

# 효율적인 복합다양체 CAD 시스템 위상 작업자 구현

최국현\*

Implementation of Topological Operators for the Effective Non-manifold CAD System

Guk-Heon Choi\*

## Abstract

As the increasing needs in the industrial field, many studies for the 3D CAD system are carried out. There are two types of 3D CAD system. One is manifold modeler, the other is non-manifold modeler. In the manifold modeler only 3D objects can be modeled. In the non-manifold modeler 3D, 2D, 1D, and 0D objects can be modeled in a unified data structure. Recently there are many studies on the non-manifold modeler. Most of them are focused on finding unknown topological entities and representing all kinds of topological entities found.

In this paper, efficient data structure is selected. The boundary information on a face and an edge is included in this data structure. The boundary information on a vertex is excluded considering the frequency of usage. Because the disk cycle information is not required in most case of modeling. It is compact. It stores essential non-manifold information such as loop cycle and radial cycle.

A suitable Euler-Poincare equation is studied and selected. Using the efficient data structure and the selected Euler-Poincare equation, 18 basic Euler operators are implemented. Several 3D models are created using the implemented modeler. A non-manifold modeling can be carried out using the implemented 3D CAD system. The results of this paper could be used in the further studies such as an implementation of Boolean operators, and a translation of 2D CAD drawings to 3D models.

**Key Words :** Non-manifold, Solid Modeling, Boundary Information, 3D CAD

## 1. 서 론

산업 설계의 필수 도구로 자리잡고 있는 3차원 CAD 시스템은 순수한 솔리드(3D)만을 표현하는 다양체 모델러(Manifold modeler)와 솔리드에 추가하여 2차원 면, 1차원 선, 0차원 점들을 함께 표현할 수 있는 복합다양체 모델러(Non-manifold modeler)로 구분할 수 있다.

복합다양체 모델러는 설계 초기 단계에 많이 발생하는 와이어프레임 모델과 설계 후반에 완성되는 솔리드를 하나의 자료구조를 이용하여 표현할 목적으로 개발되었다.

이러한 목적에 따라 복합다양체 모델러에 대한 다양한 연구가 진행되어 왔으며<sup>[1-7]</sup>, 수 년 전부터 ACIS<sup>[8]</sup>와 같은 상용 모델러들이 출시되고 있다.

\* 최국현, 동서울대학 컴퓨터응용기계공학부 (cgh@haksan.dsc.ac.kr)  
주소: 461-714 경기도 성남시 수정구 복정동 423

대부분의 복합다양체 모델에 대한 연구는 물체의 인접관계를 나타내는 데 필요한 정보를 찾고, 이를 효과적으로 저장하는 방안에 대한 연구였다.<sup>[9-13]</sup>

한편, 복합다양체 모델러는 다양체 모델러에 비하여 많은 데이터를 조작하여야 하므로 실행속도가 느리며 프로그램의 구현이 어렵다. 따라서 복합다양체 모델러 개발은 인접정보의 저장과 함께 프로그램 운영 효용성을 고려하여야 할 것이다.

Choi<sup>[13]</sup>는 시스템 개발과 프로그램 운영성을 고려하여 효율적 CAD 시스템 표현에 필요한 자료구조를 제시하였다.

본 연구는 실용적 관점에서 제시된 Choi<sup>[13]</sup>의 자료구조를 이용하여 솔리드 모델러를 구현하는 데에 대한 것이며, 구체적으로 솔리드 모델러의 핵심 커널인 기본 위상 작업자를 구현한 후 간단한 물체를 모델링 해 봄으로써 자료구조와 위상 작업자의 적합성을 검증하는 데에 목적이 있다.

## 2. 효율적 자료구조

Fig.1은 본 연구에서 사용할 자료구조이다. 이 자료구조의 특징은 3순환 정보<sup>[12]</sup>로 알려진 면의 경계정보(루프 순환(Loop Cycle)과 양 측면), 모서리의 경계정보(파이실린더(Pie-Cylinder, Radial Cycle)와 양 꼭지점), 꼭지점의 경계정보(디스크순환(Disk Cycle))중 면과 모서리의 경계정보는 직접 저장하고, 꼭지점의 경계정보는 시스템 운영 효율을 고려하여 저장하지 않는다.




Fig. 1. Data Structure

다음은 Wilson의 비교방식<sup>[14]</sup>을 적용하여 기존의 자료구조와 본 연구에서 사용할 자료구조를 비교 검토한 것이다. Partial-Face 와 ACIS 자료구조는 자료량이 적은 반면 복합다양체 정보인 방사순환 정보가 불완전하게 저장되어 있어 필요시 마다 알고리즘을 사용하여야 한다. Cusp-Based 자료

구조와 Feather-Based 자료구조는 디스크 순환 정보를 포함하고 있어 많은 정보 저장 공간을 필요로 한다. 꼭지점의 경계정보는 프로그램 운영 중 실제 사용빈도가 크지 않다. 따라서 본 논문에서는 루프순환과 방사순환 정보는 완전히 저장하고, 실용빈도가 떨어지는 디스크순환 정보는 저장하지 않는다.

Table 1 Data Structure Comparison

	Storage space	Radial Cycle	Disk Cycle
Radial-Edge <sup>[2]</sup>	1.00	YES	No
Partial-Face <sup>[7]</sup>	0.43	Incomplete	No
Cusp-Based <sup>[8]</sup>	1.21	YES	YES
Feather-Based <sup>[6]</sup>	1.22	YES	YES
ACIS <sup>[8]</sup>	0.38	Incomplete	No
Data-structure in this paper	0.61	YES	No

## 3. 위상 요소 설계

이 절에서는 위에서 기술한 효율적 자료구조의 각 위상요소들을 자세히 설명한다.

### 3.1 모델(Model)

모델(Model)은 3차원 물체 형상인 솔리드를 나타내는 요소이다. 임의의 솔리드는 여러 개의 영역으로 구성될 수 있으며, 이 영역들을 모아 하나의 물체로 표현하는 위상요소가 모델이다. 내부가 가득 찬 모델은 물체 내부와 외부의 두 영역이 존재하지만 외부영역은 항상 내부영역의 정보로 찾아낼 수 있으므로 별도 정보로 표시할 필요는 없다. 그러므로 모델은 내부 영역에 대한 포인터를 저장한다. 모델은 최상위 노드로서 하위 형상 요소인 면, 모서리, 꼭지점 정보를 저장하여 정보추출이 용이하도록 한다. 모델링 작업시 다수의 모델을 생성할 수 있도록 이웃 모델에 대한 정보를 추가한다.

### 3.2 영역(Region)

덩어리의 경계에 해당하는 별도의 위상요소를 영역이라 한다. 다양체의 경우 물체는 하나의 고체 덩어리로 구성된다. 복합다양체 모델이 되면 이를 한 개의 덩어리로 볼 수도 있고 여러 개의 덩어리로 구성되었다고 볼 수도 있다.

영역의 경계는 셀이다. 물체의 내부에 빈 공간에 존재하면 또 다른 셀이 존재한다. 따라서 영역은 자신의 경계인 셀에 대한 정보와 이웃 영역에 대한 정보 및 상위 노드인 모델에 대한 정보를 저장한다.

### 3.3 쉘(Shell)

쉘은 영역의 경계이다. 내부에 빈 공간이 있는 물체의 영역은 한 개의 외곽 쉘과 별도의 내부 쉘이 존재한다. 쉘 정보를 저장하지 않으면 물체를 화면에 디스플레이할 경우 하위 요소들의 정보를 검색하여 외부 쉘과 내부 쉘의 정보를 추출하여야 한다. 이 경우 해당 솔리드를 구성하고 있는 면과 모서리를 모두 검색하므로 많은 시간이 소요된다. 뿐만 아니라 쉘은 새로운 공간을 생성하거나 기존의 공간을 나누거나 제거하는 경우에 생성, 소멸, 또는 수정된다. 이러한 작업은 솔리드 모델링 시 자주 발생하는 작업이다.

쉘은 구성 요소인 측면(Side)의 집합에 관한 정보, 동일 영역에 속한 다른 쉘의 정보, 그리고 상위 노드인 영역에 대한 정보를 저장한다. 또한 하위 노드로서 측면(Side) 대신 루프(Loop)를 저장하여 고립된 모서리나 꼭지점으로 구성되는 쉘을 표현한다.

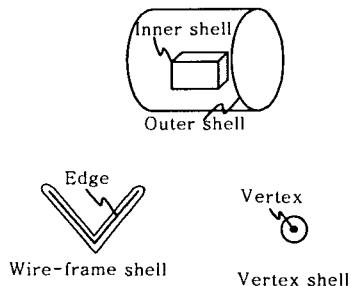


Fig. 2. Concept of the Shell

### 3.4 면(Face)

면은 경계인 양측면과 루프(loop) 정보를 저장한다. 또한 같은 모델에 있는 이웃 면에 대한 정보와 상위 노드인 모델에 대한 정보를 저장한다.

### 3.5 측면(Side)

측면은 면의 범선 방향의 경계 즉, 양(+) 방향쪽 면과 음(-) 방향쪽 면을 의미하며, 항상 2개가 존재한다. 면은 어느 한 쪽을 정확히 정의하면 나머지는 종속적으로 정해진다. 따라서 다양체(Manifold)의 경우 측면의 도입없이 면만으로 물체의 쉘을 구성할 수 있다. 이때 면의 양 방향은 물체의 바깥쪽, 음 방향은 물체의 안쪽으로 정의할 수 있다. 그러나 복합다양체가 되면 면의 방향만으로 물체의 내부와 외부를 판별할 수 없는 경우가 발생한다. 예를 들어 Fig. 3과 같은 물체 내부에 있는 면은 상부와 하부의 서로 다른 2개의 쉘에 포함되어 있다. 측면 요소를 도입하지 않고 Fig. 3과 같은 물체를 표시하려면 면

정보에 그 면이 속하고 있는 2개의 쉘 정보를 표시하여야 하며, 각 쉘을 구성하는 다음 면에 대한 두 개의 정보를 별도로 표시하여야 한다. 측면은 다음에 설명할 파이실린더(Pie-Cylinder)의 표현에도 필요하다. 측면은 쉘과 쉘을 구성하는 다음 측면 그리고 소속 면에 대한 정보를 저장한다.

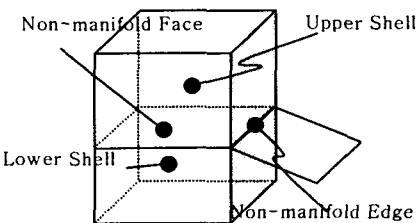


Fig. 3. Non-manifold Face and Edge

### 3.6 루프(Loop)

루프는 면의 평면상 경계, 즉 면의 바깥쪽 테두리와 안쪽 테두리로 바깥쪽 루프는 한 개만 존재하고 안쪽 루프는 0개 이상 다수가 존재할 수 있다. 새로운 면이 생성되면 루프도 같이 생성되며, 면이 수정되면 루프도 함께 수정된다. 즉, 면의 생성과 조작에 관련된 작업 시 루프와 관련된 위상 요소 조작이 필요하다. 루프는 루프를 구성하는 모서리에 대한 정보를 제공하는 루프에지(Loop-Edge)에 대한 정보와 동일한 면에 존재하는 다음 루프에 대한 정보, 그리고 상위 노드인 면에 대한 정보를 저장한다. 와이어프레임 모서리와 하나의 꼭지점으로 구성된 루프는 쉘을 상위노드 정보로 저장한다.

### 3.7 루프에지 (Loop-edge)

루프는 모서리들의 집합으로 구성한다. 이 때 모서리는 시작점에서 출발하여 끝점에서 끝나는 방향성을 갖는 모서리가 되어야 한다. 루프에지는 루프를 구성하는 방향성을 갖는 모서리다. 이는 측면에 대한 방사순환 정보를 갖는 Weiler의 Radial-Edge<sup>[2]</sup>, 면에 대한 불완전 방사순환 정보를 갖는 Partial-Edge<sup>[7]</sup>, 방사순환 정보와 디스크순환 정보를 동시에 갖는 Cusp<sup>[4,5]</sup>, Feather<sup>[6]</sup>와는 구별되는 루프순환 정보만을 저장하는 단순화된 위상요소이다.

루프에지는 시작점 정보, 소속 루프 정보, 소속 파이실린더 정보, 루프를 구성하는 다음 루프에지 정보(LNext), 시작 꼭지점을 공유하는 다른 루프에지 정보(VNext), 그리고 모서리를 공유하는 다음 루프에지(Mate)에 대한 정보를 저장한다. 특히, LNext 정보를 통하여 면에 속한 루프의 정보를 신속

히 도출할 수 있으며, Mate 정보를 통하여 복합다양체 모델에 존재하는 다양체 모델에 해당하는 인접 면 정보를 신속히 도출할 수 있다.

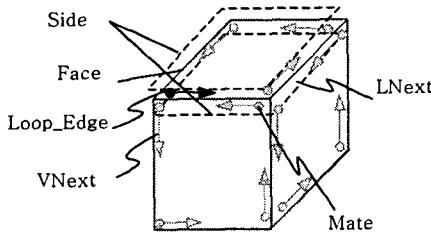


Fig. 4. Loop-edge Pointers

### 3.8 파이실린더(Pie-Cylinder)

파이실린더는 모서리를 중심으로 축 둘레 방향으로 연결되는 경계 정보이다. 이는 기존의 Radial-Edge, Partial-Edge, Cusp, Feather에 복합적으로 포함되어 있던 방사순환 정보로 경계정보의 검토<sup>[12]</sup> 결과에 따라 새로 도입된 위상요소이다. 다양체 (Manifold)에서는 2개의 파이실린더가 존재하며, 여기에 면이 추가될 때마다 한 개의 파이실린더가 추가된다. 다양체 모델에서는 파이실린더를 명시적으로 표현하지 않아도 된다. 복합다양체 (Non-manifold) 모델이 되면 파이실린더 정보를 명시적으로 표현하여야 한다. 파이실린더 정보를 생략하면 기하학적 특성을 기준으로 알고리즘을 사용하여 이웃관계 (Topology) 정보를 도출하여야 한다. 복합다양체 모서리 정보(방사순환정보)인 Radial 포인터와 Mate 포인터는 파이실린더의 정보를 통하여 간단히 추출할 수 있다. 즉, Start Side와 End Side 정보의 검색을 통하여 Radial Pointer를 도출할 수 있으며, Next 정보를 검색하여 간단히 Mate 정보를 도출할 수 있다.

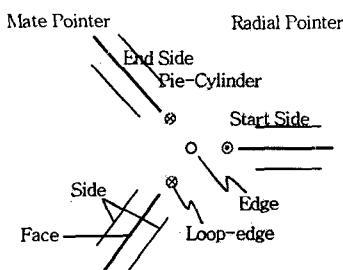


Fig. 5. Pie-Cylinder

파이실린더는 구성요소인 시작과 끝 측면, 모서리를 공유하는 다음 파이실린더, 모서리, 그리고 소속 루프에지에 대한 정보를 저장한다. 이 때 저장되는 루프에지는 시작 측면 쪽의 루프에지이다.

### 3.9 모서리(Edge)

모서리는 1차원 요소를 표현하는 노드로 파이실린더에 대한 정보를 저장하고 있으며, 파이실린더가 저장한 루프에지 정보를 통하여 양 쪽 끝 점에 대한 정보를 얻을 수 있다. 또한 모서리는 모델에 존재하는 다른 모서리에 대한 정보와 소속 모델에 대한 정보를 저장한다.

### 3.10 꼭지점

꼭지점은 모서리의 양쪽 끝 경계 정보이다. 측면의 경우 어느 한쪽을 정의하면 다른 측면이 종속적으로 결정되는 데 비하여 꼭지점은 시작점의 정의를 통해 끝점의 정보를 얻을 수 있다.

꼭지점은 기하학적인 점의 좌표에 대한 정보와 상위 노드인 루프에지에 대한 정보, 그리고 모델에 존재하는 다음 꼭지점에 대한 정보를 저장한다.

## 4. 위상작업자의 선정 및 구현

이 절에서는 솔리드 모델러의 구현에 기초가 되는 위상작업자에 대하여 설명하고자 한다.

위상 구조의 일관성을 유지하면서 객체를 안정적으로 생성, 수정 또는 소멸하기 위한 위상 작업자를 오일러 작업자라 한다. 이는 Baumgart<sup>[1]</sup>에 의하여 Winged-Edge 자료구조의 구현에 최초로 도입되었다. 복합다양체에 대하여서는 Yamaguchi<sup>[6]</sup>가 제안한 오일러 작업자와 Masuda<sup>[15]</sup>가 제안한 오일러 작업자가 대표적이다. Yamaguchi는 빈 공간과 채워진 공간을 구분하지 않고 영역(Region)으로만 표시하였으며, 이로 인하여 기본적인 오일러 작업자의 수는 줄어들었으나 오일러 공식의 계산 시 무한대 영역과 바깥 쉘을 제외한 개수를 이용하여야 한다. Masuda는 채워진 공간(Volume)과 빈 공간(Cavity)을 구분한 오일러 작업자를 제안하였다. 그러므로 Masuda의 오일러식이 더 일반적인 개념을 채택하였다고 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서는 Masuda의 오일러식을 채택하여 오일러 작업자를 구현하였다.

Masuda의 오일러 - 포앙카레(Euler-Poincare) 식은 다음과 같다.

$$v-e+(f-r)-(V-Vh-Vc) = C-Ch-Cc$$

여기서,

*v*: vertex의 수, *e*: edge의 수

*f*: face의 수, *r*: face에 있는 내부 루프(ring)의 수

*V*: 속이 찬 솔리드(Volume)의 수;

*C*: 속이 빈 공간(Complex)의 수

*Vh*: Volume의 관통 구멍(through hole)의 수;

*Ch*: Complex의 관통 구멍의 수

*Vc*: Volume 내의 빈 공간(Cavity)의 수

*Cc*: Complex 내의 빈 공간(Cavity)의 수이다.

윗 식은 기하학적으로 10개의 변수로 구성된 10 차원 벡터 공간(*v, e, f, r, V, Vh, Vc, C, Ch, Cc*) 상의 hyper-plane을 뜻 한다. 이 hyper-plane을 구성하는 기저 벡터(Basic vector)는 9개 이므로, 오일러 작업자는 역변환을 포함해 총 18개가 된다. Table 2, 3는 채택된 오일러 작업자의 종류와 이들 오일러 작업자가 수행하는 작업을 도식화 한 것이다.

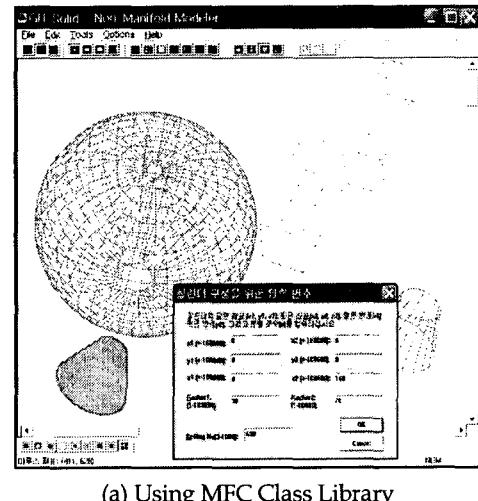
Table 2 Creation Operator

	v	e	f	r	V	Vh	Vc	C	Ch	Cc
<i>MVC</i>	1							1		
<i>MVE</i>	1	1								
<i>MECh</i>		1						1		
<i>MFKCh</i>			1							-1
<i>MVR</i>	1			1						
<i>MFCc</i>			1							1
<i>MVKCc</i>				1						-1
<i>MVVc</i>	1						1			
<i>MECh</i>		1				1				

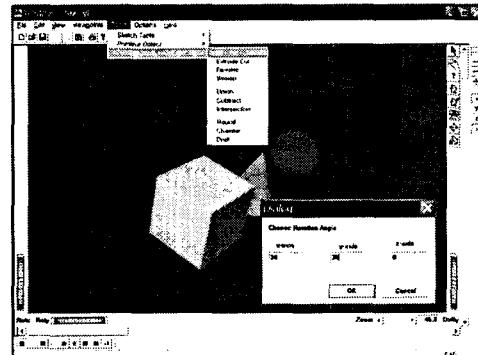
Table 3 Delete Operator

	v	e	f	r	V	Vh	Vc	C	Ch	Cc
<i>KVC</i>	-1							-1		
<i>KVE</i>	-1	-1								
<i>KECh</i>		-1						-1		
<i>KFMCh</i>			-1					1		
<i>KVR</i>	-1			-1						
<i>KFCc</i>			-1							-1
<i>KVMCc</i>				-1						1
<i>KVVc</i>	-1						-1			
<i>KECh</i>		-1				-1				

Figure 6(a)은 제안된 자료구조에 대하여 MFC Class를 이용하여 UI를 구현한 후, 오일러 작업자를 구현하여 완성한 복합다양체 모델러를 보여준다. Figure 6 (b)는 TGS 사의 Open Inventor IVF AppWizard를 이용하여 구현한 복합다양체 솔리드 모델러 UI를 보여준다. 구현환경은 펜티엄 4, MS Windows XP 이다.



(a) Using MFC Class Library



(b) Using IVF Class Library

Figure 6 Implemented System

## 5. 결 론

본 연구에서는

- 복합다양체의 대표적 경계정보인 면, 모서리, 꼭지점 경계 정보 중 실제 모델링 시 사용 빈도가 거의 없는 꼭지점 경계정보를 제외한 나머지 정보를 완전히 저장

- 하는 자료구조를 채택하여 솔리드 모델러를 구현하였다.
2. 복합 다양체의 위상 요소를 효율적으로 조작하기 위하여 빈공간과 채워진 공간을 구분한 Masuda의 오일러 식을 채택하였다.
  3. 오일러-포앙카레 식을 만족하는 18 개의 위상 작업자를 구현하였다.
  4. 구현된 위상 작업자를 이용하여 간단한 복합다양체 모델들을 모델링하여 자료구조와 위상 작업자를 검증하였다.
  5. 구현된 모델러를 이용하면 설계 초기 단계부터 완성단계에 이르는 전 과정을 일관된 자료구조를 이용하여 모델링할 수 있다.

## 향후 계획

향후 다음과 같은 분야의 연구가 추가되어야 할 것이다.

1. Boolean Operator 구현
2. High Level UI 구현하여 모델러의 사용 편의성을 향상

상기와 같은 추가 연구 완료 후 도면 전문가 시스템과 연동하여 2D 도면의 3차원 모델화 연구에 활용할 것이다.

## 후기

본 연구는 동서울대학의 교내연구비 지원 하에 수행되고 있는 연구과제의 결과 중 일부이다.

## 참고 문헌

1. B. G. Baumgart, A Polyhedron representation for Computer Vision, In AFIPS Proceedings, Vol 44, pp.589~596, 1975.
2. K. Weiler, "Topological Structures for Geometric Modeling", PhD Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, 1986.8.
3. M. Mantyla, *An Introduction to Solid Modeling*, Computer Science Press, 1988.
4. Y. Choi, "Vertex-Based Boundary Representation of Non-manifold Geometric Models", *PhD Thesis*,

*Dept. of Mechanical Engineering, Carnegie Mellon University, 1989.8.*

5. E. Levent Gursoz, Y. Choi, F. B. Prinz, "Vertex Based Representation of Non-Manifold Boundaries", in M. J. Wozny, J. U. Turner, K. Preiss (Eds.), 'Geometric Modeling for Product Engineering', Elsevier, pp. 107-130, 1999.
6. Y. Yamaguchi, F. Kimura, "Non-manifold Topology Based on Coupling Entities", *IEEE Computer Graphics and Applications*, pp.42-50, 1995.1.
7. S. H. Lee, "Feature Based Non-manifold Geometric Modeling System to Provide Integrated Environment for Design and Analysis of Injection Molding Products (in Korean)", *PhD Thesis, Seoul National Univ.*, 1993.8.
8. Spatial Technology Inc., "ACIS Geometric Modeler Application Guide", p. 7-4, 1996.3.
9. G.H. Choi, S.H. Choi, "Object-Oriented Implementation of the Euler Operations for Non-manifold Data Structures", *Proceeding of the Society of CAD/CAM Engineers*, pp. 29-33, 1996. 2.
10. G. H. Choi, S.H. Han, H.C. Lee, Optional Storage of Non-manifold Information for Solid Models, *Transaction of the Society of CAD/CAM Engineers*, Vol.02, No.03, pp.271-176, 1997. 9.
11. G.H. Choi, Data Structures for Non-manifold Solid Modelers, *PhD Thesis, KAIST*, 1999.2.
12. G. H. Choi, S.H. Han, Classification of Boundary Information for Non-manifold B-Rep Solid Modeler, *Transaction of the Society of CAD/CAM Engineers*, pp.121~126, 1999. 6.
13. G. H. Choi, Effective Representation of Boundary Information for B-Rep Model, *Proceedings of Society of CAD/CAM Engineers*, pp 193~199, 2002. 2.
14. P.R. Wilson, "Data Transfer and Solid Modeling", *Geometric Modeling for CAD Applications*, M.M.Wony, H.W.McLaughlin, and J.L.Encarnacao (Editors.), Elsevier Science Publishers B.V., North-Holland, pp.217~254, 1988.
15. H. Masuda, "Topological operators and Boolean operations for complex-based non-manifold geometric models", *CAD*, Vol.25, No.2, pp.119-129, 1993.2.