6 속 자동변속기용 레펠레티아 유성 치차의 동력 해석에 관한 연구

박진흉* (고려대 대학원), 심재경(고려대학교 기계공학과), 강봉수(고려대 대학원)

A Study on Power-Flow Analysis of The Lepelletier 6-Speed Automatic Transmission

J. H. Park* (Graduate School, Korea Univ.), J. K. Shim (Mechanical Eng. Dept., Korea Univ.),
B. S. Kang (Graduate School, Korea Univ.),

ABSTRACT

In gear-train design, power-flow analysis is a very important process. The method for power-flow analysis apply the power balance equation and torque balance equation to each fundamental circuit. Then, the equation are solved simultaneously to determine the power-flow in planetary gear train. In this paper we perform power-flow analysis of a 6-speed automatic transmission. With this results are used to represent block diagram. In addition, the efficiencies of epicyclic inversion of the 6-speed automatic transmission is obtained.

Key Words : Lepelletier gear train (레펠레티아 유성 치차), Power-Flow Analysis (동력해석), Circulating Power (순환동력), Block Diagram (블록선도), Fundamental Circuit (기본회로), Overall efficiency (전 효율)

1. 서 론

동력 해석이란 동력 전달 기구에서 동력의 크기, 방향, 전달경로 등을 알아내는 것으로서, 이것에 의해 기구 내의 순환 동력[1]을 찾아 낼 수 있다. 순환 동력이란 임의의 동력의 흐름으로부터 분리되어 원래의 방향에 대해 역류하여 흐른 후, 다시 원 동력의 흐름과 결합하여 전달되는 동력을 나타내는 말이다. 이 순환 동력은 그 양이 많게는 입력 동력의 수백 배에 이르는 경우도 있으므로 동력 해석을 통한 순환 동력을 구하면 예상하지 못했던 크기의 동력이 치차에 작용하여 치차가 파손되는 것을 예방할 수 있다.

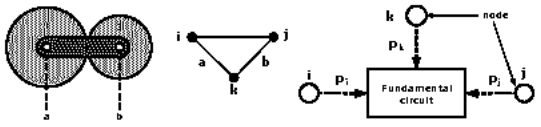
Merrit[2] 은 기본 유성 치차열에 대해 각속도와 토크를 계산하였고, Freudenstein 과 Pennestri[3,4] 는 유성 치차열이 정상상태에 이르렀을 때의 동력 전달과 정역학적 해석에 관한 체계적인 과정을 제시하였으며, 조[6] 는 질량 관성 모멘트가 각각의 기본회로로 나뉘어 작용한다는 가정 하에서의 동역학적 동력 해석을 하였다.

본 연구에서는 자동차용 6 속 자동변속기에 사용되는 레펠레티아 유성 치차열에 대하여 동력 해석을 수행하였다. 이를 위해 유성 치차열을 그래프 이론에 따라 기본 회로로 나누고, 각각의 기본 회로에 대해 동력 평형식과 토크 평형식을 적용하여 동력 흐름 및 순환 동력 구간을 찾아내었다. 또한 이(tooth)사이에서 발생하는 마찰 손실만을 고려하여 동력의 순환 경로에 따른 기구의 전 효율도 구하였다.

2. 관련 이론

2.1 그래프 이론

일반적인 유성 치차열은 Fig. 1(a)와 같은 기본 치차열(BGT, Basic gear train)이 여러 개 조합되어 구성되며, 이러한 기본 치차열은 링크 i, j, k로 이루어진 기본 회로를 구성한다. 이 기본 회로를 그래프로 나타내면 Fig. 1(b)와 같이 표현된다. 그래프에서 꼭지점 i, j, k는 링크를 나타내고 선은 링크를 연결하는 조인트를 나타낸다.



(a) BGT (b) Graph (c) block

Fig. 1 Graph and block representation of BGT

기어열의 그래프에서 기어 조인트와 회전 조인트를 구분하기 위해 기어 조인트는 굵은 선으로, 회전 조인트는 가는 선으로 나타낸다. 또한 기본 기어열을 블록 선도로 표현하면 Fig. 1(c)와 같이 되며 블록은 기본 회로를, 노드(node)는 링크를, P_i, P_j, P_k는 고려하는 기본 회로에서 각각 링크 i, j, k의 동력을 나타낸다.

2.2 기본 회로 방정식

Fig. l(a)과 같은 기본 회로는 링크 $(i, j)(k)$로 나타내며, 각 링크간의 각속도의 관계는 다음과 같은 기본 회로 방정식을 이용해서 구할 수 있다.

$$(i,\ j\ )(k\ ) = \omega_i - N_{ji}\omega_j + \omega_k(N_{ji} - 1) = 0,$$

$$N_{ji} = \pm\frac{N_j}{N_i} \quad (1)$$

여기서 N_i와 N_j는 기어 i와 j의 잇수이며 N_{ji}의 (–)부호는 두 개의 기어가 외접하는 경우를, (+)부호는 내접하는 경우를 의미한다.

2.3 동력 해석

본 연구에서는 시스템을 여러 개의 기본 회로로 나누어서 동력 해석을 한 후 블록 선도로 표현하는 방법을 사용하였다.

동력 손실을 무시하면 하나의 기본 회로 즉, 하나의 블록에 대하여 에너지 보존 법칙에 의한 동력 평형식과 힘 평형 관계에 기초한 토크 평형식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_{qi} + P_{qj} + P_{qk} = 0 \quad (2)$$

$$P_{qi}/\omega_i + P_{qj}/\omega_j + P_{qk}/\omega_k = 0 \quad (3)$$

$$\sum_q P_{q,input} = 1 \quad (4)$$

여기서 q는 여러 개의 기본 회로 중 고려 대상이 되는 회로의 번호이다. 동력의 손실이 없고 입력 동력의 합이 식(4)와 같이 1 이라고 하면 각 블록의 동력의 합은 0 이 되어야만 하고, 출력 동력 값은 입력 동력값과 일치 해야 한다.

2.4 효율 해석

Tuplin [5] 이 제안한 이(tooth)사이에서 발생하는 마찰 손실만을 고려한 일반적인 유성 치차의 손실 η는 식(5)과 같다.

$$\eta_q = 1 - 0.2(1/N_i + 1/N_j) \quad (5)$$

여기서 내접 치차는 (–)로 나타낸다.

하나의 블록에 대한 효율은 식(5)에서 구한 효율 η_q를 각 블록의 입력 동력항에 곱한 식(6)로 나타낼 수 있으며 마찰 손실만을 고려한 시스템의 전 효율은 식(7)와 같다.

$$\eta_q \sum P_{q,in} + \sum P_{q,out} = 0 \quad (6)$$

$$\eta_{overall} = -P_{out} \quad (7)$$

3. 해석 모델

3.1 Lepelletier gear train

Fig. 2 은 해석에 사용된 6 속 Lepelletier 유성 치차열이다. 이 치차열은 단순 유성 치차에 라비니오(Ravigneaux)유성 치차를 1 세트 적용한 치차열로 5 개의 작동 요소로 6 속을 구현한다. 해석에 사용된 치차열의 그래프는 Fig. 3, 잇수는 Table 1 과 같다.

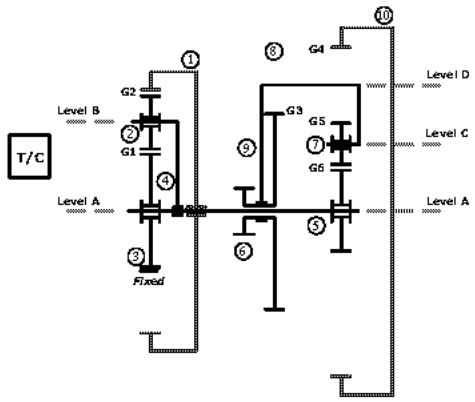


Fig. 2 Functional schematic diagram of 6-speed Lepelletier gear train

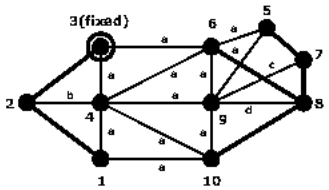


Fig. 3 Kinematic graph of 6-speed Lepelletier gear train

Link	RG (1)	PG (2)	SG (3)	RSG (5)	FSG (6)	SP (7)	LP (8)	AG (10)
N	71	16	37	31	38	24	23	85

Table 1 Number of gear teeth

4. 해 석

4.1 기구학적 해석

Fig. 3 의 그래프에 식(1)을 적용하면 다음과 같은 6 개의 기본 회로 방정식을 얻을 수 있다.

$$(1,\ 2)(4)=\omega_1-N_{21}\omega_2+\omega_4(N_{21}-1)=0 \quad (8)$$
$$(2,\ 3)(4)=\omega_2-N_{32}\omega_3+\omega_4(N_{32}-1)=0 \quad (9)$$
$$(5,\ 7)(9)=\omega_5-N_{75}\omega_7+\omega_9(N_{75}-1)=0 \quad (10)$$
$$(7,\ 8)(9)=\omega_7-N_{87}\omega_8+\omega_9(N_{87}-1)=0 \quad (11)$$
$$(6,\ 8)(9)=\omega_6-N_{86}\omega_8+\omega_9(N_{86}-1)=0 \quad (12)$$
$$(10,\ 8)(9)=\omega_{10}-N_{810}\omega_8+\omega_9(N_{810}-1)=0 \quad (13)$$

4.2 제 2 속 동력 해석

제 2 속은 5 개의 작동 요소 중 1 개의 클러치와 1 개의 브레이크가 작동한다. 클러치는 Fig. 2 의 4 번 링크에서 나온 동력을 5 번 후진 선기어(RSG, Reverse sun gear) 링크에 전달 해주며, 브레이크는 6 번 전방 선기어(FGS, Forward sun gear)를 고정시켜 줌으로서 제 2 속을 구현한다.

기본 회로 방정식에서 얻은 각속도를 입력 각속도 ω_1 항으로 정리 하여 보면 다음과 같다.

$$\omega_2=\frac{1-N_{32}}{1-N_{21}N_{32}}\omega_1 \quad (14)$$
$$\omega_4=\omega_5=\frac{1}{1-N_{21}N_{32}}\omega_1 \quad (15)$$
$$\omega_7=\frac{N_{86}-N_{87}}{(N_{86}-N_{87}N_{75})(1-N_{21}N_{32})}\omega_1 \quad (16)$$
$$\omega_8=\frac{N_{86}-1}{(N_{86}-N_{87}N_{75})(1-N_{21}N_{32})}\omega_1 \quad (17)$$
$$\omega_9=\frac{N_{86}}{(N_{86}-N_{87}N_{75})(1-N_{21}N_{32})}\omega_1 \quad (18)$$
$$\omega_{10}=\frac{N_{86}-N_{810}}{(N_{86}-N_{87}N_{75})(1-N_{21}N_{32})}\omega_1 \quad (19)$$

전체 시스템에 대해 동력 평형식과 토크 평형식을 적용 하면 식(20)~(35)과 같다.

$$P_{11}+P_{12}+P_{14}=0 \quad (20)$$
$$P_{22}+P_{24}=0 \quad (21)$$
$$P_{35}+P_{37}+P_{39}=0 \quad (22)$$
$$P_{47}+P_{48}+P_{49}=0 \quad (23)$$
$$P_{58}+P_{59}=0 \quad (24)$$
$$P_{68}+P_{69}+P_{610}=0 \quad (25)$$
$$P_{11}=1 \quad (26)$$
$$P_{12}+P_{22}=0 \quad (27)$$
$$P_{14}+P_{24}+P_{35}=0 \quad (28)$$
$$P_{37}+P_{47}=0 \quad (29)$$

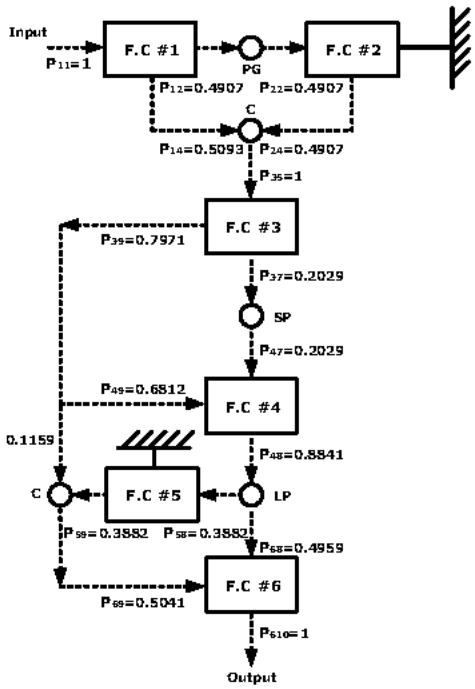


Fig. 4 Power-flow diagram of 6-speed Lepelletier gear train in 2nd speed state

$$P_{48}+P_{58}+P_{68}=0 \quad (30)$$
$$P_{39}+P_{49}+P_{59}+P_{69}=0 \quad (31)$$
$$\frac{P_{11}}{\omega_1}+\frac{P_{12}}{\omega_2}+\frac{P_{14}}{\omega_4}=0 \quad (32)$$
$$\frac{P_{35}}{\omega_5}+\frac{P_{37}}{\omega_7}+\frac{P_{39}}{\omega_9}=0 \quad (33)$$
$$\frac{P_{47}}{\omega_7}+\frac{P_{48}}{\omega_8}+\frac{P_{49}}{\omega_9}=0 \quad (34)$$
$$\frac{P_{68}}{\omega_8}+\frac{P_{69}}{\omega_9}+\frac{P_{610}}{\omega_{10}}=0 \quad (35)$$

식(20)~(35)의 16 개의 연립 방정식을 풀면 각 기본 회로에서의 동력값을 구할 수 있고 블록 선도로 동력 흐름을 도시하면 Fig. 4 와 같다.

4.3 제 2 속 효율 해석

식(5)에 의해 이(tooth) 사이에서 발생하는 마찰 손실만을 고려한 각각의 블록의 효율은 다음과 같다.

$$\eta_1=1-[0.2(-1/N_1+1/N_2)] \quad (36)$$
$$\eta_2=1-[0.2(1/N_2+1/N_3)] \quad (37)$$
$$\eta_3=1-[0.2(1/N_5+1/N_7)] \quad (38)$$
$$\eta_4=1-[0.2(1/N_7+1/N_8)] \quad (39)$$
$$\eta_5=1-[0.2(1/N_6+1/N_8)] \quad (40)$$
$$\eta_6=1-[0.2(-1/N_{10}+1/N_8)] \quad (41)$$

식(36)~(41)에서 구한 각각의 η 를 각 블록의 동력 평형식인 식(20)~(25)의 입력 동력항에 곱한 후 식(20)~(35)의 연립 방정식을 풀어 각 기본 회로에서의 동력값을 구한다.

계산 결과 제 2 속의 출력 동력은 $P_{610} = -0.9422$ 이며 식(7)에 의해 이(tooth) 사이에서 발생하는 마찰 손실만을 고려한 효율은 약 94.22%임을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 그래프 이론을 이용하여 유성 치차열로 이루어진 자동 변속기용 6 속 레펠레티아 유성 치차의 전체 시스템을 기본 회로로 나누고 각각에 해당하는 동력 평형식과 토크 평형식을 연립해서 풀이하여 전체 시스템의 동력 해석을 수행하였다.

Fig. 5 은 각 속에서의 모든 링크에 걸리는 동력을 나타내며, Table 2 과 Table 3 는 각 속에서의 최대의 동력이 걸리는 링크와 이(tooth)사이에서 발생하는 마찰 손실만을 고려한 효율을 나타낸다. 실제 기구에서는 Fig. 2 의 2, 7, 8 번 치차인 PG, SP, LP 치차는 3 쌍이 동력을 전달하므로 Table 2 에서는 해당 링크의 동력값을 1/3 로 나누어 주었다. C 는 단순 유성 치차(SPG)의 캐리어이며, C(Ravi)는 라비니오 유성 치차의 캐리어이다.

변속기 내에서 손실이 없다고 가정하고 6 속 레펠레티아 유성 치차열의 동력 해석을 해 본 결과 Table 2 에서 보듯이 가장 큰 동력이 걸리는 링크는 제 3 속에서의 4 번 링크인 캐리어, 5 번 링크인 후진 선기어(RSG), 4 번과 5 번 링크를 연결 시켜 주는 클러치에는 입력 동력의 약 2.16 배의 동력이 전달 됨을 알 수 있다.

또한 이(tooth) 사이에서 발생하는 마찰 손실만

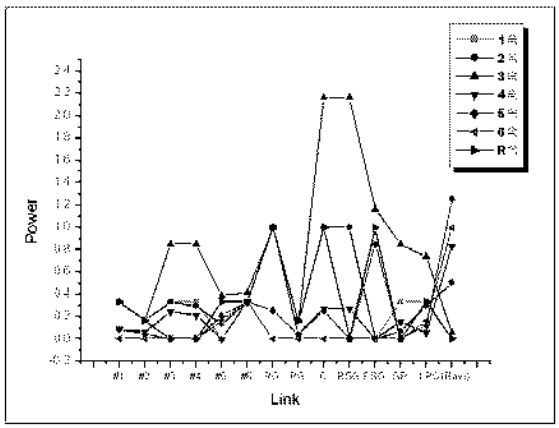


Fig. 5 Power graph of each speed state

Speed	Max Power	Link
1	1	RG, C
2	1	RG, C, RSG
3	2.16	C, RSG
4	1	RG
5	1.25	C(Ravi)
6	1	C(Ravi)
R	1	RG, C, FSG

Table 2 Max power of each speed state

Speed	Efficiency (%)
1	94.48
2	94.22
3	88.75
4	97.44
5	97.93
6	98.66
R	96.19

Table 3 Efficiency of each speed state

을 고려한 효율은 Table 3 에서 보듯이 제 6 속의 효율이 약 98.66% 로 가장 높음을 알 수 있다.

치차의 동력 해석을 통한 동력의 순환 경로를 정확히 찾아 내면 치차열의 설계나 브레이크 및 클러치 등의 제어 요소 설계에 중요한 자료로 활용될 수 있다.

참고 문헌

1. Thorpe, F. T., 1989, “Mechanical System Components”, Allyn And Bacon, pp. 72-74
2. Merritt, H. E., 1947, "Gear Train" Pitman & Sons, 1st ed.
3. Pennestri, E., Freudenstein, F., 1990, "A Systematic Approach to Power-Flow and Static-Force Analysis in Epicyclic Spur-Gear Train," Cams, Gear, Robot and Mechanism Design, ASME, DE-Vol. 113, pp. 63-70
4. Pennestri, E., 1990, "On The Automatic Design Analysis of Gear Train," Ph. D dissertation, Columbia University, New York.
5. Tuplin, W. A., 1957, ”Desibning Compound Epicyclic Gear Trains for Maximum Efficiency at High Velocity Ratios,” Mechanical Design, April 4, 1957, pp. 100-104
6. 조영훈, “유성 기어열의 동역학적 동력 해석” 고려대학교 기계공학과 석사학위 논문, 1997