韓國精密工學會 2004 年度 秋季學術大會論文集

정밀 스테이지에서 출력변위 확대를 위한 레버의 해석

황은주*(고려대 대학원 기계공학과) , 민경석*, 송신형*, 최우천 (고려대 기계공학과)

Theoretical Analysis of Levers in a Precision Stage for Large Displacement

E. J. Hwang*, K. S. Min , S. H. Song and W. C. Choi (Mechanical Eng. Dept., Korea University)

ABSTRACT

Lever mechanisms are usually employed to enlarge output displacement in precision stages. In this study, theoretical analysis of a lever is presented including bending effect and relation between dimension parameters and an objective function. The objective function is chosen as multiplication of magnification ratio and force-displacement transmission. Through theoretical analysis, this study presents optimal values for the parameters and the analysis is verified by finite element method.

Key Words : Lever (레버), Magnification ratio (확대비), Analysis (해석), Bending (굽힘), Force-displacement transmission (힘-변위 변환)

1. 서론

반도체, 광학 부품 등의 정밀한 제품들이 상업적으로 큰 관심을 이끌어 내면서, 이들의 제작이나 운동에 필요한 환경 설정에 대한 관심도 커져가고 있다. 앞의 정밀 제품들은 정밀한 움직임과 함께 큰 사용영역을 가질수록 더 큰 가치를 갖게 된다. 따라서, 이들의 작업 환경이 되는, 스테이지 역시 정밀하고 넓은 구동범위를 가져야 한다. 이를 위해, 정밀 스테이지는 일반적으로 유연 힌지를 채용한 레버를 이용한다. 유연 힌지의 경우[1], 백래시 없는 변위를 입력에 대해 거의 선형적인 관계로 제공하는 장점이 있어 특히 많이 이용된다.

과거의 연구들에서도, 레버를 사용해 변위를 크게 하려는 시도[2]가 있어왔다. 그러나, 이론적 해석이 제대로 되어있지 않아, 매번 새로운 모델에 대해 예측과 분석을 새로 해야 했다. 이는 많은 시간적 소모도 따르게 하지만, 같은 조건으로 최대의 구동 영역까지 운동을 구현하지 못하는 경우도 생길 수 있었다. 이런 부분을 보완하기 위해, 레버에 대한 이론적 해석[3]이 있기도 했으나, 이는 레버의 굽힘에 대한 고려를 하지 않아 실제와 큰 차이를 보인다.

본 연구에서는 레버의 굽힘 현상까지 고려하여 변수가 확대비에 미치는 영향에 대해 이론적 해석을 수행하였다. 또한, 확대비만이 아니라 힘의 변위 변환 정도를 함께 고려해 실제 구동영역을 확대할 수 있는 수치 설계 변수들의 최적 값들도 제안하였다. 또한 해석의 타당성을 유한 요소 해석으로 확인하였다.

2. 이론적 해석

2.1 변수 정의

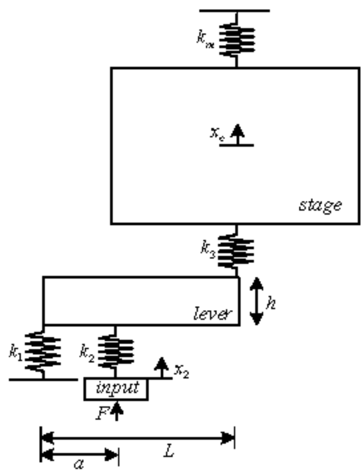


Fig. 1 Schematic of a stage.

스테이지의 변위를 크게 하기 위해 주로 레버가 사용된다. 단순화 시킨 스테이지가 Fig. 1 에 나타나 있다. Fig. 1 에서 보듯이, 변수들로는 강성 요소들과 길이 요소들이 있다. k_1은 레버의 피봇 역할을 하는 힌지의 강성이고, k_2는 힘이 가해지는 부분의 힌지 강성이다. k_3은 레버의 출력 변위를 스테이지에 전달하는 힌지의 강성이며, k_m은 스테이지를 지지하고 있는 힌지들의 강성을 의미한다. 길이요소로는, 전체 레버 길이가 되는 L, 입력점과 피봇점 사이의 길이인 a, 레버의 두께 h가 있다.

2.2 이론적 해석

레버의 각 변수들이 확대비에 미치는 영향을 확인 하기 위해, 이론적 해석을 수행한다. 여기서, 해석을 간단히 하기 위해, h 는 EI 로 상수 취급한다.

훅의 법칙을 적용하고 정리하면, 다음을 얻는다.

$$x_3 = \frac{1}{k_3}(k_3 x_c + k_m x_c) = \frac{1}{k_3}(k_3 + k_m)x_c = Ax_c \qquad (1)$$

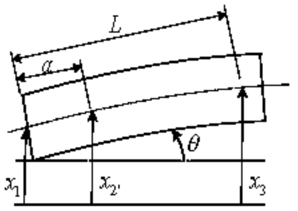


Fig. 2 Bending effect

Fig. 2 에서 보듯이, 레버에 발생하는 휨을 고려해 경계조건들을 적용하면,

$$\theta = \frac{\frac{k_1}{6}a^3 - EI}{\frac{\kappa}{2}a^2 + EIa}x_1 + \frac{EI}{\frac{\kappa}{2}a^2 + EIa}x_{2'} = A_1 x_1 + A_2 x_{2'} \qquad (2)$$

$$\theta = -\frac{EI - \frac{k_1}{6}L^3}{\frac{\kappa}{2}L^2 + EIL}x_1 - \frac{\frac{k_2}{6}(L-a)^3}{\frac{\kappa}{2}L^2 + EIL}x_2 + \frac{\frac{k_2}{6}(L-a)^3}{\frac{\kappa}{2}L^2 + EIL}x_{2'} + \frac{EI}{\frac{\kappa}{2}L^2 + EIL}x_3$$
$$= A_3 x_1 + A_4 x_2 + A_5 x_{2'} + A_6 x_3 \qquad (3)$$

$$x_1 = \frac{1}{(A_1 - A_3)}(A_4 x_2 + (A_5 - A_2)x_{2'} + A_6 x_3)$$
$$= B_1 x_2 + B_2 x_{2'} + B_3 x_3 = B_1 x_2 + B_2 x_{2'} + B_3 A x_c \qquad (4)$$

식 (4)를 (2), (3)에 대입하여 정리하면,

$$\theta = B_4 x_2 + B_5 x_{2'} + B_6 A x_c \qquad (5)$$

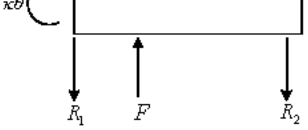


Fig. 3 Force-moment relation

Fig. 3 처럼, 힘 밸런스를 고려하면,

$$x_{2'} = \frac{1}{(k_2 + k_1 B_2)}\left[-(k_2 - k_1 B_1)x_2 + (k_1 B_3 A + k_3(A-1))x_c\right]$$
$$= C_1 x_2 + C_2 x_c \qquad (6)$$

$$x_{2'} = \frac{1}{(k_2 a + \kappa B_5)}\left[-(\kappa B_4 - k_2 a)x_2 - (\kappa B_6 A + k_3(A-1)L)x_c\right]$$
$$= C_3 x_2 + C_4 x_c \qquad (7)$$

다음의 레버 확대비를 얻을 수 있다.

$$r = \frac{x_c}{x_2} = \frac{C_1 - C_3}{C_4 - C_2} \qquad (8)$$

그러나, 구동 영역을 확대하기 위해서는, 레버의 큰 확대비 획득만으로 충분하지 않았다. 실제로, 가해지는 입력 힘이 스테이지의 출력 변위로 얼마나 변환될 수 있는지도 구동 영역확대에는 중요한 요소였다. 이런 의미에서 컴플라이언스와 유사한 개념인 힘-변위 변환율 $\eta = x_c / F$ 를 정의하였다. 이 값이 커질수록 가해지는 입력힘을 더 큰 출력변위로 변환시키지만, 공진 주파수를 낮추는 효과도 있다. 본 연구에서는, 확대비 r 과 **η** 를 곱한 것을 목적함수로 두었다.

$$f = r\eta = \frac{x_c}{x_2}\frac{x_c}{F} \qquad (9)$$

2.3 치수 변수들에 대한 해석

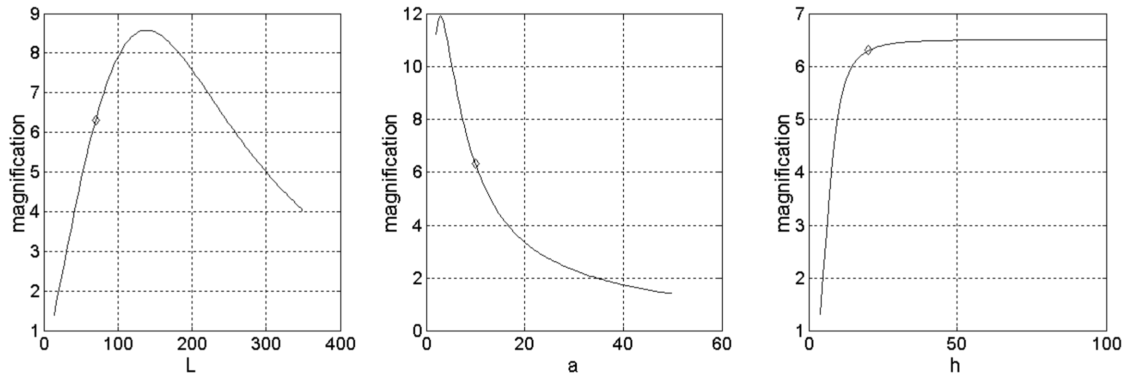
변수들을 강성 변수들과 치수 변수로 구분할 수 있다. 강성들은 최소 공진주파수 등의 제한이 있기에 이들의 변화는 별도로 하고, 길이 변수들의 변화만으로 확대비를 크게 해 본다.

강성 변수들의 영향을 제하기 위해 강성을 일정하게 했다. 앞의 이론적 해석에서는 EI 를 상수 취급 해왔으나, 실제로는 EI 가 h 의 함수이므로, 이 역시 수치 변수로 설정하였다.

치수 변수들의 영향을 확인하기 위해, 강성값과 물성값을 다음과 같이 두었다. k_m은 506N/mm, k_1, k_2, k_3은 671000N/mm, E는 7×10^7 mN/mm^2, G는 2.7×10^7 mN/mm^2 이었다. 이 경우, 확대비와의 관계를 확인하면, Fig. 4 와 같은 경향을 보이고, **η**를 함께 고려한 목적함수와 각 길이 요소들의 관계를 살펴보면 Fig. 5 와 같다.

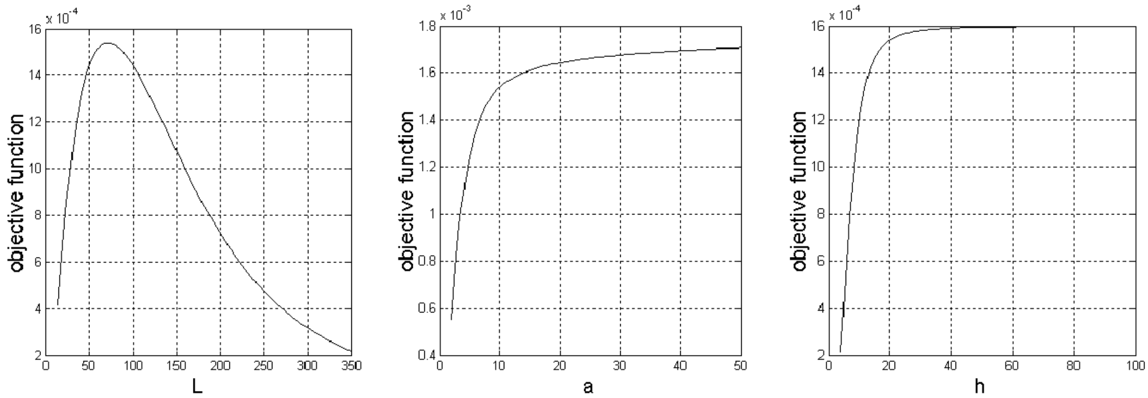
Fig. 4 에서 보면, L 과 a 는 최적값을 찾을 수 있었다. h 에 대해서는 변위 확대비 r 에 미치는 영향이 거의 사라지는 일정 영역을 찾을 수 있었다.

Fig. 5 에서, L 은 70mm 로, a 는 10mm 이상, h 는 20mm 이상 정도로 그 설계 제안 영역을 설정할 수 있음을 볼 수 있었다. 이들의 값을 그대로 설계에 적용했을 때 얻게 되는 확대비와 출력변위를 유한요소 해석으로 확인하였다. 입력힘은 1kN 으로 하였다.



(a) Effect of L (b) Effect of a (c) Effect of h

Fig. 4 Effect of dimension parameters on magnification



(a) Effect of L (b) Effect of a (c) Effect of h

Fig. 5 Effect of dimension parameters on objective function

Table 1 Finite element analysis for the lever

set	L	a	h	geometric magnification	real magnification	output disp. (mm)	real/geometric	magnification * output disp.
1	70	10	20	7	6.212	0.263	0.887	1.634
2	30	10	20	3	2.931	0.442	0.977	1.296
3	70	7	20	10	7.956	0.180	0.796	1.432
4	70	10	10	7	5.058	0.258	0.722	1.305

Table 1 에서, 해석을 통해 얻은 제안 수치는 set 1 으로 두어 비교 군으로 사용하였다. Table 1 을 보면, set 2 는 출력변위는 크지만, 확대비 자체가 너무 낮아 최종적으로 얻게 되는 구동범위 확대 효과는 매우 작았고, set 3 의 경우는 set 2 와 반대로 확대비 자체는 높지만, 출력변위가 작았다. 따라서, 확대비와 출력 변위를 곱하여, 두 가지의 요소를 함께 고려해야 했고, 그의 결과가 Table 1 의 마지막 열이다. 제시된 set 들에 대해 마지막 열을 비교해 보면, 작게는 14%, 크게는 26%까지 set 1 이 유리함을 확인할 수 있었다. 이론 해석을 통해 얻은 치수 변수 set 1 은 스테이지의 구동 범위를 크게 하기에 가장 유리한 설계 치수였다.

2.4 해석의 타당성 검증

이론 해석이 얼마나 실제와 유사한지 확인하기 위해, 유한 요소 해석과 비교하였다. 그에 대한 결과는 Table 2 와 같다.

Table 2 Magnification ratios between FEM and analysis

set	L (mm)	a (mm)	h (mm)	'r' by FEM	'r' by analysis	Error (%)
1	70	10	20	6.212	6.274	0.98
2	30	10	20	2.931	2.938	0.24
3	70	7	20	7.956	8.018	0.78
4	70	10	10	5.058	5.112	1.07

Table 2 에서 보듯이, 오차는 1% 이내로 위의 해석을 따를 경우, 실제와 거의 유사한 해석 결과를 갖게 됨을 확인하였다. 따라서, 위의 수치 변수에 대한 설계 해석이 타당하다 말할 수 있다.

3. 고찰

본 연구는 굽힘을 고려한 이론적 해석을 제시하였다. 해석은, 설계 변수 중 길이 변수들이 구동 변위에 미치는 영향을 보였고, 이를 통해 운동 영역을 최대로 하는 값을 제공하였다. 여기서 사용한 목적함수[5]는 레버의 확대비와 힘-변위 변환율의 곱이었다. 이렇게 얻은 결과는 Table 2 에서 보듯이 오차 1% 이내로 신뢰할 만하다. 따라서, 새로운 모델의 경우에도 간단한 변환을 거쳐 이론 해석에 비추어 보면, 구동 변위를 크게 하는 적절한 변수값들을 찾을 수 있다.

보통 정밀 스테이지의 경우, 구동기로 사용되는 것이 PZT 나 자기 코일을 사용한다. 이는 입력 정보를 힘이 아닌, 변위로 주게 되는 것을 의미하기에, Table 1 의 마지막 열이 더욱 의미가 있다. 만약, 입력 변위가 레버의 강성을 이겨낼 정도라면, 확대비만 의미가 있겠지만, 그렇지 않다면, 확대비가 늘어나는 대신, 입력 변위가 줄어들어, 전체적으로는 구동 영역 확대 정도가 적을 수 있는 상황이 발생할 수도 있는 것이다. 이런 부분에서, 본 연구가 제시한 목적 함수의 최적값과 그를 채용한 Table 1 의 끝 열이 가치를 갖는다.

본 연구에서 이루어진 이론 해석은 변수에 대해 최적 값이나 적정 영역을 제공하였다. Table 1 의 해석을 위해 제안한 길이는 공간의 낭비를 막기 위해, 최적 값 혹은 영역 내의 최소값으로 결정했었다. 그러나, 실제 제작을 할 때에는 설계 상의 제한 조건을 감안하여 구해진 최적 영역 안에서 값을 찾아야 하는데 이를 통해 더 넓은 구동 영역을 얻을 수 있게 된다. 주어진 제한 조건을 만족하는 길이 값을 준다는 점에서 본 연구는 차별화된다.

4. 결론

본 연구는 정밀 스테이지의 구동 영역 확대를 위해 변위 확대 레버를 이론적으로 해석하였다. 이전의 연구와 달리 굽힘에 대한 고려가 포함되어 실제와 1% 이내의 차이를 갖는 이 해석은, 레버의 출력 변위를 최대로 하기 위한 길이 변수들의 적정 값을 제안하였다. 이렇게 얻어진 길이 값들은 출력 변위와 레버 확대비를 곱하여 비교한 경우, 20% 안팎의 구동 영역을 증가시키는 효과를 가져왔다.

참고문헌

1. Y. M. Tseytlin, "Notch flexure hinges: An effective theory," Rev. Sci. Instrum., Vol.73, No.9, pp.3363-3368, September 2002.
2. Y. Wu and Z. Zhou, "Design calculations for flexure hinges," Rev. Sci. Instrum., Vol.73, No.8, pp.3101-3106, August 2002.
3. S. T. Smith, "Flexures : Elements of elastic mechanisms," Taylor and Francis , Chap.7, 2000.
4. J. M. Paros and L. Weisbord, "How to design flexure hinge," Machine Design, 37, pp.151-157, 1965.
5. M. L. Culpepper, G. A. Anderson, and P.A. Petri, "HexFlex: A Planar Mechanism for Six-axis Manipulation and Alignment, Precision Engineering," ASME, pp. 285-290, 2002