소프트웨어 신뢰도 산출에 관한 NHPP 이론의 단일화 방안

최규식
건양대학교 정보통신학과

NHPP Unification Scheme for the Software Reliability Estimation

Che Gyu Shik
Dept. of IT, Konyang University

요 약

본 논문에서는 NHPP에 기초한 여러 기존 소프트웨어 신뢰도 모델들이 가중 산술, 가중 기하, 또는 가중 조화평균의 개념을 적용하여 어떻게 유도되는가를 기술한다. 그 외에도, 이러한 3개의 가중치 평균에 근거하여 유사산술의 관점으로부터 좀더 일반적인 NHPP 모델을 제안한다. 상기 3개 평균 외에 변환의 파라미터 계열을 포함한 좀더 일반적인 변환을 공식화한다. 이러한 일반적인 프레임웍 하에서 기존의 NHPP를 입증하고 여러 가지 새로운 NHPP를 유도한다. 우리는 이러한 접근법들이 상이한 조건 하의 여러 가지 잘 알려진 모델들을 포함하는 것으로 한다.

1. 서론

지난 30여년간 소프트웨어 신뢰도 공학에서의 연구노력이 이루어져 왔으며, 따라서 많은 SRGM이 제시되었다. SRGM은 초기 결함의 수, 소프트웨어 신뢰도, 고장강도, 고장간 평균시간(MTBF) 등을 계산할 수 있다. 문헌에서는 일부 그것도 극히 일부의 모델 통합방안이 있을 뿐이다. 람베르그와 싱푸알라가 처음으로 SRGM이 베이지안 관점에서 완벽하게 SRGM을 설명할 수 있다는 것과 이러한 모델들의 파라미터에 관하여 어떤 특수한 사전 분포를 할당하여 유도할 수 있다는 것을 보여주었다. 이글은 3개의 케이스를 통하여 모델 통합을 기술하고자 노력하였으며, 고엘과 오꾸모또 모델, 젤린스키-모란다 모델, 리틀우드-베랄 모델 등과 같은 여러 SRGM에 대한 제안된 이론을 예시하였다. 후에 밀러는 일부 가정에 근거한 지수급 통계모델(EOS)을 제안하고 보여주었다. 그는 소프트웨어 신뢰도 공정의 고장 시간이 독립된, 동일하지 않게 분포된 지수 무작위 변수의 통계로 모델화할 수 있다는 것을 관찰하고 이는 반복 작동하는 소프트웨어 디버깅 실험에 대한 자연적인 접근법을 제공할 수 있다는 것을 관찰하였다. 젤린스키-모란다 모델, 고엘-오꾸모또 모델, 무사-오꾸모또 대수 모델, power law 모델 등과 같이 매우 잘 알려진 여러 SRGM들이 EOS의 특별한 경우로서 유도될 수 있다.

기존의 많은 SRGM이 좀더 일반적인 공식 하에 통일될 수 있다. 사실상 모델 통합이라는 것이 많은가정을 하지 않고도 일반적인 모델들의 연구에 대한 통찰력 있는 연구이다. 그러므로, 본 논문에서는 먼저 SRGM에 관하여 새로운 관점에서 NHPP에 근거하여 SRGM의 단일화에 대해서 간략하게 고찰하고 산술적, 기하학적, 조화적 평균이 결과의 평균적인 그림을 얻는 3개의 잘 알려진 기법이다. 이들로부터 확장하여 3개의 좀더 일반적인 평균을 고려한다. 가중산술적, 가중기하학적, 가중조화적 평균이 그것이다. 본 논문의 목표는 SRGM에 근거한 여러 기존의 이산 및 연속 NHPP들이 어떻게 가중산술적, 가중기하학적, 가중조화적평균 개념의 적용에 의하여 유도될 수 있는가를 보여주고자 한다. 그 외에도 우리는 모델 단일화 과정에서의 승수변환의 개념을 연계하여 새로운 일반적인 NHPP 모델을 제안한다. 이러한 접근방법으로부터 기존의 NHPP모델을 얻을 뿐만 아니라 NHPP 모델을 개발하기도 한다.

2. NHPP 모델

본 논문에서는 NHPP에 근거한 기존의 여러 SRGM이 우리의 새로운 일반적인 모델의 특수한 경우임을보여주고자 한다. 다른 NHPP 모델들이 존재하는 한편 우리는 대부분의 NHPP 기준 SRGM도 일반적인 모델의 특수한 경우임을 말하는 것이 우리의 권고임을 밝힌다. $\{N(t), t \geq 0\}$가 시각 t까지에서 검출되는 결함의 누적수를 표시하는 계수공정을 나타낸다고 하자. NHPP기준 평균치 함수(MVF) $m(t)$를 가진 SRGM을 다음과 같이 공식화한다.

$$P\{N(t)=n\} = \frac{m(t)^n}{n!} e^{-m(t)}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots \qquad (1)$$

여기서, m(t)는 시각 t까지에서 검출되는 결함의 누적 기대치를 나타낸다. 평균치 함수m(t)는 경계조건 $m(\infty)=a$ 하에서 테스트시간 t에 관하여 감소하지 않는 함수이다. 여기서 a는 최종적으로 검출될 것으로기대되는 결함의 총수이다. 그 값을 알고 있다면 소프트웨어가 고객에게

출시될 준비가 되어 있는지, 그리고 얼마만큼의 테스트 자원이 더 필요한지를 결정하는데에 크게 도움이 될 것이다. 이는 또한 결국에는 고객에 의해서 직면하게 되는 고장의 수를 산출하는 평균을 제공해주기도 한다. 일반적으로 말해서 상이한 비감소 평균치 함수를 이용하여 뚜렷이 구분되는 NHPP 모델을 얻게 된다. 시각 t에서의 고장강도 함수는 다음과 같다.

$$\lambda(t) = \frac{dm(t)}{dt} = m'(t) \tag{2}$$

소프트웨어 신뢰도, 다시 말하면 테스트 시각 s(s≥0, t>)에서 발생되는 마지막 고장 조건 하에서 (s, s+t)에서 고장이 발생하지 않을 확률은 다음과 같다.

$$R(t|s) = \exp[-(m(t+s) - m(t))] \tag{3}$$

시각 t에서의 결함당 결함 검출률은 다음과 같이 한다.

$$d(t) = \frac{m'(t)}{a - m(t)} = \frac{\lambda(t)}{a - m(t)} \tag{4}$$

방정식(4)는 현재 결함 내용에서의 결함 검출률을 의미한다.

3. 일반적인 이산소프트웨어 신뢰도 성장모델

소프트웨어 신뢰도 성장 모델에서 역일 시간이나 기계의 실행 시간이 소프트웨어 결함 검출 기간의 단위로서 자주 사용된다. 그러나, 소프트웨어 결함 검출 기간의 적절한 단위는 테스트 수행 시간의 수로 측정되기도 한다. 그러므로 야마다는 무작위변수가 i 번째 테스트 수행으로서 검출되는 결함의 수로 정의되는 NHPP에 근거한 이산 소프트웨어 신뢰도 성장 모델의 일반적인 설명을 제안하였다.

$\{N(i),\ i=0,\ 1,\ 2,\ \ldots\}$ 가 i번째 테스트 수행에서 검출되는 결함의 누적 총수를 나타내는 이산 계수 공정을 표시한다고 하자. 평균치 함수 m(t)를 가지는 NHPP에 근거한 SRGM은 다음과 같은 공식으로 표현한다.

$$P[N(i) = n] = \frac{m^n(i)e^{-m(i)}}{n!} \tag{5}$$

여기서 m(i)는 i 번째 테스트 수행에서 검출되는 결함의 기대 누적 총수이다. 본 항에서 우리는 일반적인 이산 NHPP를 제안하고 검토한다. 이산 고엘-오꾸모또 모델인 경우 매테스트 수행시 검출되는 결함의 기대치가 소프트웨어 시스템의 현재 결함내용에 비례한다고 상상해보자. 이는

$$M(i+1) - m(i) = b[a - m(i)],\ a>0,\ 0<b<1 \tag{6}$$

이고 여기서 a=m(∞)는 최종적으로 검출될 결함의 기대 총수이고 b는 상수로서 결함 검출률이다. w=1-b로 잡으면

$$m(i+1) = wm(i) + (1-w)a,\ \ a>0,\ \ 0<w<1 \tag{7}$$

이다.

방정식(12)는 m(i+1)이 가중치 w를 가진 m(i)와 가중치 1-w를 가진 a의 가중 산술 평균과 같다는 것을 나타낸다. 이는 이산 고엘-오꾸모또 모델도 가중 산술 평균치에 의하여 유도될 수 있다는 것이다. 가중 산술, 가중 기하, 가중 조화 평균치가 잘 알려진 평균치이므로 우리는 다른 기존의 NHPP 모델들을 유도하기 위해 다른 두 개의 평균치를 사용하려 노력하였다. 첫째로, m(i+1)이 가중치 w를 가진 m(i)와 가중치 1-w를 가진 a의 가중 기하 평균치와 동일한 경우를 보면

$$\frac{1}{m(i+1)} = w\frac{1}{m(i)} + (1-w)\frac{1}{a} \quad 0<w<1,\ a>0 \tag{8}$$

다음으로 m(i+1)이 가중치 w를 가진 m(i)와 가중치 1-w를 가진 a의 가중 조화 평균치와 동일한 경우를 생각한다. 그러면

$$\ln m(i+1) = w\ln m(i) + (1-w)\ln a$$
$$0<w<1,\ a>0 \tag{9}$$

좀더 일반적으로 하면 g를 실수라 하고 엄격한 단조함수이고 m(i+1)은 가중치 w를 가진 m(i)와 가중치 1-w를 가진 a의 유사 산술 평균치와 같다고 하자.
그러면

$$g(m(i+1)) = wg(m(i)) + (1-w)g(a) \tag{10}$$

이다.
(10)을 풀면

$$\begin{aligned} &g(m(i+1)) \\ &= w^i g(m(0)) + (1+w+w^2+\cdots w^{i-1})(1-w)g(a) \\ &= w^i g(m(0)) + (1-w^i)g(a) \end{aligned} \tag{11}$$

이므로

$$m(i) = g^{-1}[w^i g(m(0)) + (1+w^i)g(a)] \tag{12}$$

그 외에도 m(i)는 i에서 감소하지 않으며, 이는 검출 결함의 누적수의 성장 곡선이 감소하지 않음을 의미한다. w가 모든 i에 대해서 상수가 아닌 더욱 더 일반적인 경우를 고려하였다. 이는 m(i+1)이 가중치 w를 가진 m(i)와 가중치 1-w를 가진 a의 유사 산술 평균치와 같다고 하면

$$g(m(i+1)) = w(i)g(m(i)) + (1-w(i))g(a) \tag{13}$$

로서 이를 풀면

$$g(m(i)) = \prod_{j=1}^{i} w(j)g(m(0)) + \left[1 - \prod_{j=1}^{i} w(j)\right]g(a) \tag{14}$$

$= u_0 = 1$이고, $u_i = \prod_{j=1}^{i} w(j),\ i \geq 1$ 이므로 따라서 g 값이 실수이고 엄격한 단조함수이면

$$m(i) = g^{-1}[u_i g(m(0)) + (1-u_i)g(a)] \tag{15}$$

이 일반적인 NHPP모델이다. (18)과 제안2에 의해서 (15)의 m(i)는 i에서 감소하지 않는다. 명백히 모든 i≥1에 대해서 $0<u_i<1$이고 i→∞이면 u_i는 0으로 감소한다. 그 외에도 (15)는 m(i)가 가중치 ui를 가진 m(0)와 가중치 1-ui를 가진 a의 유사 산술 평균치와 동일한 것으로 설명될 수 있다. 그러므로 g(x)=x이면

$$\begin{aligned} m(i) &= u_i m(0) + (1-u_i)a \quad = a[1 - m(0)/au_i] \\ &= a(1 - ku_i) \end{aligned} \tag{16}$$

여기서
$k=1-m(0)/a,\ 0<k\leq 1$이다.
(15)의 g(x)=lnx에 대해서는

$$m(i) = a\left[\frac{m(0)}{a}\right]^{u_i} = ak^{u_i} \tag{17}$$

여기서 k=m(0)/a이고 0<k<1이다.

(15)에서 g(x)=1/x이면

$$m(i) = \frac{a}{1+[a/m(0)-1]} = \frac{a}{1+ku_i} \qquad (18)$$

이고 여기서, k=a/m(0)-1, k>1이다
우리는 이제 NHPP에 근거한 다른 SRGM들도 (16)으로부터 직접 유도된다는 것을 보이고자 한다.
-일반화된 고엘 NHPP 모델
g(x)=x 및 $u_i = e^{-bi^c}$ (즉

$$u(i) = \exp[-b\{i^c-(i-1)^c\}]$$)이면

$$m(i) = a(1-ke^{-bi^c}),\ a>0,\ b>0,\ c>0,\ 0<k\leq 1$$

이며, k=1이면

$$m(i) = a(1-e^{-bi^c})$$

이다. 이 모델에서 w(i)는 c<1이면 I에 관하여 증가하고, c=1이면 상수이며, c>1이면 감소한다.

4. 일반적인 연속 소프트웨어 신뢰도 성장 모델

본 항에서는 일반적인 연속 NHPP 모델을 제안한다. 상시 이산적인 경우를 검토해본 바와 마찬가지로 m(t+Δt)는 가중치 w(t, Δt)를 가진 m(t)와 가중치 1-w(t, Δt)를 가진 a의 유사 산술 평균이라 하자. 즉

$$g(m(t+\Delta t)) = w(t,\Delta t)g(m(t)) + (1-w(t,\Delta t))g(a) \qquad (19)$$

이고 여기서 0<w(t, Δt)<1이고 g는 실수이며 엄격하게 단조 함수로서 미분 가능 함수이다. 이는

$$\frac{g(m(t+\Delta t))-g(m(t))}{\Delta t}$$

$$= \frac{1-w(t,\Delta t)}{\Delta t}\{g(a)-g(m(t))\}$$

이다. Δt→0일 때 (1-w(t, Δt))/Δt→b(t)라는 생각을 해보자. 우리는 아래와 같은 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d}{dt}g(m(t)) = b(t)\{g(a)-g(m(t))\} \qquad (20)$$

(20)에서 g(x)=x이면 (즉 가중 산술 평균을 고려하면)

$$\frac{dm(t)}{dt} = b(t)\{a-m(t)\} \qquad (21)$$

여기에서 b(t)는 결함 검출비이다.

6. 결론

본 논문에서는 먼저 NHPP에 근거한 기존의 많은 SRGM이 가중 산술, 가중 기하, 가중 조화 평균치의 개념에 근거하여 어떻게 유도될 수 있는가를 보이고자 하였다. 그 다음으로는 유사 산술 평균에 근거한 일반적인 NHPP 모델을 제시하였으며, 이는 상기 3개의 가중치 평균치보다 더욱 더 일반적인 평균치이다. 또한 멱변환을 이용한 좀더 일반적인 NHPP 모델도 개발하였다. NHPP에 근거한 기존의 많은 SRGM들이 이 NHPP 모델의 특수한 경우에 해당된다. 본 논문의 하나의 유일한 공헌이라면 기존의 많은 SRGM에 새로운 모델을 추가한 것이 아니라 모델 개발과 분류에 대한 새로운 접근법을 강조했다는 것이다. 집적된 이론적인 기초에 근거하여 본 논문에서 제시한 기법과 접근법은 유일하고도 일관된 소프트웨어 신뢰 도모델링 및 산출기법을 제시하였다.

참고문헌

[1] H. Ascher and H. Feingold, *Repairable Systems Reliability: Modeling, Inference, Misconceptions, and Their Causes*. New York: Marcel Dekker, 1984.
[2] W. D. Brooks and R. W. Motley, "Analysis of discrete software reliability models," Rome Air Development Center, New York, Tech. Rep. RADC-TR-80-84, 1980.
[3] E. H. Forman and N. D. Singpurwalla, "Optimal time intervals for testing hypotheses on computer software errors." *IEEE Trans. Rel.*, vol. R-28, pp. 250-253, Aug. 1979.
[4] A. L. Goel and K. Okumoto, "Time-dependent error-detection rate model for software reliability and other performance measures," *IEEE Trans. Rel.*, vol. R-28, pp 206-211, Aug. 1979.
[5] H. S. Koch and P. Kubat, "Optimal release time of computer software," *IEEE Trans. Software Eng.*, vol. SE-9, pp. 323-327, May 1983.
[6] B. Littlewood, "Theories of software reliability: How good are they and how can they be improved?" *IEEE Trans. Software Eng.*, vol. SE-6, pp. 489-500, Sept. 1980.
[7] J. D. Musa, "A theory of software reliability and its application,", *IEEE Trans. software Eng.*, vol. SE-1, pp. 312-327, Sept. 1975.
[8] W. Nelson, *Applied Life Data Analysis*. New York: Wiley, 1982.
[9] M. Ohba, "Software quality = test coverage test accuracy," in *Proc. IPS-Japan WGSE Meet.* (in Japanese), vol. 21, 1981.
[10] K. Okumoto and A. L. Goel, "Optimum release time for software systems based on reliability and cos criteria," *J. Syst. Software*, vol. 1, pp. 315-318, 1980.
[11] C. V. Ramamoorthy and F. B. Bastani, "Software reliability-Status and perspectives," *IEEE Trans. Software Eng.*, vol SE-*, pp. 354-371, Aug. 1982.
[12] S. M. Ross, *Stochastic Processes*. New York: Wiley, 1983.
[13] S. Yamada, M. Ohba, and S. Osaki, "S-shaped reliability growth modeling for software error detection," *IEEE Trans. Rel.*, vol. R-32, pp. 475-478, 484, Dec. 1983.