

NURBS곡면의 고속 부분 수정 알고리즘 개발

김호찬*(영남대), 최홍태(경남정보대), 김준안(경남정보대), 이석희(부산대)

A Rapid Local Modification Algorithm for NURBS surface

H. C. Kim(YU), H. T. Choi(KIT), J. A. Kim(KIT), S. H. Lee(PNU)

ABSTRACT

Algorithms on modification of NURBS surface requires modeling history to change its boundary conditions. The history is stored when the surface is modeled and saved in the corresponding model file. But when the model is transferred to other systems the history generally cannot be recognized. So modification algorithms without history is highly required. Previous works on the field is concentrated in the point based modification without any restriction condition. Therefore this study is intended to develop a curved based modification algorithm with restriction conditions. A rapid modification algorithm is suggested, implemented and tested.

Key Words : NURBS Surface(NURBS 곡면), Local Modification(부분수정), Curvature(곡률), Simulated Annealing (폴림모사)

1. 서론

오늘날 생산되는 소비재 제품들에게는 높은 성능 뿐 아니라 외형의 미적인 면에 있어서도 높은 수준이 요구되고 있으며, 인체공학적인 설계와 항력이나 부재를 최적화하는 설계 기술이 빈번히 사용되고 있다. 따라서 어떠한 형상이라도 자유롭게 표현할 수 있는 자유곡면(free surface)이 제품의 형상 모델링에 점점 더 자주 사용되고 있어 그 중요성이 크게 증가하고 있다. NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline) 곡면은 이러한 자유곡면들 중에서도 가장 자유로운 곡면을 표현할 수 있다.¹ 그러나, 현재까지 연구된 NURBS곡면의 모델링 알고리즘은 거의 모두가 곡면의 생성에 관한 것이며 수정에 대한 연구는 매우 드물다. 따라서 CAD/CAM 시스템이 제공하는 곡면 모델의 수정 방법은 사실상 곡면의 생성조건을 변경 후 다시 곡면을 생성하는 것이 대부분이다. 그러나 이러한 재생성 알고리즘들은 기존에 생성된 곡면이 그 상태를 최대한 유지하면서 별도의 조건을 추가로 만족하도록 수정되어야 할 경우에는 전혀 활용할 수가 없다. 따라서 NURBS 곡면을 생성하기 위한 필요 조건보다 더 많은 설계조건을 만족하거나 기존에 생성된 곡면의 자유로운 변형을 위해서는 곡면의 국부

수정 알고리즘이 반드시 필요하다. 또한 이러한 기술이 실제 CAD/CAM 시스템에 적용되기 위해서는 알고리즘의 고속화가 반드시 필요하다. 따라서 본 연구는 곡선을 기반으로 하는 곡면 수정알고리즘을 개발하였으며, 특히 곡면의 평탄화에 폴림모사 기술을 이용하여 고속화가 가능하도록 하였다. 결과적으로 곡면과 경계조건 곡선을 입력으로 하여, 주어진 곡면을 최소로 변형하여 주어진 조건들을 모두 만족하는 수정 곡면을 생성하는 알고리즘을 개발 하였다.

2. NURBS곡면의 수정

2.1 NURBS 곡선과 곡면

곡선들은 해석곡선(analytic curve)과 인조곡선(synthetic curve)으로 나눌 수 있으며 각 분류 내에서도 여러 가지 곡선이 존재한다. 곡면 또한 동일하게 분류할 수 있고 역시 다양한 표현방법이 존재한다. 그러나 알고리즘의 개발에 있어 각 표현별로 별개의 알고리즘을 개발하는 것은 매우 비효율적이므로, 모든 종류의 곡선을 나타낼 수 있는 곡선의 표현법으로 최근 다양한 곡선의 표현에 널리 사용되는 NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) 곡선을 이용

하여 알고리즘을 개발할 필요가 있다.² 본 연구에서 개발한 알고리즘이 범용성을 갖도록 하기 위해서 NURBS곡선과 곡면을 이용하였다. 일반적으로 NURBS곡선은 식(1)과 같이 표현 된다.

$$\mathbf{P}(u) = \frac{\sum_{i=0}^n h_i \mathbf{P}_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n h_i N_{i,k}(u)} = \sum_{i=0}^n \mathbf{P}_i R_{i,k}(u) \quad (1)$$

$$\text{where, } R_{i,k}(u) = \frac{h_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n h_i N_{i,k}(u)} \quad (2)$$

\mathbf{P}_i : control points
 h_i : homogeneous coordinate value
 $N_{i,k}$: blending function for B-spline
 k : order of the curve

식(2)에 보인 NURBS 곡선의 블렌딩함수는 식(3)에 보인 $N_{i,k}$ 라는 B-spline 곡선의 블렌딩함수를 이용하고 있으며, 호모지니어스좌표값을 이용한 분수형태의 블렌딩함수로서 좀 더 자유로운 형상을 나타낼 수 있다.

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u-t_i)N_{i,k-1}(u)}{t_{i+k-1}-t_i} + \frac{(t_{i+k}-u)N_{i+1,k-1}(u)}{t_{i+k}-t_{i+1}} \quad (3)$$

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & t_i \leq u \leq t_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

where, t_i : knot value
 presume 0/0 as 0

식(1)에 보인 곡선이 점들을 보간한 것이라면 곡면은 특정 방향에 대하여 곡선들을 보간한 것이다. 일반적인 표현의 NURBS곡면의 방정식은 식(4)와 같다.

$$\mathbf{P}(u,v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m h_{i,j} \mathbf{P}_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m h_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)} \quad (4)$$

NURBS곡면은 컨트롤포인트와 놋값 그리고 호모지니어스좌표값을 이용하여 매개변수 u, v 에 대하여 하나의 점을 나타내는 공간벡터로 계산될 수 있으며 이러한 점들의 어느 한 방향 자취가 NURBS곡선이며 이들의 또 다른 방향의 보간이 곡면이다. 곡면을 생성한 후에 곡면의 끝단에 있는 경계곡선을 곡면의 경계로 사용하지 않고 곡면 상에 존재하는 별도의 곡선을 경계선으로 이용하는 경우가 많은데 이를 트림된 곡면(trimmed surface)이라고 한다. 모델링의 편

의상 많은 경우에 곡면들은 트림되어 사용되고 있으므로 수정 알고리즘 역시 트림된 형태에 대하여 개발하였으며 이것은 트림되지 않은 곡선에도 적용이 가능하다.

2.2 입력 조건

곡면의 수정을 위한 입력조건으로 곡면이 지나야 할 점들을 주는 기존의 연구들과는 달리 본 연구는 기존의 곡면상의 어떤 곡선을 주어진 다른 곡선과 일치하게 수정하되 그 변화를 제한하는 곡선을 주는 것을 선택하였다. 이것은 곡면의 수정을 위한 새로운 조건으로 수정 알고리즘의 속도를 극대화 하고 모델링을 매우 편리하게 만들 수 있는 기술이다. 서술의 편의상 각 조건들을 다음과 같이 표기하기로 한다. 수정을 원하는 곡면을 OS(Original Surface), 수정된 곡면을 MS(Modified Surface), 수정되기 전 곡면상의 곡선 OC(Original Curve), 곡면이 수정 되어 OC

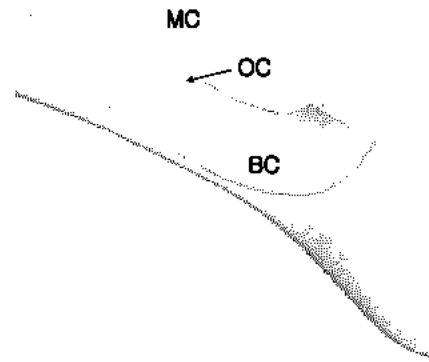


Fig. 1 Inputs for surface modification

가 대체될 MS상에 곡선 MC(Modified Curve) 그리고 OS의 변화를 제한하는 경계곡선을 BC(Boundary Curve)라 하자. Fig. 1은 입력조건의 기호를 보인다.

2.3 조정점의 고정과 이동

NURBS 곡면의 형상을 조정하는 방법으로는 조정점의 이동, 호모지니어스 좌표값의 수정 및 매듭값의 재설정 등이 있다. 그러나 곡면의 형상을 완전히 자유롭게 변경 시킬 수 있는 방법은 조정점의 이동이 유일하다. 따라서 본 연구에도 조정점의 이동 방법을 적용하였다. OC의 변화에 따른 곡면의 변경을 국부적인 영역에서의 한정된 수정을 통하여 시행하고자 한다면 조정점 들은 반드시 특정한 위치로 이동 되어야할 조정점과 위치는 확정되지 않지만 이동 가능한 조정점 그리고 이동할 수 없는 고정 조정점으로 구분할 수 있다. 따라서 각 조정점 별로 이동에 대한 특성을 표시하기 위하여 PoleMap이라는 배열을 사용하였다. 이때 입력 곡면이 트림된 곡면

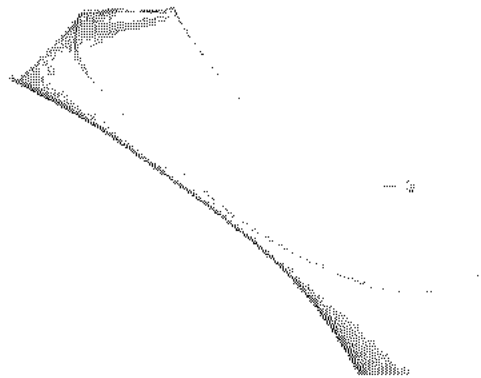


Fig. 2 After pole moving

인 경우에는 트림 영역의 외부에 존재하는 조정점을 포함한 전체 조정점에 대하여 PoleMap를 작성한다.

각 매듭값에 대한 등매개변수 곡선을 u, v 방향으로 생성한 후에 이들과 BC 및 OC의 교점을 구한다. 각 교점에 대하여 등매개변수 곡선과 BC의 교점이 계속해서 유지되기 위해서는 B-spline의 블렌딩 함수의 정의에 따라 매개변수 구간 $[t_i, t_{i+1}]$ 에서 0이 아닌 블렌딩 함수는 $N_{i-(k-1),k}, N_{i-(k-2),k}, \dots, N_{i,k}$ 의 k 개 뿐이므로, 해당구간에 영향을 미치는 조정점인 $P_{i-(k-1)}, P_{i-(k-2)}, \dots, P_i$ 의 k 개에 등매개변수 곡선상의 조정점에 해당하는 곡면의 조정점을 변경시키지 않음으로써 가능하다.

OC 상의 교점과 등매개변수곡선의 교점이 있는 점은 반드시 MC위로 옮겨야 할 점이다. 교점을 구하기 전에 매개변수의 구간이 곡선의 모양에 영향을 미치지 않으므로 OC와 MC의 매개변수 구간을 동일하게 조정한다. 이때, OC에서 교점의 매개변수가 u_i 라 하면 이 점이 MC의 매개변수가 u_i 인 일 때 같은 점이 되도록 BC와 유사하게 $P_{i-(k-1)}, P_{i-(k-2)}, \dots, P_i$ 의 k 개의 등매개변수곡선의 조정점에 해당하는 곡면의 조정점들을 $P_{MC}(u_i)-P_{OC}(u_i)$ 만큼 평행 이동시킨다. 고정점들은 모두 PoleMap에 'fixed'로 표현된다. 이상과 같은 조정점의 이동만으로도 곡면은 정확하게 BC영역 외부가 변동되지 않게 유지되면서 OC의 각 매개변수에 대응하는 점들이 MC로 이동되며 그 결과를 Fig.2에 보인다.

3. 곡면의 평활화

3.1 평활화 대상 조정점의 탐색

조정점을 고정하거나 이동시킨 결과의 곡면은 주어진 조건은 모두 만족하게 되나 Fig. 2와 같이 단차가 생겨서 전혀 부드럽지 못한 형상을 갖게 된다. 따라서 OC를 MC로 이동시킨 결과 옮겨진 영역과 그렇지 않은 영역의 큰 편차를 MC와 BC 사이의 조정

점들을 적절히 조정해 줌으로써 평활화 시킬 필요가 있다.

3.2 풀림모사를 이용한 곡면의 평활화

3.2.1 풀림모사 최적화 기법

Kirkpatrick³ 등은 조합 최적화 문제를 푸는 것과 Metropolis⁴ 가 연구한 물체가 냉각되어 기저 에너지 상태(ground energy state)에 도달하는 과정이 매우 유사함을 발견하고 최적화 문제를 열적평형상태로의 천이로 모사하는 알고리즘을 개발하였다. 온도 T 에서 상호 작용하는 많은 원자로 구성된 계가 상태 S 에 존재할 가능성은 식(5)와 같다.

$$e^{-\frac{E(S)}{k_b T}} \quad (5)$$

단, $E(S)$: 상태 S 의 에너지
 k_b : 볼츠만상수(1.38×10^{-23})

해를 찾아 점진적인 개선을 시행하면서 식(5)에 나타낸 가능성만큼 현재보다 나쁜 해로 상태가 천이할 가능성을 부여하는 알고리즘으로 일반적으로 Newton 법이 국부 최소치(local minima)에 빠지는 단점을 보완한 최적화 기법이다.

풀림모사 기법은 반복적 개선법의 강화된 알고리즘으로서 개선의 과정을 무작위화 하였다. 또한, 국지해에서 탈출하고자 가끔씩 등반(더 나쁜해로의 천이)을 허용하고 있으나 최적해로의 수렴을 위하여 온도가 낮아짐에 따라 등반할 확률이 감소하도록 한다. 각 온도에서의 반복탐색횟수와 온도의 변화법을 적절히 하면 100% 최적해에 수렴하지만 아직은 일반화된 원리는 알려져 있지 않다. 그러나 해의 최적성이 높고 문제에 대한 통찰이 낮더라도 에너지함수(별점함수)만 구성하면 활용 가능하며 인공지능 기법들 중 비교적 속도가 빠른 장점이 있어 오늘날 많이 사용되고 있다.

3.2.2 풀림모사를 이용한 곡면의 평활화

평활화 하고자 하는 대상인 곡면을 조정점의 위치를 이용하여 제어하고자 하므로 계의 상태변수는 이동 가능한 조정점들의 공간상의 좌표 위치이다. 즉 이동 가능한 조정점들의 3차원 좌표를 배열로 저장한 것이 바로 상태 S 가 되는 것이다.

곡면을 평활화 하되 최대한 이전 곡면의 성질을 유지할 필요가 있다. 일반적인 곡면 평활화 알고리즘 들은 곡면 전체의 변형에너지를 최소화 하거나 각 조정점에서 곡면 좌표의 섭동의 계급을 최소화한다. 그러나 이러한 평활화는 곡면이 평활화 되기 이전의 형상과 완전히 다른 새로운 형상으로 변하게 되므로 이미 생성된 곡면의 국부적인 수정에 있어는 적절하지 못한 목적함수이다. 따라서 본 연구에서는

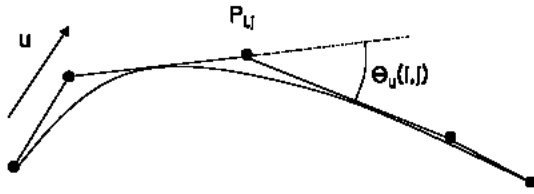


Fig. 3 Definition of control net angle

Fig. 3와 같이 곡면상의 각 매듭점에서 OS와 MS의 조정점 P_{ij} 에서 각 방향별 접선벡터의 사이각을 OS의 경우는 $\theta_u(i,j)$, $\theta_v(i,j)$ 로 나타내고, MS의 경우는 $\theta_w(i,j)$, $\theta_v(i,j)$ 로 나타낼 때 비용함수 $C(S)$ 는 식(6) 각 조정점의 섭동 $\epsilon_{i,j}$ 은 식(7)과 같이 정의 하였다.

$$C(S) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^m s_{i,j} \epsilon_{i,j} \quad (6)$$

$$\epsilon_{i,j} = (\theta_w'(i,j) - \theta_w(i,j))^2 + (\theta_v'(i,j) - \theta_v(i,j))^2 \quad (7)$$

$$\text{where, } s_{i,j} = \begin{cases} 1 & P_{i,j} \text{ is movable} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

특정 점에서의 접선 벡터보다는 곡면의 형태에 좀 더 광범위한 영향을 가지므로 곡면의 조정다형의 각도인 $\theta_u(i,j)$ 를 이용하였으며 수정되기 전의 상태와 수정된 이후의 상태에서의 각도의 차를 제공하여 각 방향별로 더하여 이를 조정점 P_{ij} 에서의 섭동으로 정의 하였다. 전체 비용함수는 결국 모든 이동 가능한 점의 섭동량의 합으로 정의 되었다.

해의 천이는 모든 이동 가능한 조정점을 대상으로 하지 않고 섭동량에 특정 조정치 α_{ij} 를 곱한 값이 가장 큰 조정점을 대상으로 하였다. 모든 조정점의 조정치는 초기에 1로 시작하며, 해당점의 해 탐색에서 등반이 발생한 경우 0.95를 계속 곱하여 해당 조정점의 섭동이 크다 하더라도 이동되는 기회를 독점하는 것을 회피하였다. 이동의 대상이 되는 조정점은 다시 새로운 난수를 발생하여 1/3의 확률로 x성분, y성분, z성분을 변경하도록 하였으며 변경 값의 범위 또한 온도가 내려감에 따라 차츰 감소하도록 하였다. Fig. 1에 보인 곡면과 조건을 이용하여 탐색의 종료 조건으로 현재 온도가 기저온도에 도달하거나 100회 이상 더 좋은 해로 천이 하지 못하였을 경우로 설정하였다. 그 결과 평활화 된 곡면을 Fig. 4에 나타내었다.

4. 결론

본 연구는 곡면 곡선 단위의 새로운 곡면 수정 알고리즘을 개발하여 효율적인 모델링 기능을 제공하기 위하여 수행되었다. 구속조건의 변화에 따른 곡



Fig. 4 Resulting surface

면의 수정 가능 범위를 사용자가 곡면의 수정 조건으로 추가적으로 제시함으로써 이를 위배하지 않는 국부적인 수정만을 실시하는 알고리즘을 개발하였다. 특히 곡면의 수정 알고리즘은 수학적 정식화 되어 단번에 구속조건을 만족하도록 곡면을 변형하게 되며, 변형된 곡면을 조건으로 주어진 영역 내에서 가장 부드러운 곡면으로 생성될 수 있도록 평활화하는 기술을 사용한다. 이때 평활화에서도 고속의 응답을 얻을 수 있도록 인공지능 알고리즘 중에서도 최적성이 높고 탐색속도가 빠른 풀림모사(Simulated annealing)기술을 사용하였다.

참고문헌

1. Piegl, L. and Tiller, W., "The NURBS Book," Springer, pp. 81-116, 1995
2. Lee, K. W., "Principles of CAD/CAM/CAE Systems," Addison-Wesley, pp. 149-213, 1999
3. Kirkpatrick, S., Gelatt Jr., C. D., and Vecchi, M. P. "Optimization by Simulated Annealing," Science, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680, 1983
4. Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., and Teller, E. "Equation of State Calculations by Fast Computing Machines," Chem. Physics, Vol. 21, pp. 1087-1092, 1953.