

## μ-합성법을 이용한 사장교의 지진응답 제어

### Seismic Response Control of a Cable-Stayed Bridge using a $\mu$ -Synthesis Method

박규식\*                      정형조\*\*                      윤우현\*\*\*                      이인원\*\*\*\*  
Park, Kyu-Sik              Jung, Hyung-Jo              Yoon, Woo-Hyun              Lee, In-Won

---

#### ABSTRACT

This paper presents a hybrid system combining lead rubber bearings and hydraulic actuators controlled by a  $\mu$ -synthesis method for seismic response control of a cable-stayed bridge. A hybrid system could alleviate some of restrictions and limitations that exist when each system is acting alone because multiple control devices are operating. Therefore, the overall control performance of a hybrid system may be improved compared to each system, however the overall system robustness may be negatively impacted by active device in the hybrid system or active controller may cause instability due to small margins. Therefore, a  $\mu$ -synthesis method that guarantees the robust performance is considered to enhance the possibility of real applications of the control system. The control performances of the proposed control system are compared with those of passive, active, semiactive control systems and hybrid system controlled by LQG algorithm and an extensive robust analysis with respect to stiffness and mass matrices perturbation and time delay of actuator is performed. Numerical simulation results show that the control performance of the proposed control system is superior to that of the passive system and slightly better than that of the active and semiactive systems and two hybrid systems show similar control performances. Furthermore, the hybrid system controlled by a  $\mu$ -synthesis method shows the good robustness without loss of control performances. Therefore, the proposed control system could effectively be used to seismically excited cable-stayed bridge which contains many uncertainties.

---

#### 1. 서론

복합제어 시스템은 일반적으로 수동과 능동제어 장치가 결합된 시스템이다. 이러한 복합제어 시스템은 복합의 제어장치를 사용하기 때문에 수동이나 능동 제어장치 한 종류만을 사용할 경우에 발생할 수 있는 문제점을 완화시킬 수 있다. 따라서 제어성능의 향상이 가능하고, 능동제어 시스템에 비해 신뢰성과 강인성(robustness)이 뛰어나다. 하지만 수치모델과 실제모델과의 차이와 다양한 불확실성(uncertainty)으로 인해 발생하는 능동제어 장치의 오작동 때문에 전체적인 강인성이 저

---

\* 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 박사후 연수연구원

\*\* 정회원·세종대학교 토목환경공학과 조교수

\*\*\* 정회원·경원대학교 산업환경대학원 부교수

\*\*\*\* 정회원·한국과학기술원 건설 및 환경공학과 교수

하될 수 있다. 따라서 복합제어 시스템의 강인성을 향상시키기 위해 능동 제어기의 강인성을 확보할 수 있는 제어 알고리즘을 사용해야 한다.

본 연구에서는 납고무받침(lead rubber bearing)과 유압식 가력기(hydraulic actuator)가 결합된 복합제어 시스템을 지진하중을 받는 사장교의 진동제어를 위해 사용하였다. 납고무받침은 교량에 전달되는 지진하중을 감소시키고 유압식 가력기는 상편변위(납고무받침의 변형량)와 같은 구조물의 응답을 추가적으로 감소시키기 위해 사용하였다. 유압식 가력기의 강인성을 향상시키기 위해 강인제어 알고리즘의 일종인  $\mu$ -합성법( $\mu$ -synthesis method)을 사용하였다. 제안된 복합제어 시스템의 제어성능을 검증하기 위해 다양한 제어시스템과 비교하였으며, 강인성을 검증하기 위해 강성행렬과 질량행렬에 불확실성이 있을때와 유압식 가력기에 시간지연(time delay)이 있을 때 강인성 해석을 수행하였다.

## 2. 복합제어 시스템

### 2. 1. 제어장치 및 센서(sensor)

본 연구에서 사용된 납고무받침의 물성치는 Ali 와 Abdel-Ghaffar<sup>(1)</sup>가 추천한 방법으로 설계한 박규식 등<sup>(2)</sup>의 논문의 값을 사용하였으며 총 24개의 납고무받침을 사용하였다. 능동제어 장치로는 지진하중을 받는 사장교를 위한 벤치마크(benchmark)문제<sup>(3)</sup>에서 사용한 용량 1000 kN 인 총 24개의 유압식 가력기를 사용하였다. 유압식 가력기는 동적거동을 무시하여 이상적인 거동을 한다고 가정하였다.

센서로는 5개의 가속도계와 4개의 변위계를 사용하였으며 모든 센서는 교축방향의 응답을 측정하고 동적거동은 무시하여 이상적인 센서로 가정하였다.

### 2. 2. $\mu$ -합성법

복합제어 시스템은 수동제어 장치의 강인성으로 인해 능동제어 시스템에 비해 뛰어난 강인성을 가지고 있다. 하지만 수치모델과 실제구조물의 차이와 다양한 불확실성으로 인해 발생하는 비정상적인 능동제어 신호로 인하여 제어기의 강인성에 문제가 발생할 수 있다. 따라서 유압식 가력기의 강인성을 증가시키기 위해  $\mu$ -합성법을 사용하였다. 제어성능과 제어기의 안정성을 동시에 나타내는 강인성능(robust performance)은 섭동(perturbation)을 포함한 시스템의 구조화된 특이치(structured singular value)를 이용하여 평가할 수 있다. 그림 1과 같은 정규화된 성능 사양과 섭동을 포함한 표준형태의 시스템이 강인성능을 가지기 위한 필요충분 조건은 식 (1)과 같이 구조화된 특이치가 1보다 작으면 된다. 그림 1에서  $N(s)$  는 시스템의 전달함수(transfer function)  $P(s)$ 와 제어기의 전달함수  $K(s)$ 로 구성된 폐회로 시스템(closed loop system)의 전달함수이고,  $\Delta(s)$ 와  $\Delta_o(s)$ 는 각각 안정성과 성능에 관련된 섭동이다. 하지만 일반적으로 구조물의 구조화된 특이치를 직접 최소화하

는 방법은 매우 어렵기 때문에 식 (2)와 같이 구조화된 특이치의 상한치를 최소화하게 된다. 이때 D-K 반복법<sup>(4)</sup>을 사용한다.

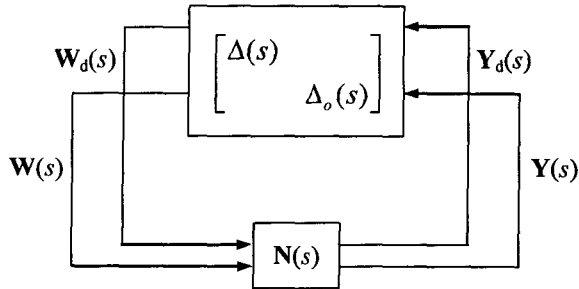


그림 1. 강인성능 해석을 위한 표준형

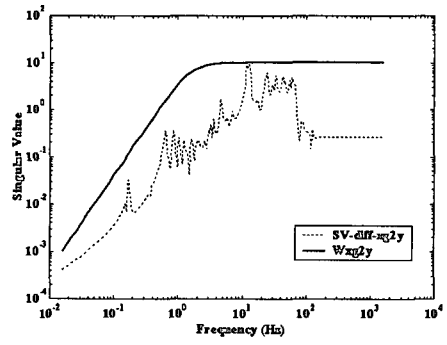
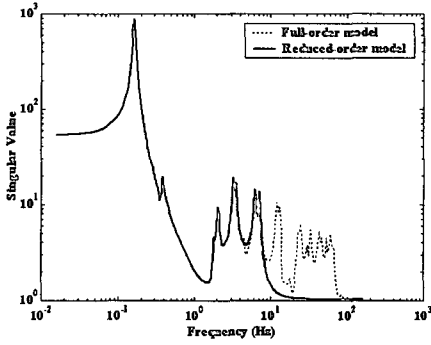
$$\sup_{\omega} \{ \mu_{\bar{\Delta}} [N(j\omega)] \} < 1 \quad (1)$$

$$J = \sup_{\omega} \min_{\substack{d_1, d_2, \dots, d_p \\ d_i \in (0, \infty)}} \bar{\sigma} [D_R(j\omega)N(j\omega)D_L^{-1}(j\omega)] \quad (2)$$

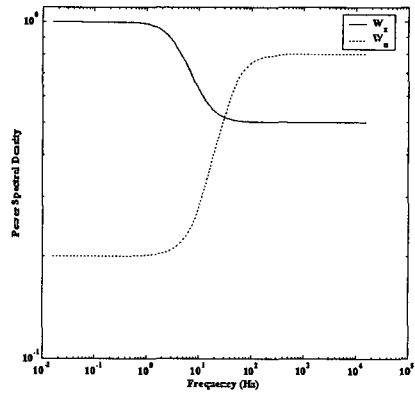
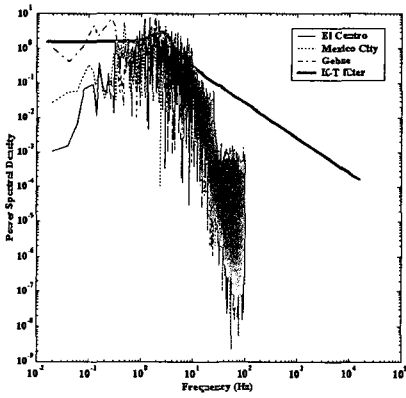
D-K 반복법은 폐회로 시스템의  $\infty$ -놈(norm)의 최적화와 D-스케일(scale)의 최적화를 교차로 수행하여 구조화된 특이치의 상한치를 최소화하게 된다. 앞의 설명과 같이  $\mu$ -합성법은 다른 제어알고리즘과 달리 제어기를 설계하는 단계에서 섭동을 직접 고려할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 설계모델(축소차수 모델)과 평가모델(전체차수 모델)의 차이를 고려하기 위한 섭동과 제어신호의 불확실성을 고려하기 위한 섭동을 제어기 설계에 포함시켰다.

본 연구에서는 상대적으로 중요도가 작은 controllability grammian과 observability grammian을 응축하여 설계모델을 구성하였기 때문에 고주파 영역에서 그림 2(a)와 같이 축소전의 모델과 많은 차이를 보인다. 따라서 그림 2(b)와 같이 이러한 차이를 포함할 수 있는 덧셈적(additive) 섭동을 외부하중과 측정치 사이에 고려하였다. 또한 곱셈적(multiplicative) 섭동은 제어기에 발생할 수 있는 여러가지 불확실성을 고려하여 1%의 오차가 있다고 가정하였다. 2개의 섭동과 관련된 필터(filter) 이외에 제어성능과 강인성 향상을 위해 3개의 필터를 추가적으로 고려하였다. LQG 제어 알고리즘에서 외부하중은 stationary white noise로 가정하지만 그림 3(a)와 같이 일반적으로 지진하중은 저주파수에 에너지가 집중되어 있다. 따라서 이러한 지진하중의 특성을 묘사하기 위해 Kanai-Tajimi 필터를 고려하였다. 또한 제어기의 넘침효과(spillover effect)를 방지하기 위해 high-pass 필터를 제어입력에 사용하였고 제어력을 효과적으로 사용하기 위해 low-pass 필터를 제어된 응답에 사용하였다. 그림 3(b)는 이러한 제어력과 제어된 응답에 관한 필터이다. 제어성능과 관련된 응답가중행렬은 최대응답 접근법<sup>(2)</sup>을 사용해 결정하였다. 모든 주파수 가중 필터를 포함한  $\mu$ -제어기의 블록 다이

아그램(block diagram)은 그림 4와 같다.



(a) 설계모델과 평가모델에서 외부하중과 측정치 사이의 특이치  
 (b) 설계모델과 평가모델에서 외부하중과 측정치 사이의 특이치 차이 및 불확실성 필터  
 그림 2. 설계모델과 평가모델의 특이치 차이와 덧셈적 불확실성 필터



(a) 지진하중 및 Kanai-Tajimi 필터  
 (b) 제어력 및 제어된 응답 가중 필터  
 그림 3. Kanai-Tajimi, 제어력 및 제어된 응답 필터

### 3. 수치예제

#### 3.1. 교량모델

본 연구에서 고려된 교량 모델은 사장교의 제어기법을 개발하기 위해 제시된 벤치마크 문제<sup>(3)</sup>에

서 고려한 Bill Emerson Memorial 교를 사용하였다. 이 교량은 2개의 주탑, 128개의 케이블 그리고 추가적인 2개의 교각으로 구성되었다. 벤치마크 문제에서는 평가모델뿐만 아니라 각 제어방법의 성능을 평가하기 위한 18개의 평가기준이 제시되었다. 처음 6개의 평가기준은 제어기법의 성능을 고려하기 위한 교량의 최대응답에 관한 것이며, 두 번째 5개의 평가기준은 전체 해석시간에 대한 평균응답에 관한 것이다. 마지막 7개의 평가기준은 제어기 자체에 대한 제약조건에 관한 것이다. 교량모델, 평가기준, 입력지진 등에 관한 좀더 자세한 내용은 Dyke 등<sup>(3)</sup>의 논문에 제시되어 있다.

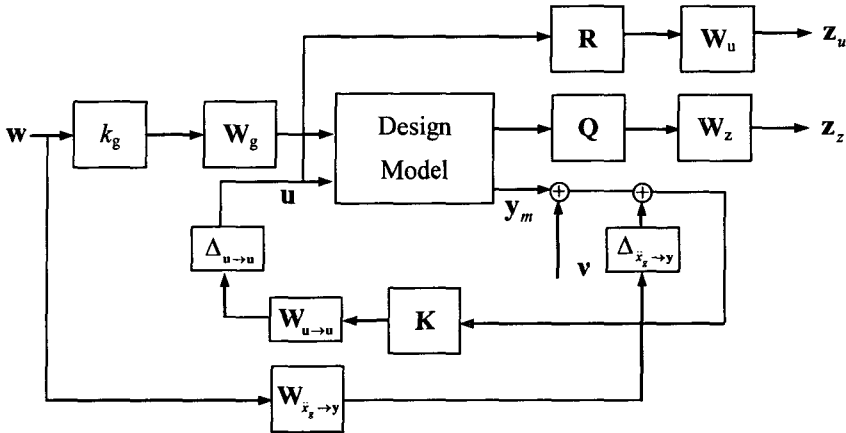


그림 4. 다양한 주파수 가중 필터를 포함한  $\mu$ -제어기

### 3. 2. 수치해석 결과

#### 3. 2. 1. 제어성능

표 1은 3개의 지진(EI Centro, Mexico City, Gebze)에 대한 평가기준의 최대값을 나타낸 것이다. 표에서 수동은 납고무받침을 사용한 경우, 능동은  $\mu$ -합성법으로 제어되는 유압식 가력기를 사용한 경우, 반능동은 Moon 등<sup>(5)</sup>이 사용한 sliding mode control 을 이용한 자기유변유체 감쇠기 (magnetorheological fluid damper)를 사용한 경우, 복합 1은 납고무받침과 LQG 알고리즘으로 제어되는 유압식 가력기를 사용한 경우, 마지막으로 복합 2는 납고무받침과  $\mu$ -합성법으로 제어되는 유압식 가력기를 사용한 경우이다. 표에서 보듯이 제안된 복합제어 시스템은 수동제어 시스템에 비해 월등한 제어성능을 나타냈으면 능동이나 반능동제어 시스템에 비해 좀더 좋은 제어 성능을 나타내었다. 또한 제어성능에 초점을 둔 LQG 제어 알고리즘을 사용한 복합제어 시스템과 유사한 제어 성능을 나타내었다. 모든 제어 시스템에서 Dyke 등<sup>(3)</sup>에 의해 제시된 유압식 가력기의 제약조건 (최대제어력=1000 kN, 최대 stroke=0.2 m, 최대속도=1 m/sec)을 만족하였다.

표 1.3 개의 지진에 대한 최대 평가기준

평가기준	수동	능동	반능동 <sup>(5)</sup>	복합 1	복합 2
J <sub>1</sub> - 최대 밀면 전단력	0.546	0.523	0.468	0.485	0.497
J <sub>2</sub> - 최대 상판 높이의 전단력	1.462	1.146	1.283	0.921	1.170
J <sub>3</sub> - 최대 전도모멘트	0.619	0.416	0.485	0.443	0.454
J <sub>4</sub> - 최대 상판높이의 모멘트	1.266	0.821	1.184	0.656	0.752
J <sub>5</sub> - 최대 케이블 인장력 변화	0.208	0.154	0.219	0.143	0.144
J <sub>6</sub> - 최대 상판변위	3.830	1.465	3.338	1.553	1.117
J <sub>7</sub> - 평균 밀면 전단력	0.421	0.368	0.370	0.377	0.360
J <sub>8</sub> - 평균 상판 높이의 전단력	1.550	1.005	1.351	0.899	0.976
J <sub>9</sub> - 평균 전도모멘트	0.482	0.316	0.404	0.338	0.307
J <sub>10</sub> - 평균 상판높이의 모멘트	1.443	0.682	1.607	0.728	0.617
J <sub>11</sub> - 평균 케이블 인장력 변화	0.022	0.016	0.019	0.017	0.015
J <sub>12</sub> - 최대 제어력	2.16e-3	1.96e-3	1.96e-3	2.628e-3	2.93e-3
J <sub>13</sub> - 최대 stroke	-	0.803	1.830	0.852	0.613
J <sub>14</sub> - 최대전력(power)	-	8.69e-3	-	9.35e-3	0.010
J <sub>15</sub> - 총전력	-	8.19e-4	-	1.19e-3	9.51e-4
J <sub>16</sub> - 제어장치 개수	24	24	24	48	48
J <sub>17</sub> - 센서 개수	-	9	17	9	9
J <sub>18</sub> - dim( $x_k^c$ )	-	48	30	30	80

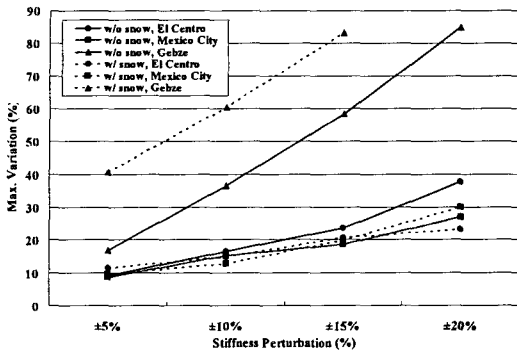
### 3. 2. 2. 제어기의 강인성

실제 교량이 건설되었을 경우 Dyke 등<sup>(3)</sup>에 의해 제시된 평가모델과 다른 동적특성을 갖게 된다. 따라서 수치해석에서 좋은 제어성능을 보였을지라도 실제 교량에 적용 되었을 때 제어성능이 보장되지 않을 수도 있다. 그러므로 제어 시스템의 실제 적용 가능성을 조사하기 위해 제어 시스템의 강인성을 반드시 조사해야 한다. 본 연구에서는 구조물의 강성행렬과 질량행렬에 일정한 불확실성이 있을때와 유압식 가력기에 시간지연이 있을 경우에 대해 강인성을 조사하였다.

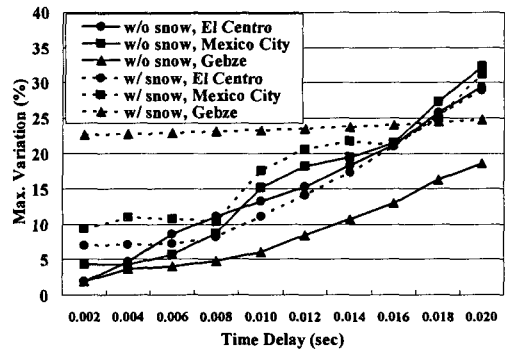
강성행렬의 불확실성은 전체 강성행렬에  $\pm 5\%$ ,  $\pm 10\%$ ,  $\pm 15\%$ ,  $\pm 20\%$  의 불확실성을 고려하였고, 질량행렬의 불확실성은 미국 UBC 설계기준에 이용해 교량상판에 눈이나 비에 의한 질량을 추가적으로 고려하였다. 질량행렬의 불확실성에 관한 자세한 내용은 Caicedo 등<sup>(6)</sup>의 논문에 제시되어 있다. 마지막으로 유압식 가력기의 시간지연은 sampling 시간에 비례하여, 0.002 초 ~ 0.02 초 까지 고려하였다. 본 연구에서는 평가기준의 변화율이 100%를 초과하거나 추가적인 제약조건(유압식 가력기의 제약조건, 허용상판변위, 허용케이블 인장력)을 만족하지 못할 경우 제어기가 강인성을 확보하지 못한다고 가정하였다.

그림 5는 강성행렬의 불확실성과 유압식 가력기의 시간지연에 따라 질량행렬의 불확실성이 없을때와 있을때의 각 지진별로 평가기준의 최대 변화율을 나타낸 것이다. 그림 5(a)에서 보듯이 강성행렬의 불확실성에 대해서는 모든 경우에 대해 강인성을 확보하였으나 질량행렬에 불확실성이 있고 -20%의 강성행렬 불확실성이 있을 때 Gebze 지진에서 강인성을 확보하지 못했다.

하지만 그림 5(b)에서 보듯이 유압식 가력기에 시간지연이 있을 때에는 질량행렬의 불확실성 유무에 관계없이 모든 경우에 강인성을 확보하였으며 강성행렬에 불확실성이 있을 때보다 평가기준의 변화율이 작았다. 이것은 토목구조물의 경우 질량이 매우 크기 때문에 전자나 기계구조물에 비해 유압식 가력기의 시간지연의 영향이 작기 때문이다.



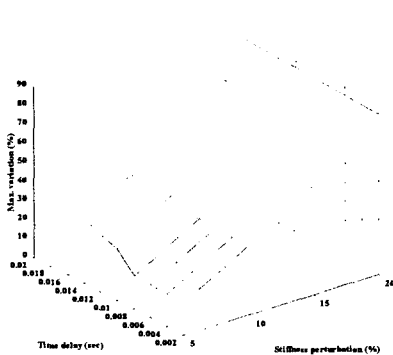
(a) 강성행렬의 불확실성에 대한 강인성



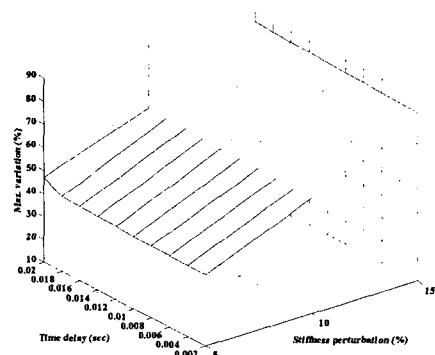
(b) 유압식 가력기의 시간지연에 대한 강인성

그림 6. 강성행렬의 불확실성과 유압식 가력기의 시간지연에 대한 강인성

그림 6은 강성행렬의 불확실성과 유압식 가력기의 시간지연이 동시에 있을 때 3개의 지진에 대해서 평가기준의 최대 변화율을 나타낸 것이다. 질량행렬의 불확실성이 없을 경우에는 그림 6(a)에서 보듯이 모든 경우에 대해 강인성을 확보하였다. 하지만 질량행렬의 불확실성이 있을 경우 그림 6(b)에서 보듯이 강성행렬에 20%의 불확실성이 있을 때 강인성을 확보하는데 실패하였다.



(a) 질량행렬의 불확실성이 없을 때



(b) 질량행렬의 불확실성이 있을 때

그림 7. 강성행렬의 불확실성과 유압식 가력기의 시간지연이 동시에 있을 때 강인성

#### 4. 결론

본 연구에서는 구조물에 전달되는 지진하중을 줄이기 위한 납고무반침과 상판변위와 같은 교량의 응답을 추가적으로 감소시키기 위한 유압식 가력기로 구성된 복합제어 시스템을 사장교의 벤치마크 문제에 적용하여 그 효용성을 조사하였다. 복합제어 시스템의 강인성을 향상시키기 위해  $\mu$ -합성법을 유압식 가력기에 사용하였다. 수치해석 결과 제안된 복합제어 시스템은 수동, 능동, 또는 반능동 제어시스템에 비해 제어 성능이 떨어지지 않으며 제어 성능에 초점을 둔 LQG 알고리즘을 사용한 복합제어 시스템과 유사한 제어성능을 보였다. 또한 다양한 불확실성에 대한 강인성 해석 결과 제어성능을 유지하면서 매우 뛰어난 강인성을 나타냈다. 따라서 제안된 복합제어 시스템은 불확실성이 많은 지진하중을 받는 사장교의 진동제어에 매우 효과적으로 사용될 수 있다.

#### 감사의 글

본 연구는 2000년도 한국과학기술부의 국가지정연구실 지원(과제번호: 2000-N-NL-01-C-251)과 2003년도 한국학술진흥재단의 신진연구인력 지원(과제번호: KRF-2003-908-D00050)으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

#### 참고문헌

1. Ali, H. M., and Abdel-Ghaffar, A. M., "Seismic passive control of cable-stayed bridges," *Shock and Vibration*, Vol. 2, No. 4, 1995, pp. 259-272.
2. 박규식, 정형조, 이인원, "납고무반침의 비선형성을 고려한 벤치마크 사장교의 복합제어," *한국지진공학회 논문집*, 제6권, 제4호, 2002, pp. 51-63.
3. Dyke, S. J., Caicedo, J. M., Turan, G., Bergman, L. A., and Hague, S., "Phase I benchmark control problem for seismic response of cable-stayed bridges," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 129, No. 7, 2003, pp. 857-872.
4. Burl, J. B. *Linear optimal control:  $H_2$  and  $H_\infty$  methods*, Addison-Wesley, 1999.
5. Moon, S. J., Bergman, L. A., Voulgaris, P. G., "Sliding mode control of cable-stayed bridge subjected to seismic excitation," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 129, No. 1, 2003, pp. 71-78.
6. Caicedo, J. M., Dyke, S. J., Moon, S. J., Bergman, L. A., Turan, G., and Hague, S., "Phase II benchmark control problem for seismic response of cable-stayed bridges," *Journal of Structural Control*, Vol. 10, No. 3-4, 2003, pp. 137-168.