그레이 이론을 이용한 2축 리니어 모터의 평면도 분석

오준모*(고려대 대학원 기계공학과), 김준현(고려대 대학원 기계공학과),
최우천(고려대 기계공학과)

Analysis of Flatness of a Two-Axis Linear Motor with Grey Theory

Jun M. Oh* (Mech. Eng. Dept. Korea Univ.), Jun H. Kim (Mech. Eng. Dept. Korea Univ.),
Woo C. Choi (Mech. Eng. Dept. Korea Univ.)

ABSTRACT

As the demands of X-Y linear motors increase, it becomes very important to measure flatness errors and to compensate them. In this study, in order to investigate flatness errors, a laser interferometer is used for measurement. To improve the measurement efficiency, a Union Jack method is adopted instead of a square method. The square method is frequently used because of its accuracy, but it requires many measurement points. In this study, the Union Jack method with Grey Theory is used. By using the Grey Theory, unmeasured data are predicted, and these are compared with results of the square method. The results show that the Union Jack method with Grey Theory is accurate enough to replace the square method.

Key Words : 리니어모터 (Linear Motor), 레이저간섭계 (Laser Interferometer), 평면도 (Flatness), 그레이 이론(Grey Theory), 유니언잭 방법 (Union Jack Method), 정사각형법 (Square Method).

1. 서론

리니어 모터는 고속 직선운동, 고속 반복운동, 고정밀 위치결정, 특별한 보수의 불필요, 가속 및 반전시의 고응답성, 안정적인 저속구동 등 많은 장점을 가지고 있어 반도체· 액정 제조장치 및 공작기계 분야에 수요가 증가하고 있다.

리니어 모터의 위치 정밀도를 향상시키기 위해서 기하학적인 오차를 보상하고 제어기의 성능을 향상시키려는 연구[1]가 활발히 이루어져 왔다. 이 중 기하학적 오차에 대한 연구[2]는 주로 단축 리니어 모터에 대한 각도 오차(angular error), 진직도 오차(straightness error)등에 대해서 이루어졌으며 제어기(controller)에서 충분히 보상될 수 있는 것이었다. 그러나, 산업 현장에서 1 축보다는 2 축 리니어 모터에 대한 필요성이 대두되면서 진직도 오차보다는 전체적인 작업공간에서의 평면도에 대한 정보가 필요하게 되었다.

본 논문에서는 최소한의 측정 데이터를 이용하여 정확한 평면도 정보를 얻고 예측할 수 있는 효율적인 방법을 제시하였다. 기존의 개발되었던 여러 가지 평면도 측정방법 중에서 가장 효율적인 유니언잭법을 이용하여 측정하였으며 측정되지 않은 공간이 다른 방법에 비해 비교적 넓다는 단점을 보완하기 위해 경향 예측의 한 방법인 그레이 이론을 이용하여 보완하였다. 그레이 이론이라는 명칭은 그레이 시스템(grey system)으로부터 유래한 것으로 화이트 시스템(white system)은 시스템의 정보를 완벽히 알 수 있는 것이고, 블랙 시스템(black system)은 정보를 전혀 알 수 없는 것이며, 그레이 시스템은 부분적인 정보만을 알 수 있는 시스템을 의미한다. 따라서, 그레이 시스템의 불명확한 부분의 정보를 얻기 위해 사용하는 예측 방법 중의 하나가 그레이 이론이다. 기존의 많이 사용되던 인공지능(artificial intelligence), 전문가 시스템, 신경망(neural network)와 같은 예측 방법들은 비교적 많은 데이터를 필요로 하고 불규칙한 데이터들이 많으며, 계산량이 많다는 단점을 가지고 있다. 이러한 문제점을 보완하기 위해 1982 년 Deng[3]에 의해 그레이 이론이 제안되어 현재 기계 분야의 해석, 모델링, 예측, 의사결정, 제어 등에 많이 적용되고 있다. Walker 와 Wallis[4]는 CMM 의 정밀도를 측정하기 위해 측정경로의 측정 점의 개수를 예측하는데 이용하였고 Lin 과 Lin[6]의 논문에서는 정사각형법에 그레이 이론을 접목시켰으나 이것은 이미 정사각형법으로 많은 데이터를 얻은 후에 또 그레이 이론을 이용한 것이므로 중복성이 생기고 구조적인 결함도 갖고 있어서 매우 비효율적이다. 이에 반해 유니언잭법을 이용할 경우 대각선 상의 측정으로 인한 수식의 복잡성을 단점으로 언급하였으나 본 연구에서는 측정장비가 가지고 있는 소프트

웨어의 구조적인 문제점을 제거함으로써, 보다 효율적이고 정확한 평면도 측정 방법을 제시하고 그 타당성을 정사각형법을 통한 실험결과와 비교하여 검증하였다.

2. 레이저 간섭계를 이용한 평면도 측정

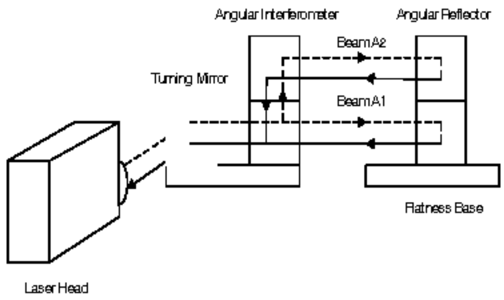


Fig. 1 Flatness measurement using a laser interferometer

Fig. 1 은 평면도 측정 원리를 보여준다. 이 그림에서 레이져 헤드에서 나온 빔이 각도 간섭계(angular interferometer) 안의 빔 스플리터(beam splitter)에 의해 두 개의 빛으로 갈라진다. 그 중 한 빔(A_1)은 간섭계를 통해 직진하여 반사경에 의해 반사되어 돌아와 다시 레이져 헤드로 돌아가며 다른 빔(A_2)은 간섭계에 의해 90 도 굴절되어 직진하다가 반사경에 의해 반사되어 레이져 헤드로 되돌아간다. 레이져 헤드는 빔 A_1과 빔 A_2의 광로차를 측정한다. 단, 측정값은 레이져 헤드와 간섭계의 거리와 무관하다.

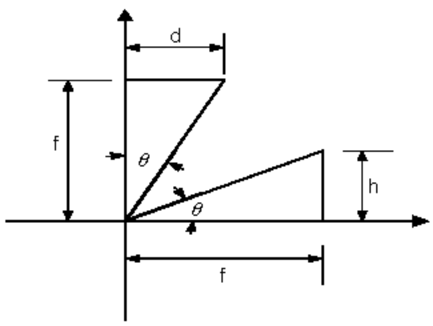


Fig. 2 Conversion of measured angular error to flatness

본 연구의 실험에서 측정된 데이터는 각 축 방향의 피치 오차이다. 이 데이터를 평면도 정보로 바꾸기 위해서는 소프트웨어를 통한 계산 작업이 필요하다. Fig. 2 에서 보듯이 레이져 간섭계를 통해서 측정된 값은 두 빔의 광로차로 인한 d의 값을 f를 이용하여 각도로 환산한 값이다. 이것을 x축 위에 도시하면 평면도 정보를 얻기 위한 값, h가 얻어진다. 즉, 위와 같은 과정을 거쳐서 얻어진 데이터들은 Fig. 3 의 h_1, h_2과 같이 순수한 높이의 증분 값이 된다.

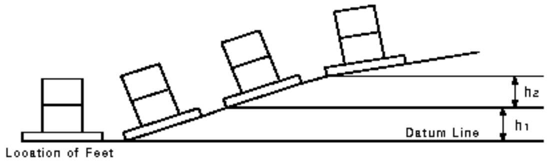
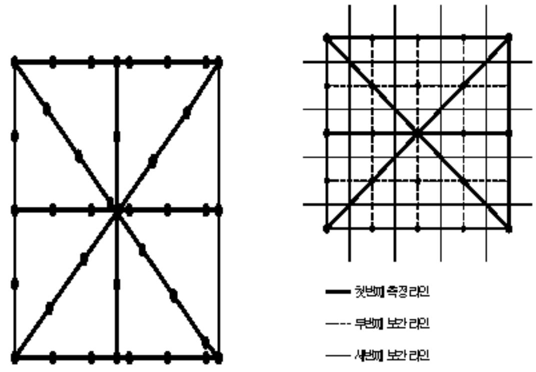


Fig. 3 Principle of flatness measurement

2.2 측정 장비의 문제점과 해결 방법

실험에서 사용된 RENISHAW 사의 레이져 간섭계는 유니언잭법을 이용하여 평면도를 측정할 경우 소프트웨어 상의 문제점을 가지고 있다. Fig. 4 (a) 와 같이 가로, 세로, 대각선 측정 시에 레이져 간섭계 내의 소프트웨어에서는 모두 똑같은 측정 간격 (foot size)으로만 측정하므로 전체적인 평면도를 보기에는 문제가 없으나 측정 값 서로간에 연관성을 맺기가 어려워 측정되지 않은 영역에서의 값을 예측하기가 어렵다. 본 논문의 연구 방향이 최소한의 측정 점을 이용한 전체적인 작업공간의 평면도 구성과 측정되지 않은 공간에서의 평면도 예측이므로 소프트웨어의 가로, 세로, 수정이 요구되었다. 즉, Fig. 4 (b) 와 같이 대부분의 작업공간이 직사각형이나 정사각형인 리니어 모터의 대각선의 측정 점의 개수를 각각 적절히 다른 측정 간격을 주어 측정 값 서로간의 연관성을 쉽게 얻을 수 있게 한 후, 그레이 이론을 통해 측정되지 않은 영역에서의 값을 예측할 수 있도록 한다. 실제 리니어 모터의 이송을 Fig. 5 와 같이 하면서 Fig. 4 와 같은 측정 값을 얻은 후, 가로, 세로, 대각선의 레이져 간섭계의 동일한 측정 간격을 이용하여 각도 오차 값을 구한다. 그 다음 가로, 세로, 대각선의 각도 오차 값을 각각의 실제 측정 간격 값을 이용하여 원하는 평면도 데이터 h 를 구한다. 이와 같은 방법으로 다음 단계 즉, 그레이 이론을 이용한 빈 공간에서의 평면도 값 예측을 위한 전체적인 평면도 값들을 효율적으로 나타낼 수 있다.



(a)before modification (b)after modification

Fig. 4 Modification of measurement points of Union Jack method

2.3 실험 결과 및 분석

레이져 간섭계를 통해 얻은 평면도 오차의 크기를 가로, 세로, 대각선 방향 각각 하나의 라인만 Table 1 에 나타내었다. 위의 결과를 바탕으로 리니어 모터의 전체적인 평면도를 Fig. 5 에 도시하였다. 리니어 모터의 구조 상 양쪽 끝단이 쳐져 있을 것으로 예상하였으나 반대의 결과를 보이고 있는 이유는 리니어 모터 안의 가이드의 형상으로 인한 것으로 볼 수 있다.

Table 1 Flatness error data

축	1	2	3	4	5
가로	0.0031	0.0175	0.0681	0.1642	0.2625
세로	2.5544	1.9672	1.3629	0.6600	0.0039
대각	1.9925	1.3980	0.8948	0.3351	0.0066

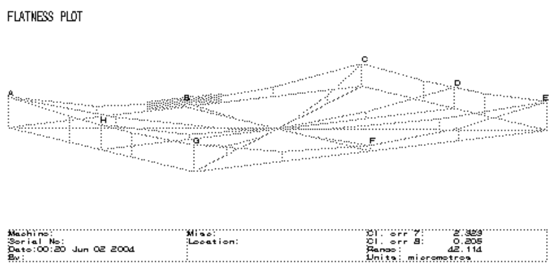


Fig. 5 Flatness error of linear motor

3. 그레이 이론

3.1 개념

AGO(Accumulated Generating Operation)라는 함수를 통해 측정된 데이터들의 불규칙성을 충분히 없앤 후에 규칙성이 강한 새로운 데이터들을 얻게 된다. 이 새로운 데이터들을 이용하여 미분 방정식을 세워 해를 구한 다음 원하는 부분의 데이터를 얻어 AGO 의 역함수 즉, Inverse AGO 를 통해 정확한 데이터를 얻는다.

3.2 AGO 와 Inverse AGO

일반적으로 측정된 데이터들은 여러 가지 외부적인 요인으로 인해 불규칙성을 갖는데 이를 최소화하기 위해 AGO 함수를 통해 원래의 데이터들을 누적된 값으로 여러 번 변환시켜 규칙성이 큰 데이터로 만든다.

실험으로 측정된 데이터들의 집합을 $X^{(0)}$ 라고 하면 식 (1)과 같이 표시될 수 있다.

$$X^{(0)} = [X^{(0)}(1), X^{(0)}(2) \cdots X^{(0)}(n)] \qquad (1)$$

이 측정값들은 음의 값이 아니며, 이 데이터를 1 회 AGO 변환시키면 식 (2)와 같이 표시된다.

$$X^{(1)} = [X^{(1)}(1), X^{(1)}(2) \cdots X^{(1)}(n)] \qquad (2)$$

$$\text{단, } X^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{k} X^{(1)}(i) \;\; k = 1, 2, \cdots n \qquad (3)$$

만약, 한 번의 AGO 변환으로 충분히 규칙적인 데이터를 얻지 못했을 경우, n 번 반복을 한다. 즉, $X^{(n)}(k)$ 는 n 번 AGO 변환을 한 데이터를 나타낸다. 이렇게 구한 데이터들을 통해 비교적 저차의 미분 방정식 모델을 세우고 식 (4)와 식 (5)와 같이 Inverse AGO를 통해 원래의 데이터를 구한다.

$$X^{(n-1)}(k) = X^{(n)}(k) - X^{(n-1)}(k-1) \qquad (4)$$

$$X^{(n-1)}(k) \underset{InverseAGO}{\overset{AGO}{\rightleftarrows}} X^{(n)}(k) \qquad (5)$$

3.3 그레이 미분 방정식

본 연구에서는 1 회의 AGO 변환을 사용하였고 이 변환에 의해 생성된 데이터를 비교적 간단한 미분 방정식으로 나타내면 식 (6)과 같다.

$$\frac{dX^{(1)}(t)}{dt} + adX^{(1)}(t) = u \qquad (6)$$

식 (6)에서 미지수인 a 와 u 는 최소자승법(least-square method)에 의하여 예측 가능하며 그 후에 방정식의 해를 구하면 $X^{(1)}(t)$ 는 식 (7)과 같이 단조적으로 증가하는 지수 함수의 형태를 갖게 되고 이것을 그림으로 비교하면 Fig. 6 과 같다.

$$X^{(1)}(k) = [X^{(0)}(1) - \frac{u}{a}]e^{-a(k-1)} + \frac{u}{a} \qquad (7)$$

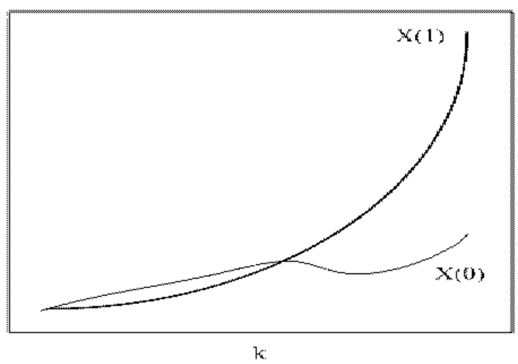


Fig. 6 Data generation by AGO transformation

3.4 실험 결과의 적용

실험으로 얻은 결과와 1회 AGO 변환을 통해서 얻어진 데이터를 Table 2에 나타내었다.

Table 2 Data of measured and AGO transformed one time

축	데이터	1	2	3	4	5
가로	$X^{(0)}$	0.0031	0.0175	0.0681	0.1642	0.2625
	$X^{(1)}$	0.0031	0.0206	0.0887	0.2529	0.5154
세로	$X^{(0)}$	2.5544	1.9672	1.3629	0.6600	0.0039
	$X^{(1)}$	2.5544	4.5216	5.8845	6.5484	6.5484
대각	$X^{(0)}$	1.9925	1.3980	0.8948	0.3351	0.0066
	$X^{(1)}$	1.9925	3.3905	4.2853	4.6204	4.6270

레이져 간섭계로 측정된 피치 오차 값들을 각각의 측정간격에 맞게 계산된 가로, 세로, 대각선 라인의 평면도 오차 값을 AGO 함수를 이용하여 계산된 값을 Table 2에 나타내었다.

이 값을 이용하여 각 라인에 대한 그레이 미분방정식을 세워 최소자승법을 이용하여 미지수 a, u를 구한다. 가로의 첫 번째 라인에 대한 미분방정식은 식 (8)과 같다.

$$X^{(1)}(k) = [0.0031 - \frac{0.0107}{0.6990}]e^{0.6990(k-1)} + \frac{0.0107}{0.6990} \quad (8)$$

그레이 이론을 통한 예측 값과 실제 측정 값을 비교해 보기 위해 간단히 가로축 첫 번째 라인을 이용하였다. 가로 축 첫 번째 라인의 측정 점 간격은 75mm 이다. 따라서, 측정위치는 0, 75, 150, 225, 300mm 가 된다. 반면 정사각형법으로 측정된 가로의 구간은 100mm 이므로 측정위치는 0, 100, 200, 300m 가 된다. 그러므로, 정사각형법의 100mm, 200mm 위치의 측정값과 그레이 미분방정식의 해를 이용하여 구한 값을 비교하였다. 100mm, 200mm 에 해당하는 k 값은 비례식에 의해 각각 2.33, 3.66 이 되므로 이 값을 미분방정식의 해에 넣어서 비교해 보았다.

Table 3 Comparisons of measured data between predicted data

축	데이터	100	200
가로	측정 값	-0.0156	-0.0469
	예측 값	-0.0164	-0.0477
	오차(%)	2.56	1.7

Table 3 의 결과가 나타내듯이 그레이 이론을 이용해서 얻은 결과가 실제 측정 값과 크게 차이가 나지 않으며, 측정값 자체에도 오차를 포함하고 있으므로 신뢰할 수 있는 예측 값이라고 할 수 있다. 다른 구간에서도 비교적 비슷한 결과를 보이고 가장 큰 오차를 나타내는 측정위치는 5% 정도의 차이를 보이는데 이것은 측정 상의 오차라고 보는 것이 타당하다.

4. 결론

본 연구에서는 경향예측법인 그레이 이론을 통하여 보다 효율적인 평면도 측정을 제시하였다. 기존에 주로 사용되던 정사각형법 보다 측정구간이 적은 유니언 잭법을 이용하고 단점을 보완하기 위해 그레이 이론을 이용하여 측정되지 않은 구간의 측정값을 예측하여 정사각형법으로 측정한 값과 비교하여 타당성을 검증하였다. 또한, 그레이 이론을 이용하면 측정된 평면도 값을 토대로 하여 큰 기계의 평면도도 예측할 수 있을 것으로 생각된다.

5. 참고문헌

[1] Kim, J.S and Choi, M.S and Kang, S.J, "The Unified Gain Tuning Approach to the PID Position Control with Minimum Overshoot, Position Stiffness, and Robustness to Load Variance for Linear Machine Drive in Machine Tool Environment, Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2001 PEC 2001 Sixteenth Annual IEEE, 2001, vol. 1 , pp. 635-641

[2] Min K.S, Oh J.M, Choi W.C,"리니어 모터의 위치 정밀도 향상에 관한 연구"2003, 한국정밀학회, 춘계학술대회, pp. 1828-1831

[3] Julong Deng, "Introduction to Grey System Theory", The Journal of Grey System, 1991, pp. 1-24.

[4] Walker, I. and Wallis, A. F, "Application of 3D Solid Modeling to Coordinate Measuring Inspection", Int. Journal of Machine Tool & Manufacture, 1993, vol. 32, no. 1, pp. 195-201.

[5] Lin Z.C and Lin W-S, 2001, "Measurement Point Prediction of Flatness Geometric Tolerance by using Grey Theory", Precision Engineering, 2001, vol. 25, no. 3, pp. 171-184