

코깅 토크의 영향 저감을 위한 서보 모터 적응제어

이수한(울산대 기계자동차공학부), 허상진*(울산대 대학원 기계자동차 공학과)

An adaptive control of servo motors for reducing the effect of cogging torques

Soo Han Lee(School of Mechanical and Automotive Eng. , UOU), Sang Jin Heo* (Dept of Mechanical and Automotive Eng. , UOU)

ABSTRACT

Many researches have been focused on optimal designs of a pole shape in order to reduce cogging torques, which are generated between permanent magnets and slots. In this paper, an adaptive controller is proposed for reducing the effect of cogging torques in servo motors. The controller stabilizes the control system and shows an excellent trajectory tracking performance compared to the conventional PD controller.

Key Words : Cogging Torque (코깅 토크), Servo Motor (서보 모터), Adaptive Control (적응 제어)

1. 서론

서보 모터는 로봇, 공작기계, 가전제품 등 등에 널리 이용되고 있다. 모터는 기자력의 증가로 소형화 되고 있지만 반면에 코깅 토크는 상대적으로 커지고 있다. 코깅 토크는 자기저항이 최소가 되려는 경로로 자속이 움직이려 하기 때문에 발생한다. 모터가 저토크 상태일 때 코깅 토크의 영향이 지배적이고 그 영향으로 제어시 추적 제어 정밀도가 떨어지게 된다.

코깅 토크에 대한 이론적 연구는 일반적으로 자기장에 대해 선형해석과^{1,2}, 최적 형상 설계에 대한 연구가 진행되고 있는데 주로 유한요소법으로 자기장을 해석하고 맥스웰 응력 텐서를 이용하여 코깅 토크를 구하거나^{3,4} 유전자 알고리즘을 이용한 최적 형상 설계에 대한 연구 등이 있다.^{5,6} 또한 선형 제어를 이용하여 제어계에 미치는 코깅 토크 영향을 줄이려는 연구도⁷ 있지만 코깅 토크의 비선형성을 제어함에 있어 높은 정밀도를 실현하는데 한계를 보였다.

본 연구에서는 제어계에 미치는 코깅 토크의 영향을 줄이고 시스템의 변화를 극복할 수 있는 적응제어를 제안한다. 제안한 적응제어기는 위치오차항, 속도오차항, 두 오차항의 가중치항, 가중치항의 적분항, 가중치항의 제곱에 적분항으로 구성되

어 있고 비교적 계산량이 적다. 또한 선형제어기 설계시 무시되는 서보 모터의 동적변수의 불확실성과 비선형성을 포함한 운동방정식의 전개와 리아프노프 이론을 이용하여 일반화된 차수로 적응제어기의 안정성을 증명하고 이를 실험적으로 검증한다. 기준궤적으로 주어진 사이클로이드 궤적 추적을 통해 코깅 토크 영향을 확인하고, 성능평가는 제안된 적응제어기와 선형제어기에 의한 위치오차를 비교하여, 시스템의 변화에 대해 제안한 적응제어기가 선형제어기에 비해 강인함을 보인다.

2. 본론

2.1 운동방정식

서보 모터의 일반적 운동방정식은 아래와 같다.⁸

$$J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + T_l = T. \quad (1)$$

여기서, J 는 모터 모터축에 대한 질량 관성 모멘트, B 는 점성 마찰계수, θ 는 모터 축의 회전각, T_l 은 부하 토크 및 외란을 의미하며, 이러한 부하 토크 및 외란은 기계적 마찰, 코깅 토크, 잡음 등 등으로 구성되고 모터의 동적변수 불확실성의 원인이다. 부하 토크 및 외란 중 코깅 토크의 푸리

에 전개식은 $T_{\text{cog}}(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k \sin(kQ\theta + \varphi_k)$ 이고, 여기서 Q 는 슬롯의 개수, T_k, φ_k 는 해석적 또는 수치적으로 결정되는 값이다³

2.2 적응제어기 설계

토크 입력을 다음과 같이 정의한다.

$$T = f + K_p e + K_d \dot{e} \quad (2)$$

여기서, f 는 적응법칙이고, K_p, K_d 는 각각 비례, 미분 이득을 나타낸다. 그리고 $e = \theta_d - \theta$ 이고, $\dot{e} = \dot{\theta}_d - \dot{\theta}$ 이다.

식(2)를 식(1)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 오차방정식으로 표현할 수 있다.

$$m\ddot{e} + K_d \dot{e} + K_p e = d - f \quad (3)$$

여기서,

$$d = m\ddot{e} + J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + T_l \quad (4)$$

이다.

식(3)을 상태방정식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\dot{E} = AE + Bu \quad (5)$$

여기서,

$$E = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_p}{m} & -\frac{K_d}{m} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix},$$

그리고 $u = d - f$ 이다.

제어계의 안정성을 증명하기 위하여 아래와 같은 양의 한정인 리아프노프 함수 후보를 정의한다.

$$V = E^T P E + \frac{1}{ma} (u + \rho r^{2n_1-1} + \delta r^{2n_2-1} \int r^{2n_3} dt)^2 \quad (6)$$

단, $n_1, n_2, n_3 = 1, 2, 3, \dots$

여기서, δ, ρ, a, m 은 임의의 양의 상수이다. 그리고 Q 와 $P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_3 & p_4 \end{bmatrix}$ 는 리아프노프방정식,

$PA + A^T P = -Q$ 를 만족하는 양의 한정 대칭행렬이며, r 은 위치오차와 속도오차에 가중치를 준 것으로 $r = p_2 e + p_3 \dot{e}$ 으로 표시된다.

식(6)을 식(5)의 경로에 따라 미분한 후 정리하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -E^T Q E + 2 \frac{u}{ma} \left[\dot{u} + \frac{d}{dt} (\rho r^{2n_1-1}) + \frac{d}{dt} (\delta r^{2n_2-1} \int r^{2n_3} dt) + ar \right] \\ & + 2 \frac{\rho r^{2n_1-1}}{ma} \left[\dot{u} + \frac{d}{dt} (\rho r^{2n_1-1}) + \frac{d}{dt} (\delta r^{2n_2-1} \int r^{2n_3} dt) \right] \quad (7) \\ & + 2 \frac{\delta r^{2n_2-1} \int r^{2n_3} dt}{ma} \left[\dot{u} + \frac{d}{dt} (\rho r^{2n_1-1}) + \frac{d}{dt} (\delta r^{2n_2-1} \int r^{2n_3} dt) \right] \end{aligned}$$

적응제어항, f 의 시간에 대한 변화율이 모터의 동적 거동과 관련된 d 의 시간 변화율에 비하여 충분히 크다면, $\dot{u} \approx -\dot{f}$ 으로 표시할 수 있다.

적응제어항, f 의 시간에 대한 변화율을 다음과 같이 정의하고

$$\dot{f} = \frac{d}{dt} (\rho r^{2n_1-1}) + \frac{d}{dt} (\delta r^{2n_2-1} \int r^{2n_3} dt) + ar, \quad (8)$$

식(8)을 식(7)에 대입 후 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{V} = -E^T Q E - 2 \frac{\rho r^{2n_1-1}}{m} - 2 \frac{\delta r^{2n_2-1}}{m} \int r^{2n_3} dt < 0. \quad (9)$$

이 식은 E 와 r 에 대해 음의 한정이므로 이 제어계는 점근 안정하다. 따라서 식(2)에 정의된 적응제어항, f 는 식(8)로부터 다음과 같이 정의된다.

$$f(t) = f(0) + \rho r^{2n_1-1} + \delta r^{2n_2-1} \int_0^t r^{2n_3} dt + a \int_0^t r dt \quad (10)$$

일반적으로 초기값 $f(0)$ 는 '0' 이므로 제어 토크는 다음과 같이 정의된다.

$$T = \rho r^{2n_1-1} + \delta r^{2n_2-1} \int_0^t r^{2n_3} dt + a \int_0^t r dt + K_p e + K_d \dot{e} \quad (11)$$

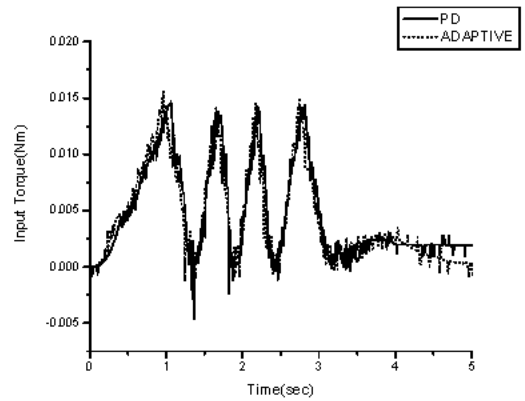
3. 실험

식(11)의 차수 n_1, n_2, n_3 모두를 '1' 로 선정하여 실험을 하였고, 기준 궤적으로는 사이클로이드 함수를 사용하였다. 실험에 사용한 모터는 국내의 S 사 제품으로서 정격 출력은 100W, 정격 토크는 0.32Nm, 순시 최대 토크는 0.95Nm 이다. 부하 변화에 대한 강인성을 보기 위한 편심 하중은 질량 400g 을 모터축 직경 0.008m 에 가해주었다.

Figure. 1 은 편심 하중을 가하지 않은 상태의 실험 결과이다. 위치 오차를 나타낸 그림의 (b) 를 보면 제안한 적응제어기가 PD 제어기에 비하여 약 4 배

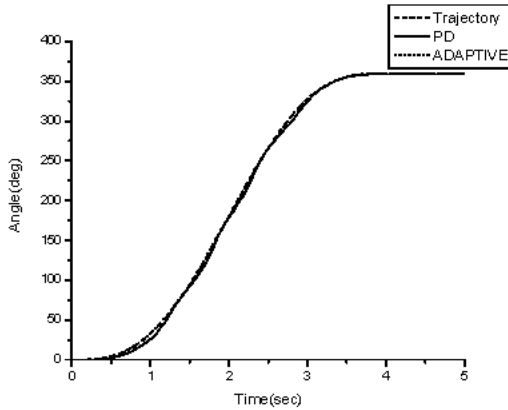
정도의 궤적 추적 정밀도를 보였고, 정상상태 오차도 없음을 볼 수 있다. 제어 입력을 나타낸 그림의 (c)를 보면 90°주기인 거의 동일 크기의 입력 토크 파동(fluctuation)이 발생했다. 이러한 파동의 이유는 제어계에 영향을 미치는 요강 토크 때문이다.

Figure. 2는 편심 하중을 가한 상태의 결과이다. 위치 오차를 나타낸 그림의 (b)를 보면 제안한 적응제어기는 편심 하중이 없을 경우 거의 같은 궤적 추적 정밀도를 보이고 정상상태 오차가 없음을 알 수 있다. 그에 비해 PD 제어기는 편심 하중이 없을 때 보다 궤적 추적 정밀도가 약 2 배 정도의 낮아졌으며, 정상상태 오차는 거의 10 배 정도 많았다. 제어 입력을 나타낸 그림의 (c)를 편심 하중에 의한 토크, 0.01568Nm 만큼 입력 토크가 전체적으로 이동하고, 거의 동일 크기와 주기로 입력 토크의 파동이 발생한다.

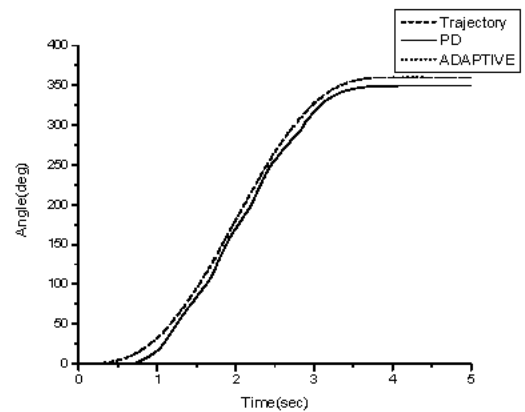


(c) Input torque according to time

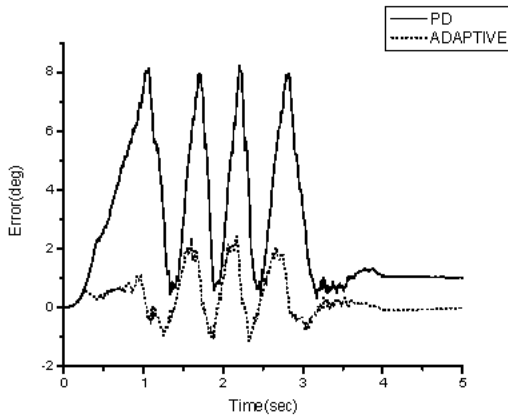
Figure. 1 Trajectory tracking performance without eccentric load



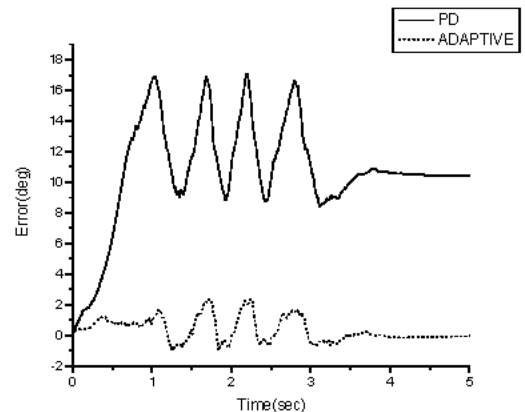
(a) Trajectory Tracking



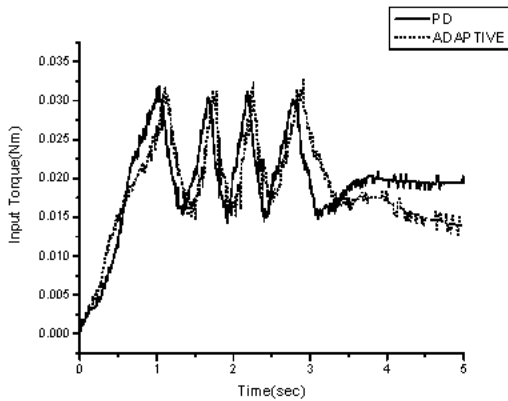
(a) Trajectory Tracking



(b) Position error



(b) Position Error



(c) Input torque according to time

Figure. 2 Trajectory tracking performance with eccentric load

4. 결론

본 연구는 제어계에 미치는 요강 토크의 영향을 줄이기 위해 적응제어기를 제안하였고, 제안한 적응제어기가 선형제어기에 비해 궤적 추적 정밀도가 우수함을 보였고, 편심량 변화에 의한 시스템의 변화에 대해 제안한 적응제어기는 거의 동일한 궤적 추적 정밀도를 보이고 정상상태 오차도 거의 없었지만 선형제어기는 편심 하중이 없을 때 보다 궤적 추적 정밀도가 약 2 배 정도 떨어지며, 약 10 배 정도의 정상상태 오차가 발생했다. 또한 제어기에 상관없이 거의 동일 크기와 주기로 입력 토크의 파동이 발생했고, 이러한 파동의 이유는 제어계에 미치는 요강 토크 때문이다.

요컨대, 간접적으로 입력 토크를 통해 요강 토크의 주기와 크기를 확인했으며, 궤적 추적 정밀도와 정상 상태 오차를 통해 제안한 적응제어기가 선형제어기에 비해 시스템의 변화에 상관없이 요강 토크의 영향을 줄이는데 있어 우수하다는 것을 확인했다.

참고문헌

1. 고흥석, 김광준, “영구자석을 사용한 모터의 요강토크에 관한 이론적 해석,” 대한기계학회논문집 A 권, Vol. 24, No. 7, pp.1795~1800, 2000
2. Z.Q. Zhu and D. Howe, “Analytical Prediction of the Cogging Torque in Radial-field Permanent Magnet Brushless Motors,” IEEE Trans. Magn., Vol. 28, No. 2, pp. 1371~1374, 1992.3
3. Bianchi, N., Bologani, S., “Design Techniques for Reducing the Cogging Torque in Surface-Mounted PM motors,” IEEE Trans. Magn., Vol. 38, No. 5, pp.

1259~1265, 2002.9

4. Hamler, A., Bribernik, B., “Impact of Shape of Stator Pole of One Phase Brushless Motor on Cogging Torque,” IEEE Trans. Magn. Vol. 32, No. 3, pp. 1545~1548, 1996.5
5. Jang-Sung Chun, Hyun-Kyo Jung, “Shape Optimization of Closed Slot Type Permanent Magnet Motors for Cogging Torque Reduction using Evolution Strategy,” IEEE Trans. Magn. Vol. 33, No. 2, pp. 1912~1915, 1997.3
6. Tae Kyung Chung, Suk Ki Kim, “Optimal Pole Shape Design for the Reduction of Cogging Torque of Brushless DC Motor Using Evolution Strategy,” IEEE Trans. Magn., Vol. 33, No. 2, pp. 1908~1911, 1997.3
7. Bodika, N., Cruise, R. J., Landy, C.F., “Design of a PI Controller to Counteract the Effect of Cogging Forces in a Permanent Magnet Synchronous Linear Motor,” IEEE Africon, Vol. 2, No. 2, pp. 893~896, 1999
8. 土手康彦, “브러시레스 서보모터의 기초와 활용,”기전연구소, pp. 231~242, 1992