하고, 이를 이용하여 잔류응력과 외력이 동시에 작용하는 균열선단에서의 J-적분을 해석할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 자체개발한 탄소성 해석프로그램<sup>(6)-(8)</sup>을 이용하여 용접시 발생하는 잔류응력과 외력에 대한 응력분포를 계산하였으며, 이를 이용하여 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분을 계산하였다.

## 2. 복합응력상태의 J-적분

### 2.1 2차원 및 3차원 문제의 J-적분

물체내의 균열진전을 평가하는데 있어서 J-적분은 중요한 인자로 평가되어 왔다. J-적분은 Rice에 의해 비선형 탄성체에서 균열 주위에서의 변형에너지 해방율(Strain energy release rate)로 제안 되었으며, 그림 1의 균열선단에서의 임의의 적분경로  $\Gamma$  에 대하여 J-적분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J = -\frac{d\Pi}{da} = \int_{\Gamma} \left( W\delta_{li} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} \right) n_i ds \quad (1)$$

여기서  $\Pi$  는 위치 에너지(Potential energy),  $\sigma_{ij}$  는 응력텐서,  $u_i$  는 변위벡터,  $a$  는 균열길이,  $x_1$  은 균열진전방향,  $n_i$  는 적분경로에 수직인 단위벡터,  $W$  는 변형에너지밀도로서 아래와 같이 정의된다.

$$W = \int_0^{\epsilon_{ij}^*} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^* \quad (2)$$

Rice의 J-적분은 파괴역학에 있어서 중요한 의미를 가지며 유한요소해석에 의해서 계산되어 왔다. 식 (1)의 선적분을 유한요소해석에 바로 적용하기는 어렵기 때문에 J-적분값을 결정하기 위해서 영역적분법이 사용된다. 발산정리를 적용하면 Rice의 선적분은 2차원 문제에 있어서 아래와 같이 면적분<sup>(2),(3)</sup>으로 변환할 수 있다.

$$J = \int_A \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} - W\delta_{li} \right) \frac{\partial q}{\partial x_i} dA \quad (3)$$

여기서  $A$  는 그림 2에서 경로  $\Gamma_0$  와 경로  $\Gamma_1$  의해 둘러싸인 면적이며,  $q$  는 경로  $\Gamma_0$  에서는 “1”의 값을 갖고 경로  $\Gamma_1$  에서는 “0”의 값을 갖는 연속함수<sup>(2)</sup>이다

3차원 문제에 있어서의 체적적분은 가상균열진전법(Virtual crack extension method)과 Eshelby의 에너지 모멘텀 텐서(Energy momentum tensor)를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(9)</sup>

$$J = \int_V \left( \sigma_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - W\delta_{jk} \right) \frac{\partial q}{\partial x_k} dV \quad (4)$$

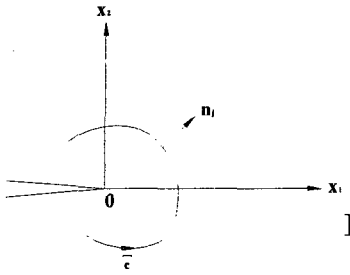


Fig 1. A contour for evaluation of J-integral

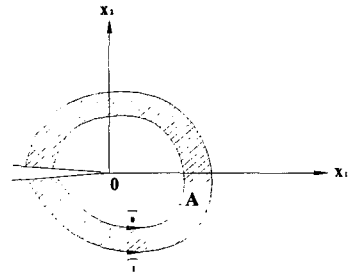


Fig 2. Area A formed by  $\Gamma_0$  and  $\Gamma_1$

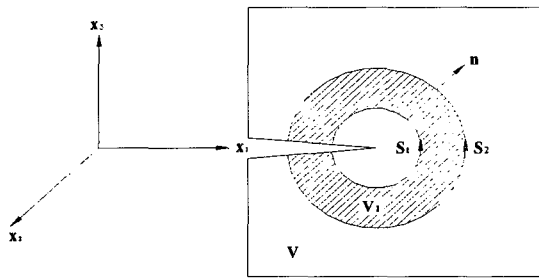


그림 3 Volume  $V_I$  formed by  $S_1$  and  $S_2$

여기서  $V_I$  는 그림 3에서 경로  $S_1$  와 경로  $S_2$  에 의해 둘러싸인 체적이며,  $q$  는 경로  $S_1$  에서는 "1"의 값을 갖고 경로  $S_2$  에서는 "0"의 값을 갖는 가중치 함수이다.<sup>(9)</sup> 면내 변위를 받는 3차원 균열에 있어서 식 (4)의 J-적분은 다음과 같이 한정될 수 있다.<sup>(10)</sup>

$$J = \int_{V_I} \left( \sigma_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} - W \delta_{1k} \right) \frac{\partial q}{\partial x_k} dV \quad (5)$$

순수 외력만 작용하고 체적력과 균열면 견인력이 없는 경우 초기응력과 변형률이 없으면 식 (3)과 식(5)는 적분경로에 무관한 특성을 갖는다. 하지만 용접구조물에서는 용접중에 발생하는 잔류응력과 소성변형으로 인하여 J-적분이 적분 경로에 관계없이 일정한 값을 갖는 특성을 잃게 되므로 식 (3)과 식 (5)를 바로 적용할 수 없다. 실제로 용접구조물의 균열선단에서의 J-적분을 구하기 위해서 균열주위에 작은요소를 사용하여 균열선단에서의 J-적분값을 근사적으로 이용할 수 있다. 하지만 균열선단에서 높은 체눈밀도를 사용하더라도 균열선단을 정확히 묘사하기는 어렵기 때문에 정확한 J-적분을 구하기 위해서는 용접에 의한 초기소성변형률을 고려한 경로에 무관한 J-적분식의 도입이 필요하다.

## 2.2 용접부에서의 J-적분

발산정리를 적용해서 식 (1)의 선적분을 다음과 같이 2차원 및 면내변위를 받는 3차원 문제로 일반화시킬 수 있다.

$$(J)_{area} = - \int_A \left[ W \frac{\partial q}{\partial x_1} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \frac{\partial q}{\partial x_j} \right] dA - \int_A \left[ \frac{\partial W}{\partial x_1} - \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_1} \right] q dA \quad (6)$$

$$(J)_{volume} = - \int_V \left[ W \frac{\partial q}{\partial x_1} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \frac{\partial q}{\partial x_j} \right] dV - \int_V \left[ \frac{\partial W}{\partial x_1} - \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_1} \right] q dV \quad (7)$$

식 (6)과 식 (7)에서

$$\frac{\partial W}{\partial x_1} = \frac{\partial W}{\partial \epsilon_{ij}^m} \frac{\partial \epsilon_{ij}^m}{\partial x_1} = \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}^m}{\partial x_1} \quad (8)$$

따라서 초기소성변형률이 없는 경우 식 (6)과 식(7)의 우측식의 두 번째 항은 '0'이 된다. 그러나 초기소성변형률이 존재하는 경우에는 식 (2)의  $\epsilon_{ij}^m$  은 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(12)</sup>

$$\epsilon_{ij}^m = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p - \epsilon_{ij}^0 \quad (9)$$

여기서  $\epsilon_{ij}^e$  와  $\epsilon_{ij}^p$  는 각각 탄성변형률과 소성변형률값이며  $\epsilon_{ij}^0$  는 초기소성변형률값이다. 식 (8)과 식 (9)를 식 (6)과 식 (7)에 대입하면 초기소성변형률을 고려한 면적분값 및 체적적분값을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$(J)_{area} = - \int_A \left[ W \frac{\partial q}{\partial x_1} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \frac{\partial q}{\partial x_j} \right] dA + \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}^0}{\partial x_1} q dA \quad (10)$$

$$(J)_{volume} = - \int_V \left[ W \frac{\partial q}{\partial x_1} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \frac{\partial q}{\partial x_j} \right] dV + \int_V \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}^0}{\partial x_1} q dV \quad (11)$$

그리고 용접에 의한 초기소성 변형률이 존재하는 경우의 변형에너지 밀도는 아래와 같이 수정되어야 한다.<sup>(12)</sup>

$$W = W^{total} - W^p|_{initial\ state} \quad (12)$$

여기서  $W^p|_{initial\ state}$  은 용접후 초기상태에서의 소성일값이다.

### 3. 잔류응력 해석

#### 3.1 해석조건

본 연구에 사용된 해석 모델은 그림 4에 나타난 것과 같다. 각각 두께가 7mm인 용접 구조용강재(SM490, SM520, SM570)로 이루어진 500mm×1000mm 크기의 두 평면 플레이트를 입열량  $Q = 1200(J/mm)$ , 용접속도  $v = 6(mm/s)$ 로 1pass 맞대기 용접하는 것으로 하였다. 해석에 사용된 프로그램은 2차원의 경우 4절점 Isoparametric 유한요소를 도입한 2차원 평면응력 해석 프로그램이며, 3차원의 경우는 8절점 Isoparametric 입체요소를 도입한 3차원 열탄소성 해석 프로그램이다. 먼저 용접시 입열에 의한 온도분포를 얻기 위해서 용접 패스의 진행속도를 고려한 시간에 따른 이동열원을 이용하여 2차원 및 3차원 비정상 열전도 해석을 전체모델

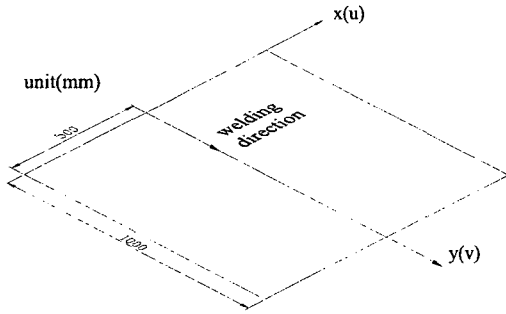


Fig 4(a). Analysis model(2D)

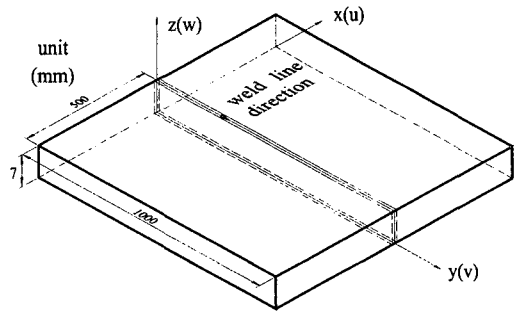


Fig 4(b). Analysis model(3D)

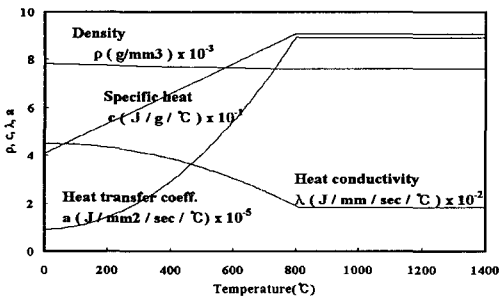


Fig 5(a). Physical constants

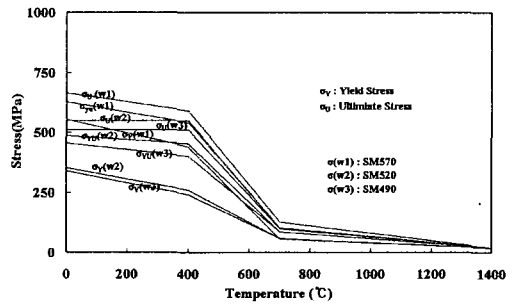
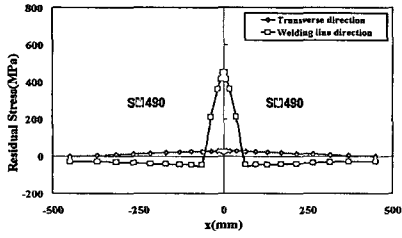


Fig 5(b). Mechanical properties

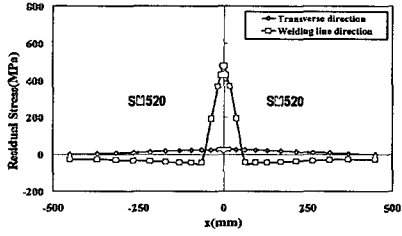
(full model)로 수행하였다. 그리고 열전도해석으로부터 구한 시간에 따른 각 절점에서의 온도를 하중으로 도입하여 2차원 및 3차원 열탄소성해석을 통해서 잔류응력을 구하였다. 비정상 열전도 해석시 공기와 접하는 면에서 열은 전달이 되고 내부에서 전도되는 것으로 하였다. 그리고 용착부를 모델링하기 위하여 용접이 진행되지 않은 요소는 강성이 없게 처리하고 용접이 끝난 후 온도에 따라 강성을 회복하는 것으로 하였으며 강제운동이 발생하지 않도록 경계조건을 설정하였다. 또한 열탄소성 해석은 재료의 물리정수(밀도, 비열, 열전달계수, 열전도율 등) 및 기계적 제성질(선팽창계수, 포아송 비, 인장강도, 영율등)의 온도 의존성을 고려하였다. 온도 변화에 따른 재료의 물리정수 및 기계적 제성질<sup>(6)-(8)</sup>은 그림 5(a)와 그림 5(b)에 나타내었다.

### 3.2 잔류응력

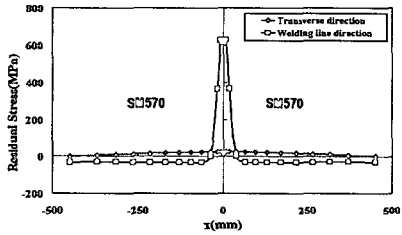
그림 6과 그림 7에 용접구조용강재를 접합한 평판의 경우 평판 중앙 ( $y = 500$ )의 용접선방향축에서 직각방향으로의 잔류응력을 나타내었다. 잔류응력은 2차원 해석결과의 경우 용접선 방향축에서 용접선방향(weld line direction)과 용접선직각방향(transverse direction)의 잔류응력에 주목하였고, 3차원 해석결과의 경우에는 용접선 방향축에서 용접선방향과 용접선직각방향, 그리고 두께방향(thickness direction)의 잔류응력에 주목하였다. 결과 (a)는 SM490을 용접했을 때 잔류응력을 나타낸 것이고 (b)는 SM520을 용접했을 때 잔류응력을 나타낸 것이다. 그리고 (c)는 SM570을 용접했을 때 잔류응력의 결과를 나타낸 것이다. 이상에서 2차원 및 3차원 유한요소해석에 의한 잔류응력의 결과를 비교해 보면 용접선방향의 잔류응력의 크기와 분포가 유사하게 나타나고 있음을 알 수 있다.



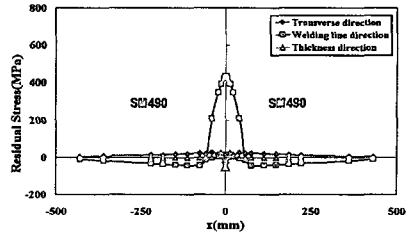
(a)



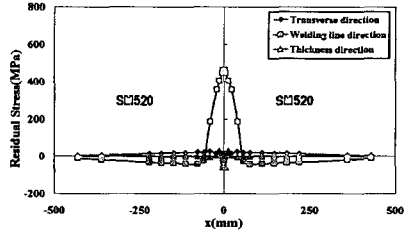
(b)



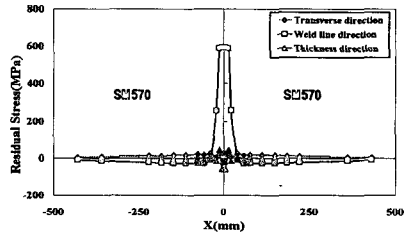
(c)



(a)



(b)



(c)

Fig 6. Residual stress perpendicular to the weld line (2D)      Fig 7. Residual stress perpendicular to the weld line (3D)

## 4. 파괴해석

### 4.1 해석모델

잔류응력이 작용하는 3.1절의 2차원 및 3차원 해석모델에 용접선에 직각방향으로 2.5mm 크기의 중심균열을 도입하여 잔류응력과 외력이 동시에 작용하는 경우에 대한 J-적분값을 각각 식 (10)과 식 (11)을 이용하여 계산하였다. 대칭조건을 이용하여 그림 8과 같이 4분의 1모델로 모델링을 하였으며 잔류응력해석에서 구한 잔류응력과 소성변형률을 초기치로 넣어서 하중을 재하하였다. 5개의 적분경로에 대해 각각 J-적분값을 계산하였다.

### 4.2 해석결과

잔류응력이 작용하는 중심균열에 대한 균열선단에서의 J-적분 계산결과를 그림 9와 그림 10에 나타내었

다. 그림 9는 2차원의 결과를 나타낸 것이고, 그림 10은 3차원의 결과를 나타낸 것이다. 결과를 보면 2차원과 3차원의 잔류응력 및 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분값이 거의 유사함을 알 수 있다. 이것은 Mode I 을 발생시키는 균열직각방향의 잔류응력의 크기가 2차원과 3차원의 경우 거의 유사하기 때문이다. 또한 각각의 경우 용접구조용강재의 인장강도가 클수록(SM490<SM520<SM570) J-적분값이 커짐을 알 수 있다. 이것은 용접구조용강재의 인장강도가 클수록 용접부에서 더 큰 인장잔류응력이 발생하기 때문이다. 잔류응력과 외력(100MPa)이 같이 주어지는 복합하중에 대한 J-적분 해석결과를 보면 2차원과 3차원 모두, 용접구조용강재의 인장강도가 클수록(SM490<SM520<SM570) 균열선단에서의 J-적분값이 더 커지며 그 값은 잔류응력만이 존재하는 경우보다 더 큼을 알 수 있다. 이것은 용접시 발생한 인장잔류응력에 외력에 의한 인장응력이 추가되어 균열진전력이 더 커졌기 때문이다.

## 5. 결론

용접구조물의 파괴거동을 분석하기 위해서는 용접시에 발생하는 잔류응력 해석과 파괴해석이 같이 병행되어야 한다. 본 연구에서는 J-적분을 이용하여 용접부 2차원 및 3차원 중심 균열에 대한 탄소성 파괴해석을 수행하였다. 잔류응력이 존재하면 J-적분은 적분경로에 관계없이 일정한 값을 갖는 특성을 잃게 되므로 균열 선단에서의 J-적분을 계산하기 위한 이론식 및 프로그램을 개발하였다. 자체개발한 해석프로그램을 이용하여 잔류응력과 외력에 대한 응력분포를 계산하였으며 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분을 계산하였다. 2차원 및 3차원 균열의 잔류응력에 대한 J-적분 해석결과 그 값들이 거의 유사함을 알 수 있었다. 이것은 Mode I 을 발생시키는 균열직각방향의 잔류응력의 크기가 2차원과 3차원의 경우 거의 유사하기 때문이다. 또한 용접구조용강재의 인장강도가 클수록 J-적분값이 커짐을 알 수 있었다. 이것은 용접구조용강재의 인장강도가 클수록 용접부에서 더 큰 인장잔류응력이 발생했기 때문이다. 그리고 2차원 및 3차원 균열의 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분 해석결과 그 값들도 거의 유사함을 알 수 있었으며, 또한 2가지 경우 모두 용접구조용강재의 인장강도가 클수록 균열선단에서의 J-적분값이 더 커며 그 값은 잔류응력만이 존재하는 경우보다 더 큼을 알 수 있었다. 이것은 용접시 발생한 인장잔류응력에 외력에 의한 인장응력이 추가되어 균열진전력이 더 커졌기 때문이다.

## 참고문헌

1. Rice, J.R. "A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration bynotches and crack", *J. Appl. Mech*, vol 35, 1968, pp.379-386

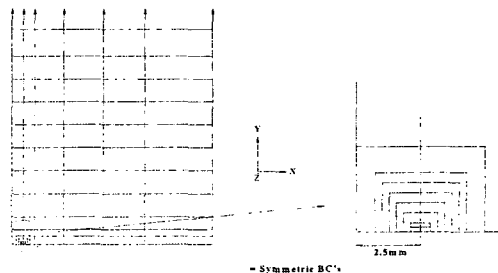


Fig 8. Boundary conditinos and crack geometry

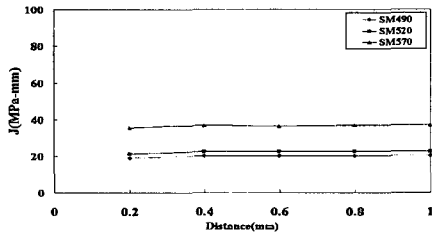


Fig 9(a). J-integral results for the residual stress(2D)

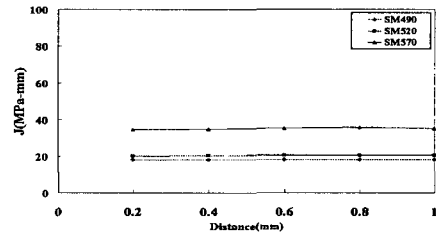


Fig 10(a). J-integral results for the residual stress (3D)

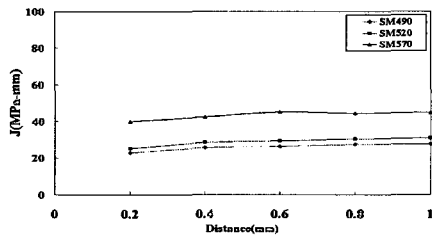


Fig 9(b). J-integral results for the combined residual stress and external loads(2D)

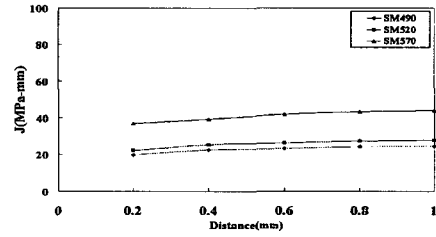


Fig 10(b). J-integral results for the combined residual stress and external loads(3D)

2. Nikishkov, G.P. and Atluri, S.N. "An equivalent domain integral method for computing crack-tip integral parameters in non-elastic, thermal mechanical fracture", *Engineering Fracture Mechanics*, vol.26, 1987, pp.851-867
3. Raju, I.S. and Shivakumar, K.N. "An equivalent domain integral method in the two-dimensional analysis of mixed mode crack problems", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.37, 1990, pp.707-725
4. Hou, Y.C., Pan, J. "A fracture parameter for welded structures with residual stresses", *Comput Mech*, vol.22, 1998, pp.281-288
5. Pavier, M.J. Poussard C.G.C, Smith, D.J. "Effect of residual stress around cold worked holes on fracture under superimposed mechanical load", *Engineering Fracture Mechanics*, vol.63, 1999, pp.751-773
6. 장경호, 이진형 "인장력을 받는 이중강재 용접접합부의 잔류응력 해석", *대한토목학회 논문집*, 제22권 2-A호, 2002, pp.201-210
7. 장경호, 이진형 "동종강재 및 이중강재 용접접합부의 잔류응력 특징", *한국강구조학회 논문집*, 제 15권 3호, 2003, pp.241-250
8. Kim, Y.C., Chang, K.H. and Horikawa, K. "すみ肉溶接で生じる面外變形の防止", *일본강구조학회 논문집*, 1999, pp.11-16
9. Li, F.Z., Shih, C.F. and Needleman, A. "A comparison of methods for calculating energy release rates", *Engineering Fracture Mechanics*, vol.21-2, 1985, pp.405-421
10. Haddi, A., Weichert, D. "On the computation of the  $J$ -integral for three-dimensional geometries in inhomogeneous materials", *Computational Material Science*, vol.5, 1996, pp.143-150
11. Shih, C.F., Moran, B. and Nakamura, T. "Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body", *International Journal of Fracture*, vol 30, 1985, pp. 79-102
12. Lei, Y., O'dowd, N.P. and Webster, G.A. "Fracture mechanics analysis of a crack in a residual stress field", *International Journal of Frcture*, vol 106, 2000, pp.195-216