

## Lagrange 보간법을 이용한 GPS Data 보간

### Interpolation of GPS Data Using Lagrange Interpolation Method

이은수<sup>1)</sup> · 이용욱<sup>2)</sup> · 박정현<sup>3)</sup>

Lee, Eun Soo · Lee, Young Wook · Park, Jung Hyun

<sup>1)</sup> 충남대학교 토목공학과 측량 및 지형정보실 연구원(E-mail : eslee@itgps.org)

<sup>2)</sup> 대한측량협회 측량기술정보연구원 연구원(E-mail : leeyoungwook@empal.com)

<sup>3)</sup> 동강대학 토지관리계열 겸임교수(E-mail : parkjh70@empal.com)

#### Abstract

9 GPS data with a 30 second sampling rate were extracted from the GPS raw data that recorded with 1 second interval for interpolation. 9 GPS data were interpolated using lagrange interpolation method and compared to the GPS raw data. Using a 9th-order interpolation, error of interpolated code data were within 0.5m.

## 1. 서 론

상시관측소에서 수신되는 GPS 데이터는 대부분 30초 간격으로 저장되고 있기 때문에 1초 간격이나 5초 간격의 측량에는 사용이 제한적일 수밖에 없는 실정이다. 미국의 NGS(National Geodetic Survey)에서는 GPS 상시관측소 데이터 이용자들이 1초, 5초, 15초, 30초, 60초 간격으로 구성된 GPS 데이터를 선택해서 다운로드 할 수 있도록 30초 간격으로 저장된 GPS 데이터를 1초, 5초, 15초, 60초 간격으로 보간하여 생성한 후 제공하고 있다. 국내 상시관측소들도 1초 간격의 GPS 데이터를 다운로드 할 수 있도록 한다면 사용자들은 보다 다양하게 GPS 상시관측소 데이터를 이용할 수 있으리라 판단된다. 이를 위해서 적절한 보간 차수 결정이 선행되어야 하나 아직까지 이에 관련된 연구는 미비한 실정이다. 본 연구에서는 30초 간격으로 저장된 GPS 데이터를 lagrange 보간방법을 이용하여 보간하고 차수별 결과를 분석하고자 한다.

## 2. Lagrange 보간법

GPS 정밀케도력으로부터 임의 시간에 대한 위성의 위치벡터와 속도벡터는 Lagrange 보간법에 의해 얻을 수 있다. 이처럼 Lagrange 보간법은 일정치 않은 연속적인 데이터에 응용될 수 있으며 값의 결정이 빠르며 쉽게 프로그래밍화 될 수 있다.

Epoch가  $t_j (j=0, 1, \dots, n-1, n)$ 일 때, Lagrange 보간법의 기본식은 다음과 같다.

$$P_n(t) = f(t_0) L_n^{(0)}(t) + f(t_1) L_n^{(1)}(t) + \dots + f(t_{n-1}) L_n^{(n-1)}(t) + f(t_n) L_n^{(n)}(t) \quad (1)$$

$$L_n^{(j)}(t) = \frac{(t-t_0)(t-t_1)\dots(t-t_{j-1})(t-t_{j+1})\dots(t-t_n)}{(t_j-t_0)(t_j-t_1)\dots(t_j-t_{j-1})(t_j-t_{j+1})\dots(t_j-t_n)} \\ = \prod_{i=0, i \neq j}^n \frac{(t-t_i)}{(t_j-t_i)} \quad (\text{단, } i \neq j, j=0, 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

표 1은 2차 보간부터 9차 보간에 이르기까지 식 (2)에 적용한  $L_n^{(0)}$ 에서  $L_n^{(9)}$ 까지의 값을 나타낸 것이다. 이때,  $t$ 는 1, epoch 간격은 30으로 적용하여 산출하였다.

표 1. 차수에 따른  $L_n^{(i)}$  산출값

	2차	3차	4차	5차	6차	7차	8차	9차
$L_n^{(0)}$	0.95056	0.93999	0.93216	0.92595	0.92080	0.91642	0.91260	0.90922
$L_n^{(1)}$	0.06556	0.09724	0.12857	0.15965	0.19051	0.22120	0.25175	0.28217
$L_n^{(2)}$	-0.01611	-0.04780	-0.09480	-0.15694	-0.23410	-0.32618	-0.43310	-0.55478
$L_n^{(3)}$		0.01056	0.04189	0.10404	0.20692	0.36039	0.57422	0.85814
$L_n^{(4)}$			-0.00783	-0.03891	-0.11607	-0.26953	-0.53682	-0.96270
$L_n^{(5)}$				0.00621	0.03708	0.12916	0.34299	0.76887
$L_n^{(6)}$					-0.00514	-0.03584	-0.14275	-0.42667
$L_n^{(7)}$						0.00438	0.03493	0.15661
$L_n^{(8)}$							-0.00382	-0.03424
$L_n^{(9)}$								0.00338

### 3. 차수별 보간 결과 비교

적절한 보간 차수를 결정하기 위해 3차, 5차, 7차, 9차 보간을 수행하였다. 보간에 사용된 GPS 데이터는 관측일이 서로 다른 9개였다. 데이터의 저장간격은 1초이며, 보간을 위해 데이터를 30초 저장간격으로 수정하였다. 3차 보간의 경우 필요한 epoch 데이터의 개수는 4개이다. 즉, epoch 0, epoch 30, epoch 60, epoch90이 될 수 있으며, 보간 구간은 3개가 된다. 위 4개의 epoch 데이터를 이용해 각 구간별 보간을 수행하여도 되나, 본 연구에서는 최초의 제 1구간과 제 2구간의 보간은 위 4개의 epoch 데이터를 이용하였으며, 제 3구간의 보간은 epoch30, epoch60, epoch90, epoch120를 이용하였다. 이는 보간하려는 구간과 보간다항식이 가장 잘 맞는 이치를 이용한 것이다. 따라서 9차 보간의 경우, 필요한 epoch 데이터의 수는 10개이다. 최초의 제 1구간부터 제 5구간까지는 위 10개의 데이터가 사용되며 제 6구간부터는 epoch30, epoch60, …, epoch270, epoch300 데이터가 사용된다. 제 9구간에서는 epoch120, epoch1500, …, epoch360, epoch390 데이터가 사용된다. 보간된 데이터와 원래의 데이터를 비교하는 방법으로 각 차수에 따른 보간 정확도를 비교하였으며 그 양상은 그림 1, 그림 2, 그림 3, 그림 4, 그림 5와 같다.

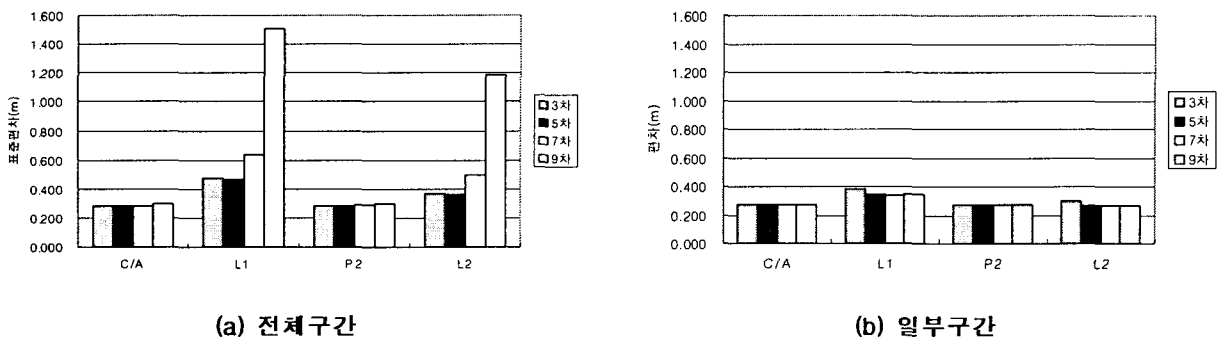
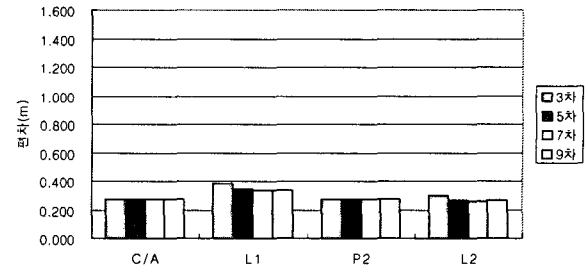
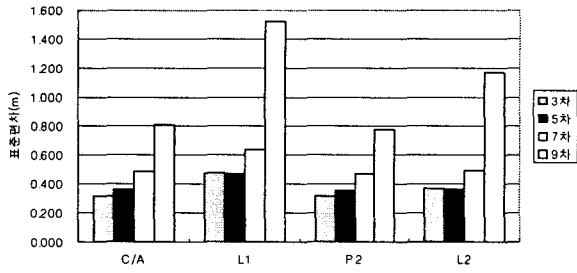


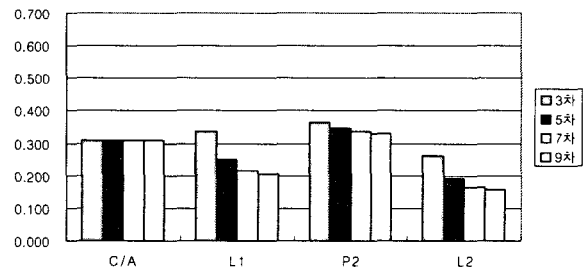
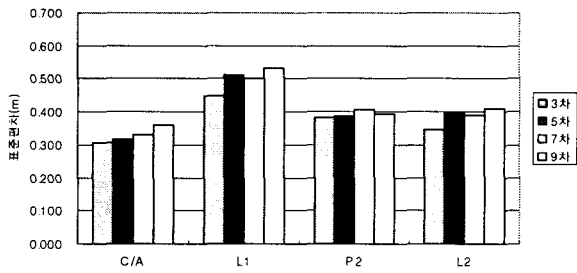
그림 1. 1번 위성에 대한 보간 결과



(a) 전체구간

(b) 일부구간

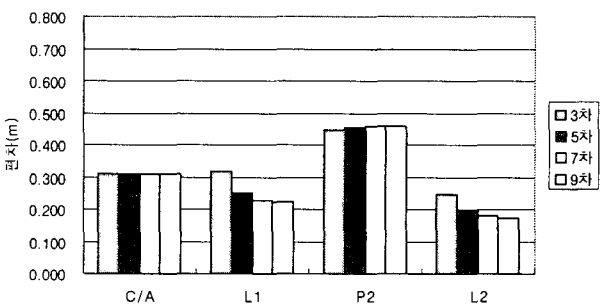
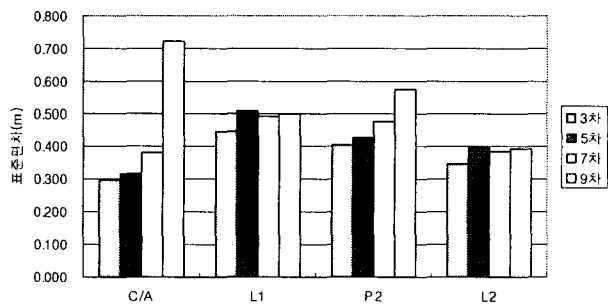
그림 2. 3번 위성에 대한 보간 결과



(a) 전체구간

(b) 일부구간

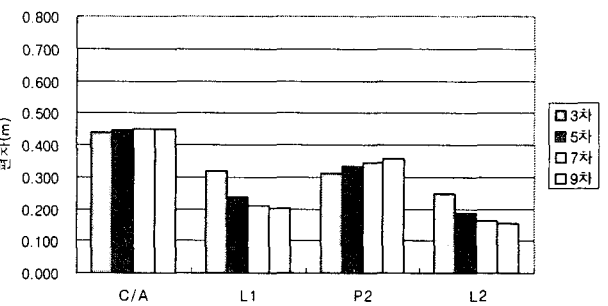
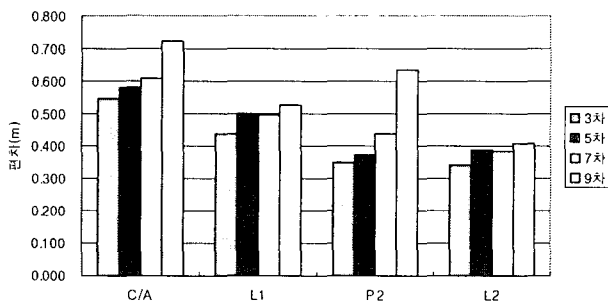
그림 3. 7번 위성에 대한 보간 결과



(a) 전체구간

(b) 일부구간

그림 4. 8번 위성에 대한 보간 결과



(a) 전체구간

(b) 일부구간

그림 5. 17번 위성에 대한 보간 결과

전체구간의 보간 결과를 보면 차수가 커질수록 편차가 증가함을 알 수 있다. 그러나 일부구간의 보간 결과에서는 차수가 커짐에 따른 편차가 적거나 비슷함을 알 수 있다. 1번 위성에 대한 epoch별 보간 결과와 실제값과의 편차를 나타낸 것은 그림 6, 그림 7과 같다. 제 1구간에서 9차 보간의 경우 L1파와 L2파 모두 제일 큰 편차가 나며 3차 보간이 제일 작은 편차를 나타낸다. 그러나 제 5구간에서부터는 차수에 상관없이 작은 편차를 나타냄을 알 수 있다.

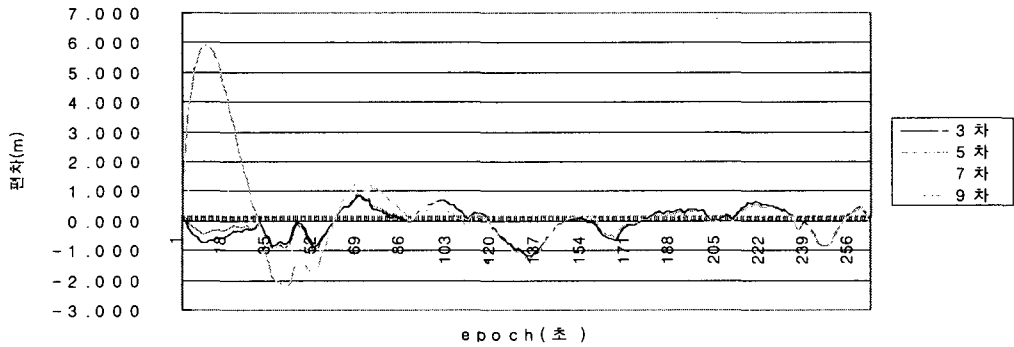


그림 6. 1번 위성 L1파에 대한 epoch별 편차

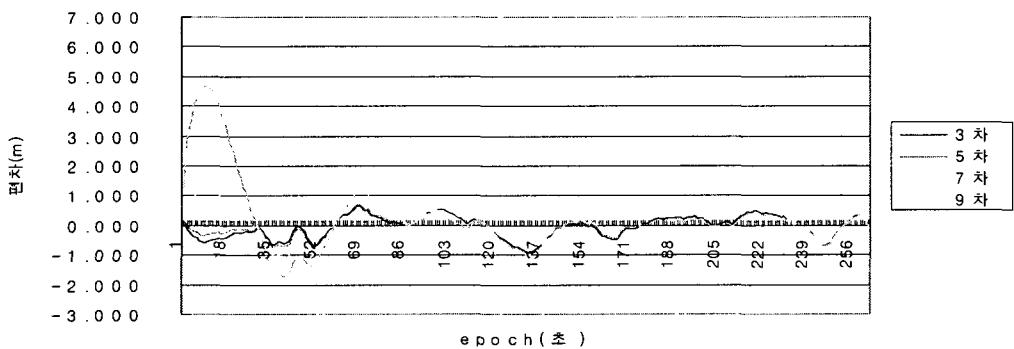


그림 7. 1번 위성 L2파에 대한 epoch별 편차

그림 1에서부터 그림 5까지 보간 결과를 전체구간과 일부구간으로 나누어 각 차수별로 비교한 이유는 그림 6, 그림 7에서 알 수 있듯이 다음과 같이 고려해야 할 점이 있기 때문이다. 3차 보간의 경우 4개의 epoch가 필요하며 3구간별로 보간이 이루어진다. 이때, 제 1구간과 4번째 epoch간의 시간차이는 60초에서 90초이다. 3차 보간의 경우 가장 잘 맞는 구간은 제 2구간이 되며 4번째 epoch간의 시간차이는 30초에서 60초이다. 그러나 9차 보간의 경우 제 1구간과 10번째 epoch간의 시간차이는 240초에서 270초이며 가장 잘 맞는 구간인 제 5구간과 10번째 epoch간의 시간차이는 120초에서 150초이다. 제 1구간과 가장 잘 맞는 구간과의 시간차이가 3차 보간에서보다 크게 벌어지기 때문에 관측값의 특성이 잘 반영되지 않고 있는 것이다. 따라서 그림 1에서부터 그림 5까지 나타난 일부구간의 범위는 1구간부터 4구간까지가 제외된 범위이다. 만약 11차 보간이 이루어졌다면 제 6구간이 중간구간이 되기 때문에 제외되는 구간은 제 1구간에서부터 제 5구간이 될 것이다. 전체구간의 보간 결과에서 대부분의 경우 3차 보간 결과가 실제값과의 편차가 0.5m이내이었으며, 최대 0.6m를 넘지 않음을 알 수 있으며, 일부구간의 경우 9차 보간 결과가 실제값과의 편차가 0.4m이내이었으며, 최대 0.5m를 넘지 않음을 알 수 있다. 따라서 9차 보간으로 GPS 데이터를 보간할 경우 보간에 영향을 주는 제 1구간에서부터 제 4구간까지의 보간은 3차보간으로 수행하고 제 5구간에서부터 9차보간을 하여야 할 것으로 사료된다. 전체구간의 경우 차수가 작을수록 편차가 적었기 때문에 2차 보간을 수행하였다. 2차 보간 결과와 3차, 5차, 7차, 9차 보간 결과와는 현저한 차이를 나타내고 있으며, 그 양상은 그림 8과 같다. 2차 보간 결과는 9개 구간으로 뚜렷이 나뉘어

지며, 각 구간의 중점에서 최대의 편차가 나타남을 그림 9에서 알 수 있다. 이는 2차 보간 자체가 선형 보간인데 반해 GPS 데이터는 선형추세가 아닌 곡선 추세이기 때문이다.

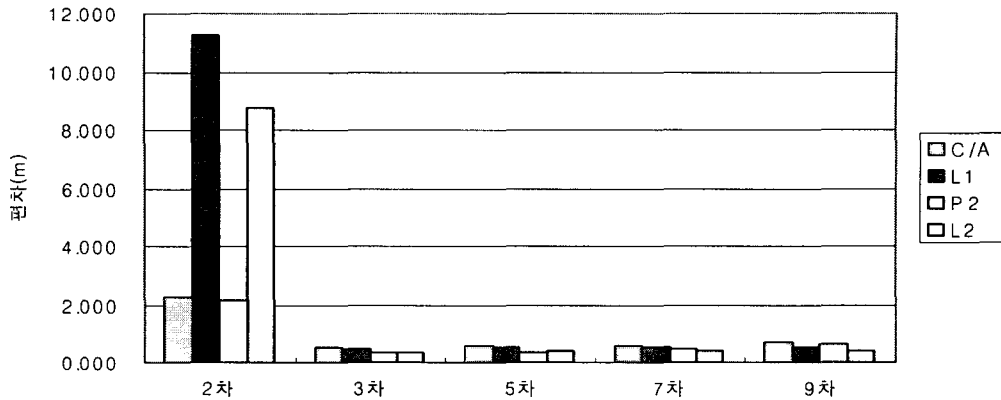


그림 8. 17번 위성의 2차보간과 나머지 차수간의 보간 결과 비교

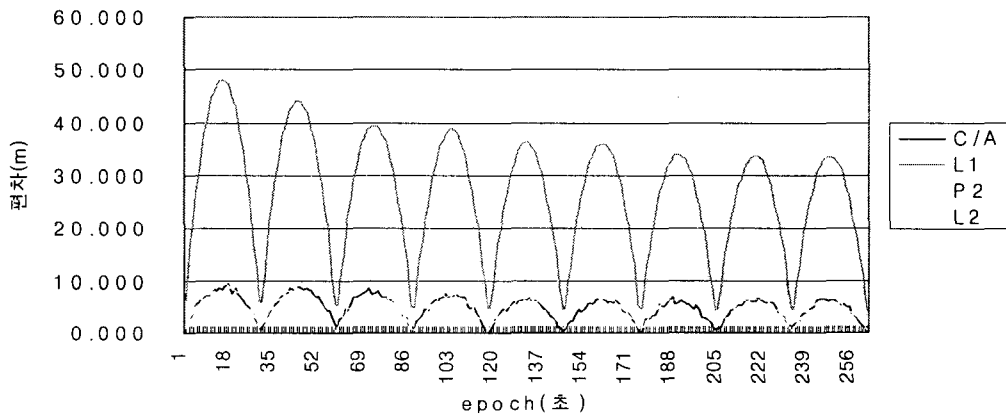


그림 9. Epoch에 따른 2차 보간 결과 편차

#### 4. 결 론

30초 간격으로 저장된 GPS 데이터를 차수별 Lagrange 보간을 수행하고 그 결과를 비교하므로써 9차 Lagrange 보간 결과가 실제값과의 편차를 0.4m 이내로 줄일 수 있었으며, 최대 0.5m를 넘지 않음을 알 수 있었다. 또한, 9차 보간으로 GPS 데이터를 보간할 경우, 보간에 영향을 주는 제 1구간에서부터 제 4구간까지의 보간은 3차 보간으로 수행하고, 제 5구간에서부터 9차 보간을 하여야 할 것이다.

#### 참고문헌

이은수 (1998), IGS의 GPS 데이터를 이용한 초장기선 정확도 분석, 석사학위논문, 충남대학교, 대학원  
 B.Hofmann-Wellenhof, H.Lichtenegger, and J.Collins (1997), *Global Positioning Systems : Theory and Practice*, Springer-Verlag Wien New York.  
[http://www.gps.re.kr/observation/observation\\_2.asp](http://www.gps.re.kr/observation/observation_2.asp).