

스튜워트 플랫폼 구조를 이용한 구형 3-자유도 병렬 메커니즘의 기구학 특성 분석

이석희(고려대 대학원), 김희국*(고려대 제어계측공학과), 이병주(한양대학교 전자컴퓨터공학부)

Analysis on Kinematic Characteristics for a Spherical 3-DOF Parallel Mechanism with Constrained Stewart Platform Structure

S. H. Lee(CIE. Dept., KU), W. K. Kim(CIE. Dept., KU), B. J. Yi(School of Elec. & Comp. Eng., HU)

ABSTRACT

In this work, a novel spherical 3-dof parallel mechanism is proposed and analyzed. The mechanism consists of three \widehat{RRPS} serial subchains and an additional passive 3-dof RRR type serial subchain. Three \widehat{RRPS} serial subchains alone may form a structure of 6-DOF Stewart Platform mechanism. However, in the proposed mechanism, an additional passive serial subchain acts as constraints to restrict the output motion of the mechanism within 3-DOF spherical space. The closed form solutions of position analysis of the proposed mechanism and its first-order kinematic model are derived. Then its workspace size and kinematic characteristics are examined via kinematic isotropic index.

Key Words : Stewart Platform Mechanism(스튜워트 플랫폼 메커니즘), Parallel Mechanism(병렬 메커니즘), Closed-form Solution(해석해), Kinematic Analysis(기구학 해석), Kinematic Isotropic Index(기구학 등방성 지수)

1. 서론

기존 대부분의 회전형 3 자유도 메커니즘은 직렬 구조로서 해석은 비교적 용이하지만 치짐과 커다란 관성력은 주요한 약점으로 인지되고 있다. 이에 반하여 병렬 메커니즘은 여러 부속 체인을 가지는 구조로 인한 높은 강성과 무거운 액츄에이터를 지면 가까이 설치할 수 있게 함으로서 상대적으로 적은 치짐과 적은 관성력을 가지는 반면에 상대적으로 기구학 및 동역학 해석은 매우 복잡한 것으로 알려져 있다. 한편, 구형 3 자유도 메커니즘의 경우, 현재까지 제시된 병렬형 구조는 대부분 기어(Cincinnati Milacron wrist) 또는 dyad를 이용한 구조(3-RRR type shoulder)로서 비교적 높은 마찰력을 가지거나 또는 상대적으로 적은 작업공간을 가지거나 또는 상대적으로 우수하지 않은 기구학 특성을 나타낸다.[1-7] 그리고 최근에 본 연구자들은 기어체인을 사용하여 비교적 넓은 작업공간을 가지며 우수한 기구학 특성을 가지는 구형 3 자유도 메커니즘을 제시한 바 있

다.[8] 한편, 병렬형 구조의 대표적인 사례로서 스트루워트 플랫폼메커니즘은 초기 비행 모의실험기(flight simulator)로 활용되기 시작하여 많은 힘이 요구되거나 적은 관성력이 요구되는 다양한 작업에 많이 활용되어 오고 있으며 그 우수성이 입증되고 있다.[9-12]

따라서, 본 논문에서는 스트루워트 구조를 활용하는 새로운 구형 3자유도를 가지는 병렬 메커니즘을 제시하고 해석을 수행한다. 제시된 메커니즘은 세 개의 \widehat{RRPS} 형태의 관절을 가지는 직렬 부속체인과 추가적으로 RRR 형태인 세 개의 수동관절로 구성되는 직렬체인으로 구성된다. 실제로, \widehat{RRPS} 형태를 가지는 세 개의 직렬 부속체인만으로 하나의 독립적인 6 자유도 스트루워트 메커니즘이 형성될 수 있으나 본 논문에서 제시된 구조에서는 추가된 3자유도를 가지는 수동 직렬 부속체인은 메커니즘의 6자유도 출력 공간중 병진 출력운동을 구속시키는 역할을 담당하는 형태를 취하고 있다.

본 논문의 내용은 다음과 같이 요약된다. 먼저 제

시된 메커니즘에 관해 기술하고 역위치 해석 및 정 위치 해석을 수행한다. 그리고 일차 기구학 해석을 수행하고 기구학 등방성 지수를 이용하여 제시된 메커니즘의 기구학 특성을 분석한다.

2. 위치해석

2.1 메커니즘의 구조

먼저 (x_b, y_b, z_b) 와 (x_i, y_i, z_i) 이 각각 기저판의 중앙에 위치한 기저좌표계와 상판의 중앙에 위치한 지역좌표계를 나타낸다고 하자. 세 개의 2자유도 관절(universal joint)이 기저판의 중앙을 원점으로 하며 반경 R 을 가지는 원상에 120° 간격으로 서로 떨어져 위치한다고 한다. 그리고 각 미끄럼 관절의 한쪽 끝은 2-자유도 관절에 그리고 다른 한쪽 끝은 Fig 1에 보인바와 같이 상판에 고정된 구형관절에 연결되어 있다. Grubler의 모빌리티 공식으로부터 이 메커니즘은 3 자유도를 가짐을 아래와 같이 확인할 수 있다:

$$M = d(l-1) - \sum_i c_i \quad (1)$$

$$= 6(10-1) - (3 \times 3 + 4 \times 3 + 6 \times 5)$$

$$= 3$$

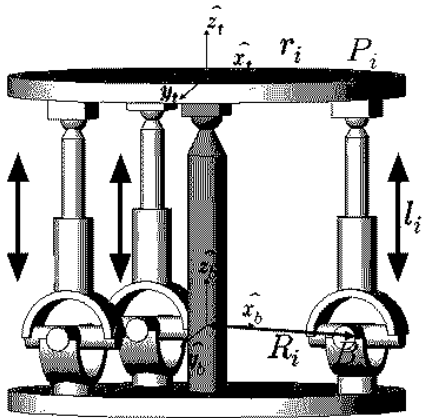


Fig. 1 A proposed spherical 3-dof parallel mechanism

메커니즘을 구성하는 각 세 개의 직렬 부속체인 이 대칭으로 설치되었다고 가정한 경우, 이들 세 개의 각 직렬 부속체인의 D-H(Denavit Hartenberg) 링크 인자들은 모두 Table 1과 같이 표현된다. 그리고 나머지 추가로 설치된 메커니즘의 중앙부분에 있는 수동 관절로 이루어진 직렬 부속체인에 대한 인자는 쉽게 알 수 있으며 여기서는 생략한다.

먼저 기저좌표계의 원점에서부터 i^{th} 번째 직렬 부속체인의 universal 관절까지의 절대 위치벡터를 $R_i (i=1,2,3)$ 로 나타내자. 이 경우, 위치벡터 R_i 는 표 1에 주어진 인자들을 이용하면 바로 다음

과 같이 표현된다.

$$R_i = [R \cos(\gamma_{bi}^b) \ R \sin(\gamma_{bi}^b) \ 0]^T, \quad (2)$$

여기서 γ_{bi}^b 는 x_b 와 R_i 사이의 z_b 축에 대한 오프셋 각을 나타낸다. 또한, $P_i (i=1,2,3)$ 는 기저좌표계의 원점으로부터 i 번째 직렬 부속체인의 구형관절까지의 절대 위치벡터를 나타낸다고 하자.

Table 1. Denavit Hartenberg Link Parameters of a serial RRPS subchain

link	α_{jk}	a_{jk}	$S_{jk}(l_j)$	Φ_j
Base Plate	0°	R	0	γ_{ib}
link # 1	-90°	0°	0	ϕ_1
link # 2	90°	0°	0	ϕ_2
link # 3	-90°	0°	l_i	ϕ_{33}
link # 4	90°	0°	0	ϕ_4
link # 5	90°	0°	0	ϕ_5
link # 6	90°	0°	0	ϕ_6
Top Plate	0°	$-r$	0	γ_{it}

또한, universal 관절이 배치된 바와 같은 방식으로 세 개의 구형 관절이 상판에 반경 r 인 원상에 120° 의 동일한 간격으로 배치되는 경우 하판과 마찬가지로 상판좌표계의 원점으로부터 점 P_i 까지의 지역위치벡터 $r_i^{(i)} (i=1,2,3)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$r_i^{(i)} = (r_{ix}^{(i)}, r_{iy}^{(i)}, r_{iz}^{(i)})^T$$

$$= (r \cos(\gamma_{ti}^t), r \sin(\gamma_{ti}^t), 0)^T \quad (3)$$

여기서 r 과 γ_{ti}^t 는 각각 상판의 중앙에서부터 점 P_i 까지의 거리와 x_i 축과 r_i 사이의 오프셋 각을 나타낸다. Fig. 1에서의 B_i 와 같이 점 B_i 에서부터 점 P_i 까지의 위치벡터를 l_i 로 나타내자. 그리고 l_i 는 i 번째 직렬 부속체인의 미끄럼 관절 변수로서 B_i 점에서 P_i 점까지의 거리를 나타낸다.

한편, 메커니즘의 출력위치벡터로서 기저좌표계의 원점으로부터 상판좌표계의 원점까지의 위치벡터인 $R_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ 로 나타내고 출력방위를 나타내기 위해 아래와 같이 표현되는 Euler각에 의해 표현되는 회전행렬 $[R_i^t]$ 을 선정한다.

$$[R_i^t] = [Rot(x, \alpha)][Rot(y, \beta)][Rot(z, \gamma)]$$

$$= \begin{bmatrix} c_\beta c_\gamma & -c_\beta s_\gamma & s_\beta \\ s_\alpha s_\beta c_\gamma + c_\alpha s_\gamma & -s_\alpha s_\beta s_\gamma + c_\alpha c_\gamma & -s_\alpha c_\beta \\ -c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma & c_\alpha s_\beta s_\gamma + s_\alpha c_\gamma & c_\alpha c_\beta \end{bmatrix} \quad (4)$$

2.2 역위치해석

기저좌표계의 원점으로부터 상판좌표계의 원점까지의 절대 위치 벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$P = R_i + l_i \hat{l}_i - r_i \quad (5)$$

여기서

$$\begin{aligned} r_i &= [R_i^t] r_i^{(t)}, \\ P &= (x, y, z)^T, \\ R_i &= (R_{ix}, R_{iy}, R_{iz})^T, \\ r_i^{(t)} &= (r_{ix}^{(t)}, r_{iy}^{(t)}, r_{iz}^{(t)})^T \end{aligned}$$

(5)를 \hat{l}_i 에 관하여 다음과 같이 정리한 후 양변에 내적을 취하면 아래와 같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} l_i \hat{l}_i \cdot l_i \hat{l}_i &= l_i^2 = (P - R_i + r_i)^T (P - R_i + r_i) \\ &= P^T P + R_i^T R_i + r_i^T r_i - 2R_i^T P \\ &\quad - 2R_i^T r_i + 2P^T r_i \end{aligned} \quad (7)$$

(7)에 다음의 관계식들을 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} R_i^T R_i &= R_i^2, \\ P^T P &= x^2 + y^2 + z^2, \\ r_i^T r_i &= r_i^2, \\ R_i^T P &= R_{ix}x + R_{iy}y + R_{iz}z, \\ R_i^T r_i &= R_{ix}r_{ix} + R_{iy}r_{iy} + R_{iz}r_{iz} \\ P^T r_i &= xr_{ix} + yr_{iy} + zr_{iz} \end{aligned} \quad (8)$$

입력변수 l_i 의 제곱에 관한 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} l_i^2 &= x^2 + y^2 + z^2 + R_i^2 + r_i^2 \\ &\quad - 2R_{ix}x - 2R_{iy}y - 2R_{iz}z \\ &\quad + 2[(x - R_{ix}), (y - R_{iy}), (z - R_{iz})]([R_i^t] r_i^{(t)}) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 R_i , r_i , x, y, z 값은 설계인자로서 고정된 값이다. 따라서, 이 식으로부터 Euler 각으로 표현된 출력벡터 $\mu = (\alpha \ \beta \ \gamma)^T$ 가 주어지면 구동입력 관절 변위값들이 산출된다.

2.3 정위치 해석

(9)는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} 2[(x - R_{ix}), (y - R_{iy}), (z - R_{iz})]([R_i^t] r_i^{(t)}) \\ = x^2 + y^2 + z^2 + R_i^2 + r_i^2 - l_i^2 \\ - 2R_{ix}x - 2R_{iy}y - 2R_{iz}z \\ \text{for } i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (10)$$

(10)을 하나의 행렬식으로 표현하면

$$[B]([R_i^t] r_i^{(t)}) = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} 2A_i &= x^2 + y^2 + z^2 + R_i^2 + r_i^2 - l_i^2 \\ &\quad - 2R_{ix}x - 2R_{iy}y - 2R_{iz}z \end{aligned} \quad (12)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} (x - R_{1x}), (y - R_{1y}), (z - R_{1z}) \\ (x - R_{2x}), (y - R_{2y}), (z - R_{2z}) \\ (x - R_{3x}), (y - R_{3y}), (z - R_{3z}) \end{bmatrix}$$

for $i = 1, 2, 3$.

행렬 $[B]$ 의 역행렬이 존재한다는 가정하에 행렬 $[B]^{-1}$ 을 (12)의 양변에 곱함으로써 아래와 같은 식을 얻는다.

$$[R_i^t] r_i^{(t)} = [B]^{-1} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

(13)에서 행렬 $[R_i^t]$ 은 벡터의 크기 변화없이 단지 회전만을 시키는 행렬임을 유의하자. 따라서, 이러한 회전행렬의 등치회전축(\hat{k}) 및 등치회전각(θ)은 각각 아래와 같이 얻어질 수 있다.

$$\hat{k} = \frac{\mathbf{u} \times \mathbf{v}}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = (k_x, k_y, k_z)^T \quad (14)$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} \quad (15)$$

여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= r_i^{(t)} \\ \mathbf{v} &= [B]^{-1} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

따라서, 행렬 $[R_i^t]$ 은 다음과 같이 등가회전축과 등가회전각으로 표현된다.

$$[R_i^t] = Rot(\hat{k}, \theta) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$= \begin{bmatrix} k_x^2 v \theta + c \theta & k_x k_y v \theta - k_z s \theta & k_x k_z v \theta + k_y s \theta \\ k_x k_y v \theta + k_z s \theta & k_y^2 v \theta + c \theta & k_y k_z v \theta - k_x s \theta \\ k_x k_z v \theta - k_y s \theta & k_y k_z v \theta + k_x s \theta & k_z^2 v \theta + c \theta \end{bmatrix}$$

여기서 $v \theta = 1 - \cos \theta$, $c \theta = \cos \theta$. 최종적으로, 구동 입력 변수 값이 주어졌다고 할 때 (4)와 같이 Euler 각으로 표현된 출력벡터를 위 과정에서 얻어진 (16)과 비교함으로써 구할 수 있다.[1]

3. 일차 기구학 해석 및 특성 분석

3.1 일차 기구학 해석

(9)에 (4)를 대입한 후 시간에 관해 미분하여 그 결과를 정리하면 입출력 속도간의 역관계식이 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\mathbf{i}} = [G_v^t] \dot{\mathbf{u}} \quad (17)$$

여기서

$$[G_v^t] = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

행렬 $[G_v^t]$ 의 각 항은 쉽게 얻어질 수 있지만 다소 복잡한 관계로 구체적인 표현은 생략한다. 행렬 $[G_v^t]$ 이 미분가능할 때, 입출력간의 정속도 관계식은 (17)의 역관계식을 구함으로써 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{u} = [G_i^u] \mathbf{i} \quad (19)$$

여기서

$$[G_i^u] = [G_u^i]^{-1} \quad (20)$$

3.2 일차 기구학 특성 분석

본 절에서는 제시된 메커니즘의 작업공간의 크기와 일차 기구학 특성을 조사한다. 기구학 특성을 분석하기 위해 아래와 같이 정의되는 기구학 등방성 지수를 활용한다.

$$\sigma_{KI} = \frac{\sigma_{\min}([G_i^u])}{\sigma_{\max}([G_i^u])} \quad (21)$$

다음의 모의실험에서는 기저 판의 반경 R 은 단위크기를 가지며 각 미끄럼 관절의 행정길이 l_i 는 $0.5 \leq l_i \leq 2$ 와 같이 제한된다고 가정하였다. 그리고 메커니즘의 기하학적 대칭특성을 유지하기 위하여 이미 앞에서 언급한 바와 같이 오프셋 각들은 아래와 같이 선정하였다.

$$\gamma_{bi}^b = (i-1) \times 120^\circ, \quad \text{for } i=1,2,3 \quad (22)$$

$$\gamma_{ti}^t = (i-1) \times 120^\circ, \quad \text{for } i=1,2,3. \quad (23)$$

그리고 하나의 설계인자 r 과 하나의 출력 변수 z_t 를 단계적으로 변화하면서 기구학 특성에 미치는 영향을 조사하였다.

먼저, 가운데 구속 직렬체인의 끝과 상판 사이에 놓인 구형관절의 위치를 $(x_t, y_t, z_t) = (0, 0, 1)$ 라고 가정한다. Fig. 2는 상판의 반경 $r=0.75$ 로 고정되었을 때 $\alpha-\beta$ 평면상에서 메커니즘의 최대 출력 변위 γ_{\max} 와 최소 출력 변위 γ_{\min} 각각에 대한 3차원 그림과 등고선 그림을 나타낸다. 이 그림에서 나타난 작업공간의 크기는 구동 입력변위의 제한으로 얻어지는 작업공간이 아니라 추가로 σ_{KI} 값이 0.01 이상인 공간을 나타낸다. 이 그림으로부터 메커니즘 작업공간의 크기를 확인할 수 있다.

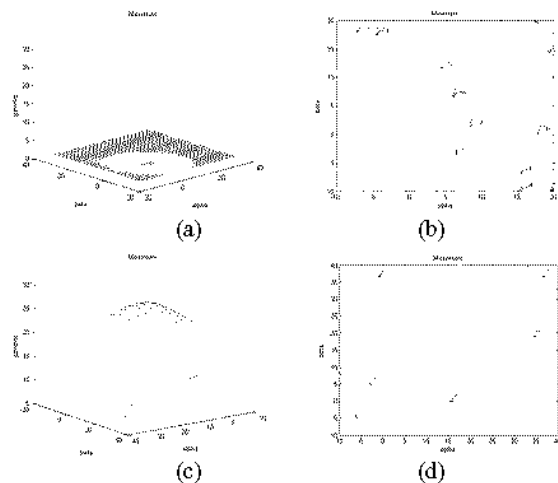


Fig. 2 a) 3-D plot and b) contour plot for γ_{\min}
c) 3-D plot and b) contour plot for γ_{\max}
when $r = 0.75$

Fig. 3(a)-3(c)는 상판의 반경 $r=0.25$ 이고 $\gamma=20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ 일 때 $\alpha-\beta$ 평면상에 메커니즘의 기구학 등방성지수에 대한 등고선 그림을 나타낸다.

Fig. 4(a)-4(c)는 반경 $r=0.5$ 이고 $\gamma=20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ 일 때 $\alpha-\beta$ 평면상에 메커니즘의 기구학 등방성지수에 대한 등고선 그림을 나타낸다. 그리고 Fig. 5(a) - 5(c)는 반경 $r=0.75$ 이고 $\gamma=20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ 일 때 $\alpha-\beta$ 평면상에 메커니즘의 기구학 등방성지수에 대한 등고선 그림을 나타낸다. 이들 그림들로부터 메커니즘의 작업공간을 형태 및 크기를 예측할 수 있으며 그 크기는 하판과 상판의 반경비 값에 따라 변화하므로 원하는 작업환경에 적합한 설계기준에 따라 메커니즘의 설계가 가능함을 확인할 수 있다.

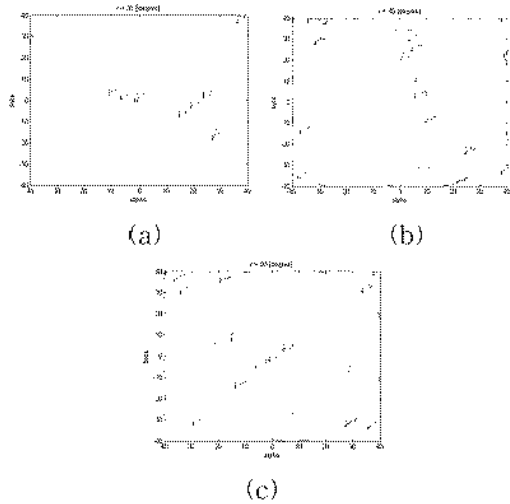


Fig. 3 Control plots when $r = 0.25$ and
a) $\gamma = 20^\circ$ b) $\gamma = 40^\circ$ c) $\gamma = 60^\circ$

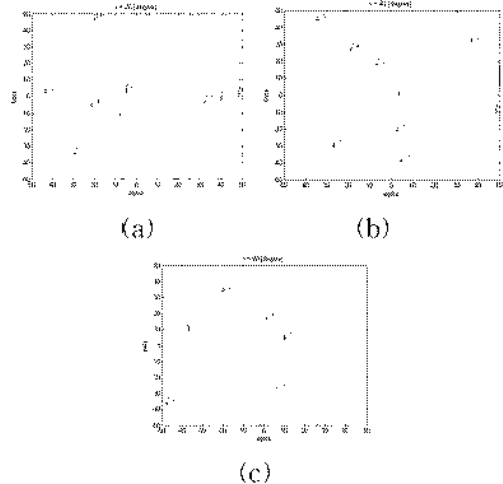


Fig. 4 Control plots when $r = 0.5$ and
a) $\gamma = 20^\circ$ b) $\gamma = 40^\circ$ c) $\gamma = 60^\circ$

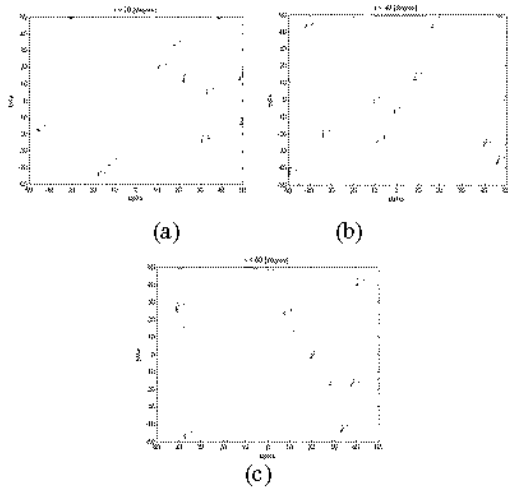


Fig. 5 Control plots when $r = 0.75$ and
 a) $\gamma = 20^\circ$ b) $\gamma = 40^\circ$ c) $\gamma = 60^\circ$

4. 결론

본 논문에서는 스트리트 구조를 가지는 3 자유도 구형 병렬 메커니즘을 제안하고 역위치 해석해, 정 위치 해석해를 제시하였다. 그리고 일차 기구학 모델을 통해 기구학 등방성특성을 분석하였으며 이를 통하여 메커니즘의 개략적인 작업공간의 크기 및 일차 기구학 특성을 확인하였다. 전반적으로 병렬구조의 메커니즘임에도 불구하고 매우 우수한 기구학 특성을 가지는 것으로 나타났다. 이 밖에 기존의 대부분의 병렬 메커니즘과는 본 논문에 제안된 메커니즘은 첫째로, 역위치 해석해는 물론 정위치 해석해가 존재하며, 둘째로, 스트리트 구조를 가짐으로서 높은 강성을 가질 뿐 만 아니라 유압 또는 공압을 바로 적용할 수 있는 구조로 높은 하중이 요구되는 작업에 매우 효과적일 것으로 예상된다.

참고문헌

1. John. J. Craig, "Introduction to Robotics," 2nd ed. published by Addison Wesley, 1989.
2. K. M. Lee, D. K. Shah, "Kinematic Analysis of a Three Degrees of Freedom In-Parallel Actuated Manipulator, Proceedings of IEEE Int'l conf. of Robotics and Automation, 1987, pp. 345-350.
3. K.M. Lee, and D.K. Shah, "Dynamic Analysis of a Three-Degrees-of-Freedom In-Parallel Actuated Manipulator," IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol. 4, no. 3, June, 1988, pp. 361-367.
4. W.K. Kim, B.J. Yi, S. Tosunoglu, "Study on the Kinematic Characteristics of A New 3 Degree-of-Freedom Parallel Mechanism," '98 WAC

- conf. 1998. pp .
5. W.K. Kim, S. Tosunoglu, B.J. Yi, "Geometric/Kinematic Characteristics of 6 Degree-of-Freedom Hybrid Mechanisms with Forward Closed-Form Position Solutions," '98 WAC conf. 1998.
6. W.K. Kim, J.Y. Lee, B.J. Yi, "Analysis on Kinematic Characteristics of Two Types of 3 Degree-of-Freedom Parallel Manipulators," '96 Conf. on Robotics. System & Automation, Korea, April, 1996.
7. L.-W. Tsai, G.C. Walsh, and R.E. Stamper, "Kinematics of a Novel Three DOF Translational Platform," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 3446-3451, 1996.
8. 최기영, 이석희, 김희국, 이병주, "새로운 병렬형 구형 3자유도 메커니즘의 기구학 특성 분석," 한국정밀공학회 춘계 학술회의, 2004, pp.1200-1203.
9. D. Yi, B.-J. Yi, and W.K. Kim, "Design of a New Grasper Mechanism Having XYZ Translational Motions," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 690-695, 2003.
10. D. Stewart, "A Platform with six degree of freedom," Proceedings of the Institute of Mechanical Engineering, Vol. 180, Part 1, no. 15, 1965-66, pp. 371-386.
11. W.K. Kim, K.K.Huh, B.J. Yi, "Kinematic/Dynamic Optimal Design of A Stewart Platform Mechanism," Journal of Control, Automation and Systems Engineering, Vol. 2, No. 1, March, 1996, pp. 45-52.
12. Whee Kuk Kim, Yong Kyu Byun, Hyung Suk Cho, "Closed-Form Solution of Forward Position Analysis for a 6-DoF 3-PPSP Parallel Mechanism and Its Implementation", International Journal of Robotics Research, vol. 20, no. 1, Jan. 2001, pp. 85-99.