韓國精密工學會 2004 年度 秋季學術大會論文集

# 근사 함수를 이용한 Point-Based Simplification

**조현철*(고려대), 배진석(기술표준원), 김창헌(고려대)**

## Point-Based Simplification Using Moving-Least-Squrares

H. C. Cho(Korea Univ.), J. S. Bae(Korea Agency for Technology and Standards), C. H. Kim(Korea Univ.)

**ABSTRACT**

This paper proposes a new simplification algorithm that simplifies reconstructed polygonal mesh from 3D point set considering an original point set. Previous method computes error using mesh information, but it makes to increase error of difference between an original and a simplified model by reason of implementation of simplification. Proposed method simplifies a reconstructed model using an original point data, we acquire a simplified model similar an original. We show several simplified results to demonstrate the usability of our methods.

**Key Words** : Mesh simplification(메쉬 간략화), Point clouds, Point-set surface.

## 1. 서론

최근 3 차원 레인지 스캐닝 시스템이 많이 발전하면서, 이로부터 얻어지는 매우 복잡한 3 차원 모델을 흔히 볼 수 있게 되었다. 이와 같은 메쉬들은 데이터 양이 매우 많아 저장, 전송, 렌더링등의 작업에 많은 시간과 비용이 들므로, 폴리곤 메쉬 간략화는 주요한 연구 주제가 되어왔다. 간략화란 원본 모델의 형상과 특징을 유지하며 폴리곤의 수를 감소시키는 것이다. 메쉬 간략화 기술은 Vertex Decimation[6], Vertex Clustering[5], Edge Contraction[2-4]등 크게 3 개의 방법으로 나눌 수 있다.

기존의 간략화 방법은 기하학적인 거리 오차 척도를 이용한다. 오차 척도는 원본 모델과 간략화 된 모델 사이의 차이로 정의 할 수 있다. 이러한 오차척도에는 거리 차이뿐 아니라 다른 성질(색, 법선, 텍스쳐 좌표)등을 포함할 수도 있다.

본 논문은 3 차원 점 데이터로부터 복원한 폴리곤 메쉬 모델에 대해 원본 점 데이터를 고려하여 간략화하는 알고리즘을 제안한다. 기존의 간략화 알고리즘은 메쉬의 정보만을 이용하여 오차 척도를 계산하므로 간략화 단계가 진행됨에 따라 오차가 누적되어 원본 데이터와의 차이가 커진다. 제안 방법은 원본 점 데이터를 고려하며 간략화를 진행하므로, 원래 형상에 보다 근접한 간략화 모델을 얻을 수 있다.

간략화 방법은 원본 점 데이터를 근사하는 표면을 고려하여 연속적인 모서리 축약을 수행한다. 간략화 알고리즘의 오차 척도는 모서리 축약 후 간략화 될 메쉬와 그 이웃 모서리들에 근접한 점 데이터를 지역적으로 근사하는 표면 사이의 최대 거리로 정의한다. 간략화 오차는 모든 모서리에 대해 계산되고 힙 정렬을 이용하여 최소 오차 모서리부터 축약한다. 원본 점 데이터를 지역적으로 근사하는 표면은 MLS(Moving-Least-Squares)[1,8]를 이용하여 다항식 표면으로 근사하여 계산한다.

## 2. Point-based 오차 척도

### 2.1 MLS 근사 표면

원본 점 데이터와 간략화 된 모델의 오차 척도를 정의하기 위해서 MLS 를 이용한다. 점 데이터만을 가지고 MLS 를 계산하는 과정에서는 MLS 근사 다항식을 위한 정의역으로써 주변 점들을 근사하는 참조 평면을 구하는 과정이 필요하다. 그러나 제안 방법은 원본 점 데이터와 복원 모델을 동시에 입력으로 받으므로, 복원된 모델의 표면 법선 벡터를 이용하여 쉽게 참조 평면을 구할 수 있다.

각 모서리가 축약된 후 원본 점 데이터와의 오차를 구하기 위해, 우선 가상으로 모서리 축약을 행한다. 모서리가 축약되는 한 꼭지점은 Modified butterfly subdivision mask[7]를 이용하여 결정하며, 이웃 면들의 법선 벡터를 평균하여 축약된 꼭지점의 법선 벡터를 구한다. 이렇게 구한 꼭지점 **v** 와 법

선 벡터 $\vec{\mathbf{n}}$을 이용하여 참조 평면 $H$를 구한다.

$$H:\{\mathbf{x}|\vec{\mathbf{n}}\bullet\mathbf{x}-\vec{\mathbf{n}}\bullet\mathbf{v}=0,\mathbf{x}\in\mathbf{R}^3\} \quad (1)$$

참조 평면 $H$를 정의역으로 하여 점 데이터 $p_i$를 근사하는 함수 $g(x,y)$를 구하여 이를 근사 표면으로 정의한다. 이를 위해 우선 꼭지점 $\mathbf{v}$를 원점으로 하는 참조 평면상의 직교 좌표계를 생성하고, 이 좌표계 위에 3 차 함수 $g(x,y)$를 정의하여 이 함수로 구성되는 근사 표면과 $p_i$와의 가중치 제곱거리의 합이 최소가 되도록 한다. 다음의 식(2)를 최소화 하는 근사 표면을 구한다.

$$\sum_{i=1}^{N}\left(g(x_i,y_i)-f_i\right)^2\theta\left(\|p_i-q\|\right) \quad (2)$$

식(2)에서 $x_i$와 $y_i$는 $p_i$를 참조 평면상에 투영시킨 점의 직교 좌표계상 좌표값이며, $f_i$는 $p_i$의 참조 평면과의 거리이다. 함수 $g(x,y)$의 각 항의 계수에 대해 식(2)를 최소로 하는 값을 구하면 결과적으로 $p_i$를 근사 하는 표면을 정의할 수 있다.

### 2.2 근사 표면과의 오차 척도 계산

오차 척도를 구하기 위해 근사 표면과 간략화된 모델간의 거리를 정의 하여야 한다. 우선 근사 표면과의 오차를 최소화 하기 위해, 가상으로 축약된 꼭지점의 위치를 근사 표면상으로 옮긴다. 이는 근사 표면을 구할 때 정의역이 되는 좌표계의 원점이 바로 꼭지점이므로 다음과 같이 쉽게 계산할 수 있다.

$$\mathbf{v}'=\mathbf{v}+\vec{\mathbf{n}}\cdot g(0,0) \quad (3)$$

근사 표면과의 오차 척도는 옮겨진 점 $\mathbf{v}'$에 이어진 이웃 모서리들의 중점과 근사 표면과의 거리, $\mathbf{v}'$의 이웃 삼각형의 중점과 근사 표면과의 거리 중 최대값으로 정의한다. 본 논문에서는 이 거리 계산을 빠르게 하기 위해서 근사 평면의 법선 벡터 방향으로의 거리를 이용한다. 법선 벡터 방향의 거리는 이미 구한 근사 표면 함수 $g(x,y)$의 식을 이용하여 쉽게 구할 수 있다.

$$E=\max_{q_i\in\mathbf{Q}}\{g(q_{i_x},q_{i_y})-q_{i_z}\} \quad (4)$$

식(4)에서 집합 $\mathbf{Q}$는 $\mathbf{v}'$의 이웃 삼각형의 중점 집합과 이웃 모서리들의 중점 집합의 합집합이며, $\mathbf{Q}$의 모든 점들은 MLS 의 정의역을 이루는 지역 좌표계로 좌표 변환한 점이다.

### 2.3 빠른 MLS 계산을 위한 점 분배

보통 MLS 근사 함수를 계산할 때 가장 시간이 오래 걸리는 부분 중 하나는 지역적인 근사 표면을 구하기 위한 이웃 점들을 모으는 작업이다. 이 작업을 빠르게 하기 위해서 복원 모델의 각 꼭지점에 가까운 점들을 미리 모아놓는다.

전처리 과정으로 모든 점 데이터와 복원 메쉬의 꼭지점을 블록으로 나누어 각 점의 가까운 꼭지점을 찾는다. 그리고 간략화 작업 후에도 가까운 점을 유지하기 위해, 모서리 축약 시 축약되는 점과 그 이웃 꼭지점들에 속한 점들에 대해 가까운 꼭지점을 다시 찾는다.

항상 꼭지점이 자신의 가까운 점들을 알고 있으므로, 오차척도를 계산할 때 모서리를 이루는 꼭지점과 그 이웃 꼭지점에 가까운 점들을 이용하여 근사표면을 생성한다. 이는 매번 오차 척도를 계산할 때마다 모든 점들을 검사하여 가까운 점을 찾는 것 보다 빠르게 계산할 수 있다.

## 3. 간략화 알고리즘

제안 방법은 모서리 축약에 바탕을 두고 있고, 오차 척도 계산은 위에서 설명한 것과 같다. 알고리즘의 수행 순서는 다음과 같다.

(1) 초기 폴리곤 모델에 대해 식을 이용해 모든 모서리의 오차척도를 구한다.
(2) 타당한 모든 후보 모서리를 선택한다.
(3) 각각 타당한 모서리 축약에 대해 새로운 점의 위치를 계산한다.
(4) 힙의 꼭대기에 가장 작은 비용의 모서리를 넣는다.
(5) 힙을 이용하여 가장 작은 비용의 모서리를 반복적으로 제거하고, 모든 타당한 모서리에 대해 비용을 갱신한다.

## 4. 결론

Fig.1 과 Fig.2 는 간략화 된 모델의 결과를 보여준다. 점 데이터와 동시에 입력 받은 복원 모델에 대해 블록화 하여 각 꼭지점에 가까운 점들을 계산한다. 각 꼭지점에 가까운 점들을 이용하여 지역적인 근사 표면을 만들고, 이 근사 표면을 이용하여 간략화에 필요한 오차 척도를 계산한다. 오차가 작은 순서대로 정렬하여 차례로 모서리 축약을 함으로써 간략화를 진행한다.

원본 모델과 간략화 된 모델의 오차만을 계산하는 기존의 방법과는 달리, 입력 받은 원본 점 데이터를 이용하여 근사 표면과 간략화 된 모델간의 오차를 계산하기 때문에 더 좋은 품질의 간략화 모델을 만들 수 있다.

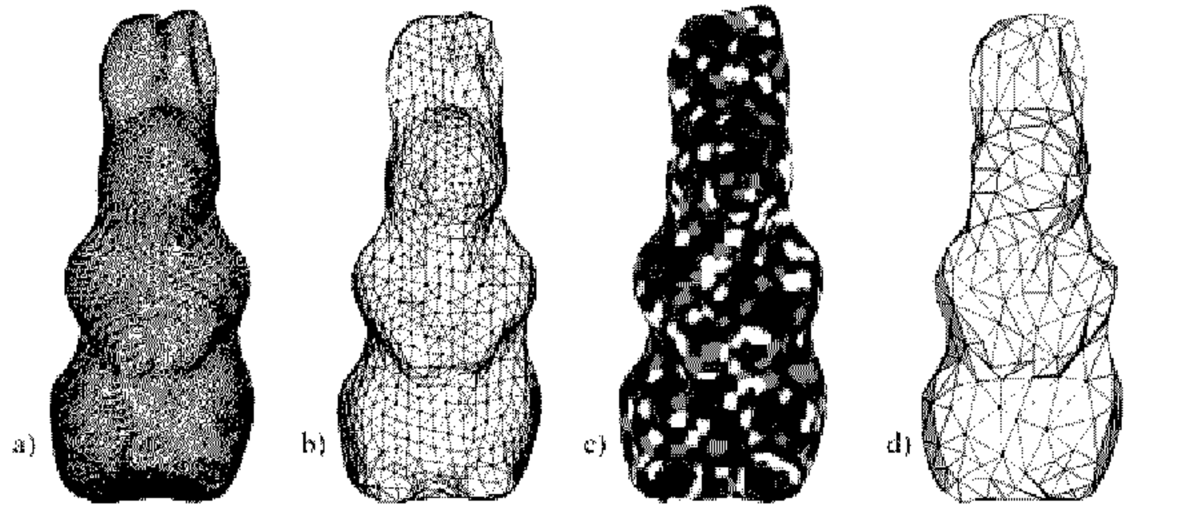


Fig. 1 Simplification of rabbit model: a) Original point set (67039 points), b) Reconstructed model (1,384 vertices, 2,764 faces), c) Clustering points for MLS, d) Simplified model (252 vertices, 500 faces)

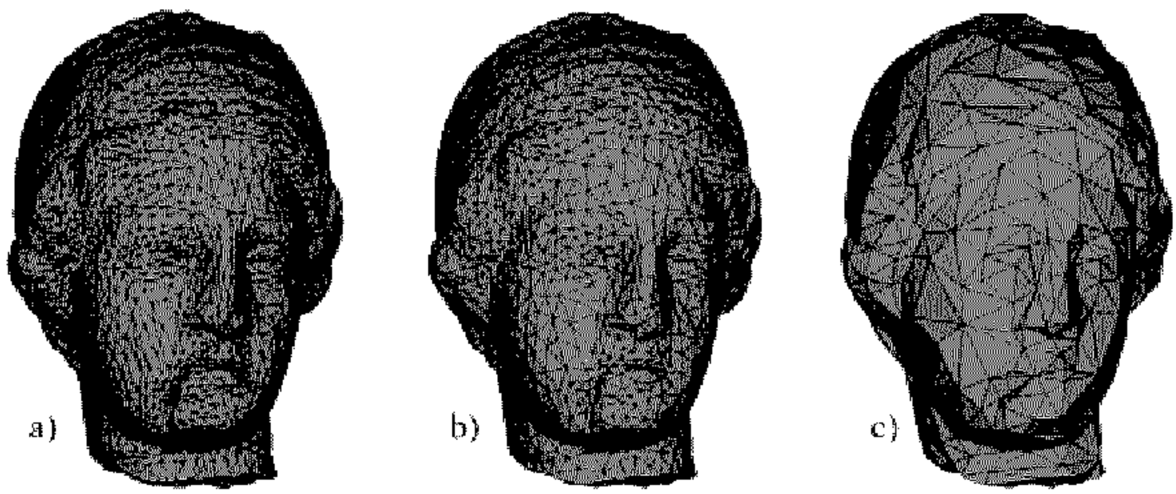


Fig. 2 Simplification of igea model: a) Reconstructed model (5,002 vertices, 10,000 faces), b) Simplified model (2,502 vertices, 5,000 faces), c) Simplified model (502 vertices, 1,000 faces)

## 참고문헌

1. Alexa, M., Beer, J., Cohen-Or, D., Fleishman, S., Levin, D., and Silva, C., "Computing and Rendering Point Set Surfaces," IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, Vol. 9, No. 1, pp. 3–15, 2003.
2. Garland, M. and Heckbert, P. S., "Surface Simplification Using Quadric Error Metrics," SIGGRAPH 97, pp. 209-216, 1997.
3. Hoppe, H., "New Quadric Metric for simplifying Meshes with Appearance Attributes," IEEE Visualization 99, pp. 59-66, 1999.
4. Lindstrom, P. and Turk, G., "Fast and Memory Efficient Polygonal Simplification," IEEE Visualization 98, pp. 279-286, 1998.
5. Rossignac, J. and Borrel, P., "Multi-Resolution 3D Approximations for Rendering Complex Scenes," Modeling in Computer Graphics. pp. 455-465, 1993.
6. Schroeder, W. J., "A Topology Modifying Progressive Decimation Algorithm," IEEE Visualization 97, pp. 205-212, 1997.
7. Zorin, D., Schröder, P., and Sweldens, W., "Interpolating Subdivision for Meshes with Arbitrary Topology," SIGGRAPH 96, pp.189-192, 1996.
8. 조현철, 김선정, 김창헌, "근사 함수에 기반한 대용량 3 차원 모델 복원 알고리즘," 한국정밀공학회 2004 년도 춘계학술대회논문집, 2004.