한국전산구조공학회
2004년도 가을 학술발표회 논문집

진동대 실험을 통한 시간영역에 기반한 시스템 식별

Time Domain based Structural System Identification using Shaking Table Test

이 상 현* 민 경 원** 강 경 수*** 이 명 규****
Lee, Sang-Hyun Min, Kyung-Won Kang, Kyung Soo Lee, Myoung-Kyu

ABSTRACT

In this paper, stiffness and damping matrices are experimentally constructed using structural modal information on frequencies, damping ratios and modal vectors, which are obtained by shaking table tests. The acceleration of the shaking table is used as the input signal, and the resulting acceleration of each floor is measured as output signal. The characteristic and limitation of modal information from shaking table test are obtained by Common Based-normalized System Identification(CBSI) technique which is based on time domain information.

1. 서 론

시스템 식별은 지진 및 바람하중을 받는 구조물의 동적 거동을 정확히 모사할 수 있는 수학적 모델을 구성하는 것으로 많은 연구자들에 의해 수행되어왔다.(1) 정확한 구조물의 모델을 구성하는 것이 가장 중요한 시스템식별은 실제 측정된 입출력관계를 정확히 구성할 수 있는 시스템 행렬을 구하는 것으로, 식별될 구조물의 주요 모드를 가진 할 수 있는 입력신호를 발생시키는 것, 그리고 구조물에 대한 정보를 담도록 출력 신호를 설정한 후 이를 정확히 측정하는 것이 중요하다.(2),(3) 진동제어분야에서는 제어장치로 사용되는 능동 혹은 복합형질량감쇠장치를 이용하여 입력신호를 발생하거나, 지진을 모사하는 진동대 신호를 입력신호로 사용한다. 특히, 인위적인 가진이 불가능한 건축 및 토목 구조물과 같은 대형 구조물의 식별을 위해 보행하중, 바람하중, 그리고 차량하중과 같은 하중을 이용하는 자연 가진(natural excitation)을 이용한 시스템식별이 수행되기도 한다.(4) 출력신호로는 구조물의 변위, 속도 및 가속도 응답을 이용하는데 일반적으로 계측의 편이 및 경제적인 이유로 가속도 자료가 가장 많이 이용된다. Dyke 등은 3층 소형 벤치마크 구조물에 대한 시스템식별을 수행하였다.(5) 국내에서는 주석준 등이 관측기/Kalman 필터를 이용한 시스템식별기법을 사용하여 3층 건물실험을 수행하였고,(6) 민경원 등은 점탄성 감쇠기가 설치된 5층 실물구조물에 대하여 시스템 식별을 수행하였다.(7) 이러한 연구들은 수학적 모델에 기초한 것으로 시스템 행렬의 고유 값이 의미하는 진동수 및 감쇠비에 대한 정보는 가지고 있으나, 구체적인 질량, 강성, 그리고 점성 행렬과 같은 유한요소모델에 대한 정보는 제공해 주지 않는다. 이는 얻어진 시스템 모델이 입출력 관계를 그대로 재현하기만 하면 되는 진동제어에는 큰 문제가 되지 않으나 강성행렬식별을 통해 손상도를 추정하는 헬스 모니터링 분야는 얻어진 시스템행

* 서울대학교 공학연구소 객원연구원, 공학박사
** 단국대학교 건축대학 건축공학과 부교수, 전화: 02-709-2731, E-mail: kwmin@dankook.ac.kr
*** 동명정보대학교 건축공학과, 조교수
**** 단국대학교 건축대학 건축공학과, 석사과정

럴로부터 유한요소모델을 추출하기 위한 기법을 요구한다. Berman 등은 해석을 통해 주어진 유한요소모델이 상당히 정확하다는 가정 하에, 유한요소모델의 수정을 최소화하는 해를 찾도록 함으로써 실험자료로부터 얻은 모드 정보를 만족하는 무수한 수의 가능한 해로부터 최적 해를 선택하는 방법을 사용하였다.[8] Farhat 등은 민감도에 근거한 부재 단위모델 수정방법으로서 유한요소모델의 요소들 사이의 연결성을 유지하면서 모델의 수정이 가능한 방법을 제안하였다.[9] 강경수 등은 시간영역에서 식별된 모델로부터 Alvin 등이 제안한 CBSI 기법을 이용하여 유한요소모델을 추출하였다.[10] 황재승 등은 TMD 설계 시 요구되는 구조물의 1차 모드 질량을 TMD를 가진 장치로 사용함으로써 추출하는 방법을 제안하였다.[11] 유한요소모델 중, 일반적으로 구조물의 질량행렬은 비교적 정확히 예측할 수 있는 반면, 강성과 점성행렬은 실제 구조물과 많은 오차를 가지고 있다. 따라서, 질량행렬은 정확하다고 가정할 수 있다면 측정한 자료를 이용하여 강성과 감쇠행렬만을 수정할 수 있으며, 이 경우 단순한 자유진동 및 조화 가진과 같은 실험을 통해 얻어지는 진동수, 감쇠비 그리고 모드형상과 같은 모드 정보만으로도 강성과 감쇠행렬을 구성할 수 있다. 본 연구에서는 질량행렬이 주어지거나, 혹은 전체적인 질량의 크기가 주어진다는 가정 하에, 백색잡음실험을 수행하고 시간영역에서 관측기/ Kalman 필터를 통해 얻어지는 구조물의 모드정보를 이용하여 강성행렬과 감쇠행렬을 구성한 후 CBSI 기법을 사용하여 시스템 식별을 검토함으로써, 실험이 주는 정보의 제한조건과 그에 따라 얻어지는 구조물 모델의 특성을 분석하였다.

2. 실험장치의 구성

단국대학교 동역학 연구실에서 실험이 수행되었으며, 실험 축소모형 구조물은 3층의 1경간 철골조 (그림 3.)로 높이 155 , 바닥판 60×60 를 사용하였고 1축방향의 동적신호를 측정할 수 있도록 가진방향으로 기둥의 약축방향을 위치하였다. 구조물의 질량행렬은 바닥 판에 집중된 것으로 가정하였으며, 측정된 1, 2, 3층 질량은 각각 26.24kg, 26.24kg, 26.24kg이다.

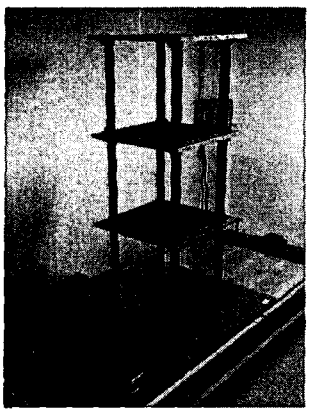

그림 1. 진동대와 3층 축소건물

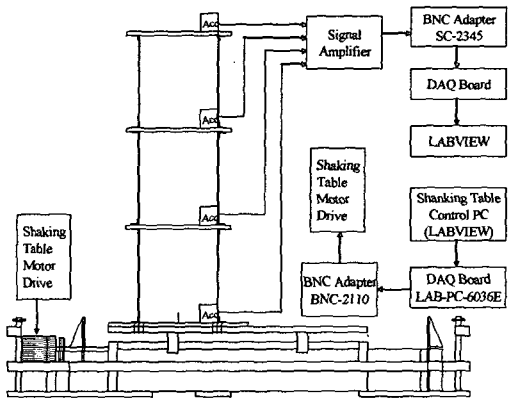

그림 2. 신호처리과정

그림 1에서와 같이 단국대가 보유하고 있는 진동대는 서보모터를 사용하여 구동되는 1방향 가진 장치로 입력 전압신호로 모터의 속도를 제어함으로써 목표로 하는 바닥판 가속도를 구현하는 장치이다. 단위 입력당 진동대의 속도는 다음과 같다.

$$V_1 = \frac{\text{정격회전속도}(rpm)/60\sec \times \text{볼스크류드}(d)}{10V} = \frac{2000/60\times 1}{10} = 3.33\ \frac{cm/\sec}{V} \qquad (1)$$

모터의 최대입력 전압은 10V로, 그에 따라 발생하는 모터의 최대 속도는 33cm/sec 이다. 또한, 모터 최대 스

트로크는 20cm, 최대토크는 16.7N·m이다. 진동대는 Labview 프로그램에 의해 제어되며, 진동대는 AC 서보 모터를 사용하였고 내셔널 인스트루먼트사의 (NI) BNC-2110 D/A 보드로 제어하였다. 바닥판으로부터 3층까지 4개 가속도계를 설치하였다. 실험진행 및 데이터 처리과정을 그림 2와 같이 도식화하였다.

3.시스템 식별 기법

3.1 일반 사항

시스템식별에서 가장 중요한 것은 잡음의 크기가 최소화된 양질의 데이터를 취득하는 것이다. 여기서, 잡음이란 식별하고자 하는 시스템의 정보를 표현하지 못하는 모든 정보를 의미하며, 잡음의 특성은 시스템에 따라 그리고 계측시스템의 특성에 따라 달라지기 때문에 엔지니어에 의한 판단이 매우 중요하다. 잡음이 제거된 자료를 계측하기 위해 가장 먼저 결정할 것은 자료를 취득하는 시간간격의 크기이다. 자료를 취득하는 시간간격은 식별할 수 있는 주파수 영역의 크기를 결정한다. 즉, 시간간격의 역수의 절반으로 정의되는 Nyquist 주파수까지의 신호만이 계측 가능하다. 만일 이 주파수보다 큰 주파수 성분을 구조물이 가지고 있다면, 그 신호는 저주파수 대역의 성분인 것처럼 잘못 인식되며, 이를 얼라이어징(aliasing) 현상이라 한다. 따라서, 시간간격은 Nyquist 주파수가 관심영역의 주파수대역보다 크도록 충분히 작게 설정되어야 한다. 대상 구조물은 저주파수 중심의 유연한 구조물이기 때문에 고차모드도 모두 약 20Hz이내의 성분을 가진다. 따라서, 본 연구에서는 시간간격을 관심되는 주파수대역인 20Hz의 2.5배인 50Hz까지의 신호를 계측하도록 0.01초로 설정하였다. 시간간격의 결정과 함께 사용될 것은 원하는 주파수 대역의 신호만을 계측하는 대역전달 필터(band-pass filter)의 사용이다. 일반적으로 0Hz에 가까운 신호는 평균성분이나 혹은 진동성분이 아닌 단조증가 혹은 단조 감소하는 성분을 의미한다. 이러한 신호들은 일반적인 동적 신호에는 존재하지 않기 때문에 잡음으로 규정되어 제거되어야 한다. 또한, 조화하중실험의 가진 신호의 경우 대상 주파수 성분 이외의 성분은 모두 잡음이므로 이를 제거할 수 있는 대역전달 필터를 사용해야 한다. 본 연구에서는 각각의 실험에 알맞은 5차의 버터워쓰(butterworth) 필터를 사용하여 잡음을 제거하였다.

3.2 질량행렬의 모든 정보가 주어지는 경우

본 연구에서는 Reinhorn 등이 마찰감쇠기가 설치된 구조물의 시스템식별에서 사용한 각 모드의 전달함수를 curve-fitting하는 방법을 이용하여 구조물의 모드벡타, 진동수, 그리고 감쇠비를 구하였다.[12] 지진하중을 받는 n 자유도 구조물의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = -MI\ddot{x}_g \tag{2}$$

여기서, M,C, 그리고 K는 각각 질량, 감쇠, 그리고 강성 행렬을 나타낸다. x는 크기 n×1인 변위 벡타이고, I는 지진영향 벡타이다. 비례감쇠인 경우 (2)식은 다음과 같은 모드방정식의 형대로 표현된다.

$$\ddot{\eta} + \Lambda\dot{\eta} + \Omega\eta = \Gamma\ddot{x}_g \tag{3}$$

여기서, $x = \Phi\eta$, $\Gamma = -\Phi^T MI$이고, Φ는 다음 특성방정식을 만족시키는 고유벡타로 질량에 대하여 정규화되었다.

$$K\Phi = M\Phi\Omega, \quad \Phi^T M\Phi = I \tag{4}$$

그리고, Λ와 Ω는 다음과 같다.

$$\Lambda = \Phi^T C\Phi = diag(2\xi w_{ni}, i = 1, ..., n) \tag{5}$$

$$\Omega = \Phi^T K\Phi = diag(w_{ni}^2, i = 1, ..., n) \tag{6}$$

비제어시와 같이 모든 층에서 구조물의 모든 모드를 계측할 수 있고 이로부터 구조물의 진동수와 감쇠비를

추출할 수 있는 경우에는 다음과 같이 강성행렬과 점성행렬을 구성할 수 있다.

$$K = M\Phi\Omega\Phi^T M \tag{7}$$

$$C = M\Phi\Lambda\Phi^T M \tag{8}$$

여기서, w_{ni}i와 ξ_i는 각각 i차 모드의 고유진동수와 감쇠비이다.

3.3 질량행렬의 2-norm정보만 주어지는 경우

일반적인 시스템식별기법은 다음과 같은 상태방정식을 제공한다. 본 연구에서는 시간영역에서 관측기/Kalman 필터 시스템식별 기법을 사용하여, 다음과 같은 상태방정식을 구하였다.[13] 출력은 각층 가속도 응답이다. 질량행렬은 2-norm의 크기가 주어진다고 가정한다.

$$\dot{z} = A_c z + B_c u \tag{9}$$

$$y = C_c z + D_c u \tag{10}$$

(9)식, (10)식의 상태방정식은 다음과 같은 복소 모드 좌표계로 표현될 수 있다.

$$\dot{q} = A_q q + B_q u \tag{11}$$

$$y = C_q q + D_c u \tag{12}$$

여기서, $z = \Psi q$, $B_q = \Psi^{-1} B_c$, $C_q = C_c \Psi$ 이고, Ψ 는 다음 조건을 만족 시키는 복소 모드 고유 벡타이다.

$$A_c \Psi = \Psi A_q \tag{13}$$

행렬 Aq, Bq, Cq, 와 벡타 q 는 다음과 같다.

$$A_q = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \overline{\lambda_1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \\ & & & & \overline{\lambda_n} \end{bmatrix}, \; B_q = \begin{bmatrix} b_{q1} \\ \overline{b}_{q1} \\ \vdots \\ b_{qn} \\ \overline{b}_{qn} \end{bmatrix}, \; C_q^T = \begin{bmatrix} c_{q1}^T \\ \overline{c}_{q1}^T \\ \vdots \\ c_{qn}^T \\ \overline{c}_{qn}^T \end{bmatrix}, \; q = \begin{bmatrix} q_1 \\ \overline{q}_1 \\ \vdots \\ q_n \\ \overline{q}_n \end{bmatrix} \tag{14}$$

여기서, $\lambda_i = \sigma_i + jw_i$ 이고, $\overline{\lambda}_i$ 는 λi.의 켤레 복소수이다. Alvin 등이 제안한 CBSI(Common Based-normalized System Identification)를 적용하여 물리적 의미를 가지고 있지 않은 벡타인 q 는 모드 변위-속도 좌표계로 변환된다 [14]. 다음 식은 i차 모드의 변환을 보여준다.

$$\begin{bmatrix} q_i \\ \overline{q}_i \end{bmatrix} = V_i \begin{bmatrix} \eta_i \\ \dot{\eta}_i \end{bmatrix} \tag{15}$$

여기서, 변환 행렬 V_i 는 다음 식에 의해 주어진다.

$$V_i = d_i \frac{j}{2w_i} \begin{bmatrix} \sigma_i & -jw_i & -1 \\ -\sigma_i & -jw_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sigma_i & -r_i w_i & 1 \\ -\sigma_i^2 & -w_i^2 & \sigma_i - r_i \end{bmatrix} \tag{16}$$

여기서, $r_i = Im(b_i)/Re(b_i)$. d_i 의 크기는 임의로 선택될 수 있으나, 만일 가력기와 동일한 위치에 설치된 센서가 존재한다면, 즉, 입력영향행렬과 같은 동일한 형태를 가지는 출력행렬을 정의할 수 있다면 다음과 같이 설정함으로써 질량 정규화된 모드 벡타를 얻을 수 있다.

$$d_i = w_{ni} \sqrt{\frac{2Re(b_i)}{(\sigma_i + r_i w_i) Re(c_i) - (r_i \sigma_i - w_i) Im(c_i)}} \tag{17}$$

지반 가속도가 입력신호이고, 각 층 가속도가 출력인 경우, 동일한 형태의 입력영향행렬과 출력행렬은 존재하지 않으며, 질량 정규화된 d_i 를 얻을 수 없다. 그러나, 구조물의 질량에 대한 정보 중 질량행렬의 전체적인 크기를 말해주는2-norm을 아는 경우, 주어진 2-norm을 가지도록 를 설정할 수 있다.
출력변환 행렬 를 사용하여 (12)식을 좌표 변환하면 다음과 같다.

$$y = H_1\eta + H_2\dot{\eta} + D_c u \tag{18}$$

(3)식을 절대가속도로 표현하면 다음과 같다.

$$\ddot{x} + [1]_{n\times 1}\ddot{x}_g = -\Phi\Omega\eta - \Phi\Lambda\dot{\eta} \tag{19}$$

(18)식과 (19)식을 비교함으로써, 모드 벡타를 얻을 수 있다.

$$\Phi = -H_1\Omega^{-1} \tag{20}$$

질량행렬은 다음 식에 의해 주어진다. 이 질량행렬은 전술한 바와 같이 2-norm으로 정의되는 주어진 전체 질량의 대략적인 크기와 동일한 2-norm을 가진다.

$$M = (\Phi\Phi^T)^{-1} \tag{21}$$

4. 실험 결과

4.1 백색잡음 실험 (White-noise Test)

백색잡음 실험은 단 한번의 실험으로 전달함수를 구할 수 있는 장점을 가지고 있다. 그림 9는 백색잡음 실험을 통해 구한 전달함수의 크기를 보여준다. 전달함수는 250초간 0.01초 간격으로 측정된 전체 자료 중 6250개의 샘플들의 평균으로 구했으며 해닝 윈도우(hanning window)를 사용하였다. 1, 2, 3차 모드진동수는 2.9Hz, 9.5Hz, 15.3Hz이다. 전 절에서와 동일한 방법으로 계산된 모드 벡타, 모드 감쇠비, 강성행렬, 감쇠행렬은 다음과 같다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.0661 & 0.1440 & 0.1063 \\ 0.1203 & 0.0521 & -0.1492 \\ 0.1398 & 0.1223 & 0.0695 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.58 \\ 0.24 \\ 0.19 \end{bmatrix} \% \tag{22}$$

$$K = \begin{bmatrix} 6.5362 & -3.7356 & -0.0368 \\ -3.7356 & 7.5736 & -3.8367 \\ -0.0368 & -3.8367 & 3.9676 \end{bmatrix} \text{kN/m}, \quad C = \begin{bmatrix} 5.5955 & -0.5664 & -0.2151 \\ -0.5664 & 6.0393 & -0.5899 \\ -0.2151 & -0.5899 & 5.5514 \end{bmatrix} \text{N}\circ\text{s/m} \tag{23}$$

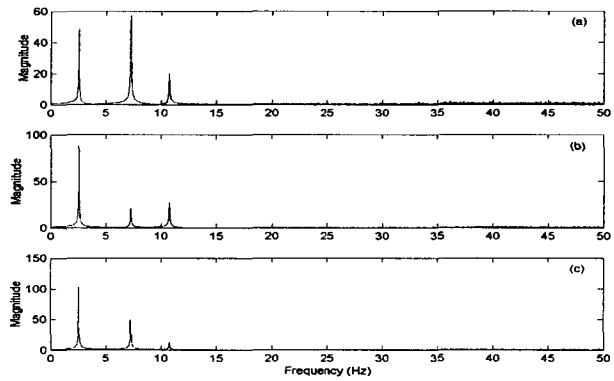

그림 3. 백색잡음 실험시 지반가속도에 대한 각 층 가속도 전달함수; (a) 1층, (b) 2층, (c) 3층

4.4 백색잡음실험결과와 CBSI 기법의 비교

백색잡음 실험을 통해서는 일반적인 시스템 식별기법을 이용하여, 상태방정식 형태의 시스템 행렬을 구할 수 있으며, 시스템 행렬이 주어지는 경우 CBSI기법을 이용하여 질량, 강성, 감쇠행렬을 구할 수 있다. 본 연구에서는 관측기/Kalman 필터 기법을 이용하여 시스템 행렬을 구하였다. 얻어진 시스템 행렬로부터 CBSI기법을 사용하여 얻어진 모드 벡타와 모드 감쇠비는 다음과 같다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.1475 & 0.1810 & 0.1059 \\ 0.2680 & 0.0653 & -0.1494 \\ 0.3110 & -0.1536 & 0.0707 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.41 \\ 0.29 \\ 0.30 \end{bmatrix} \% \tag{24}$$

$$K = \begin{bmatrix} 5.9331 & -4.2884 & 0.9525 \\ -4.2884 & 6.7239 & -3.6466 \\ 0.9525 & -3.6466 & 2.8236 \end{bmatrix} \text{kN/m}, \; C = \begin{bmatrix} 6.0240 & -3.3609 & 0.4057 \\ -3.3609 & 6.1771 & -3.1468 \\ 0.4057 & -3.1468 & 3.1999 \end{bmatrix} \text{N} \cdot \text{s/m} \tag{25}$$

그림 4, 5, 6은 각각 1층, 2층, 3층 가속도의 지반가속도에 대한 전달함수를, 백색잡음 실험과 CBSI 기법을 통해 얻어진 모델들을 이용하여 구한 결과를 보여준다. Nyquist 주파수는 50Hz이나, 저 주파수 대역에서의 자세한 비교를 위해 25Hz까지만 표시하였다. 백색잡음에 의한 결과는 단순히 전달함수로부터 계산된 값과 관측기/Kalman 필터 기법과 CBSI 기법을 적용하여 구한 값이 거의 전 주파수 대역에서 일치함을 확인할 수 있다. 그러나, CBSI기법의 경우 질량행렬의 2-norm에 대한 정보만을 요구하기 때문에 구조물의 전체질량에 대한 대략적인 정보와 실험을 통해 얻어진 고유벡타로 질량행렬을 구성할 수 있는 장점을 가지고 있다.

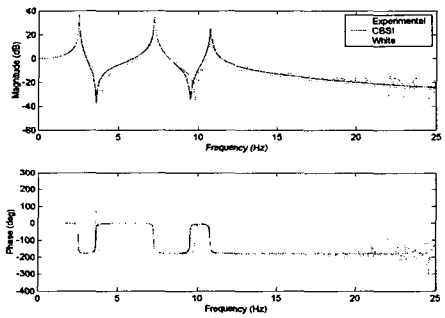

그림 4 바닥판 가속도에 대한 1층 가속도의 전달함수

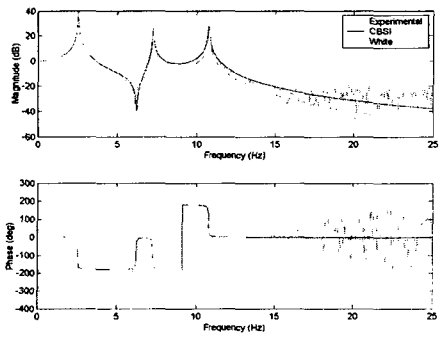

그림 5 바닥판 가속도에 대한 2층 가속도의 전달함수

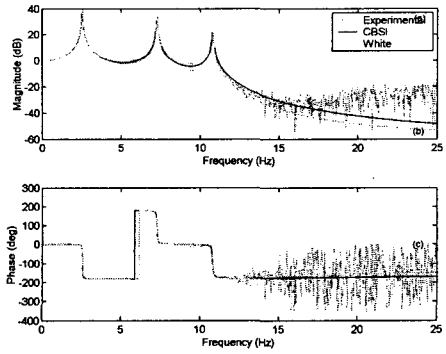

그림 6 바닥판 가속도에 대한 3층 가속도의 전달함수

5.결 론

본 연구에서는 구조물의 특성 중 비교적 쉽고 정확히 구할 수 있는 질량행렬에 대한정보가 모두 주어지거나 전체크기를 말해주는 2-norm에 대한 정보가 주어진다는 가정 하에 백색잡음실험을 통해 얻어지는 구조물의 모드정보를 이용하여 강성행렬과 감쇠행렬을 구성한 후 이를 비교 검토함으로써, 백색잡음 실험이 주는 정보의 제한조건과 그에 따른 모델의 특성을 분석하였고 실험 결과는 단순히 전달함수로부터 계산된 값과 관측기/Kalman 필터 기법과 CBSI 기법을 적용하여 구한 값이 거의 전 주파수 대역에서 일치함을 확인할 수 있다. 그러나, CBSI기법의 경우 질량행렬의 2-norm에 대한 정보만을 요구하기 때문에 구조물의 전체질량에 대한 대략적인 정보와 실험을 통해 얻어진 고유벡타로 질량행렬을 구성할 수 있는 장점을 가지고 있다. 지진신호를 입력신호로 이용하는 조건은 실제 지진이 빈번하지 않고, 지진이 오는 경우 대부분의 구조물의 경우 탄성영역을 벗어나 시스템 특성이 변화된다는 점을 고려할 때 비현실적일 수 있으나, 연구를 위해 매우 많이 이용되는 진동대 실험을 위한 모델 구축에 유용하게 사용될 수 있는 장점을 가지고 있으며, 본 연구는 진동대 실험을 위한 기초적인 동적실험 및 분석에 이용될 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

이 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행 한 2003년도 건설핵심기술연구개발사업 (03산학연C103A2000010-03A0200-01010)에 의한 것으로 이에 감사드립니다.

참고 문헌

1. Ljung, L., System Identification: Theory for the User, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1987,

2. Friswell, M.I., and Mottershead, J. E., Finite Element Model Updating in Structural Dynamics, Kluwer Academic Publishers, Boston, London, 1995.

3. Herman V.A., Bart P., "Sensors and Systems for Structural Health Monitoring", Journal of Structural Control, Vol.10, 2003, pp.117-125.

4. F.T.K. Au, R.J. Jiang, Y.K. Cheung., "Parameter identification of vehicles moving on continuous bridges" Journal of sound and vibration, Vol.269,2004, pp.91-111.

5. Dyke, S.J., Spencer Jr., B.F., Quast, P., Sain, M.K., Kaspari Jr., D.C., and Soong, T.T., "Experimental

Verification of Acceleration Feedback Control Strategies for an Active Tendon System", Technical Report NCEER-94-0024, State University of New York at Buffalo, Buffalo, NY., 1994.
6. 주석준, 박지훈, 민경원, 홍성목, "건축구조물의 지진응답제어를 위한 시스템 식별의 실험적 연구", 한국지진공학회 논문집, Vol.3, No.4, 1999, pp.47-59.
7. 민경원, 이상현, 김진구, 이영철, 이승준, 최현훈, "점탄성 감쇠기 적용을 위한 실물크기 5층 건물의 가진 및 시스템 식별", 한국지진공학회 논문집, Vol.7, No.3, 2003, pp.1-7.
8. Berman, A., Nagy, E.J., "Improvement of Large Analytical Model Using Test Data", AIAA Journal, Vol.21, 1983, pp.1168-1173.
9. Farhat, C., Hemez, F.M., "Updating Finite Element Dynamic Models Using an Element-by-Element Sensitivity Methodology", AIAA Journal, Vol.31, 1993, pp.1702-1711.
10. 강경수, 이상현, 주석준, 민경원, "유한요소모델에 기초한 3층 건물모델의 시스템 식별", 03추계학술대회논문집, 한국소음진동공학회, pp.72~77.
11. 황재승, 주석준, "구조물의 모드질량추정", 02추계학술대회논문집, 한국구조물진단학회, pp. 115~122.
12. Li C., and Reinhorn J.C., "Experimental and Analytical Investigation of Seismic Retrofit of Structures with Supplemental Damping: Part II-Friction Devices", Technical Report NCEER-95-0009, National Centre for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY., 1995.
13. Juang, J.N., Applied System Identification, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ., 1994.
14. Alvin, K.F., and Park, K.C., "Second-Order Structural Identification Procedure via State-Space-Based System Identification", AIAA Journal, Vol.32, 1994, pp.397-406.